

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР ЭЛЕКТРОННО-ДЫРОЧНОЙ СИСТЕМЫ В БЕСКОНЕЧНО-ГЛУБОКОЙ ОДНОМЕРНОЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЕ

А. П. ДЖОТЯН

Найден явный вид функции Грина одномерной кулоновской задачи, с помощью которой исследован спектр двух частиц — электрона и дырки — в одномерной бесконечно-глубокой потенциальной яме произвольной (большей или меньшей боровского радиуса системы) ширины L . Получено явное выражение для квантовых дефектов энергетического спектра системы.

Модель одномерной бесконечно-глубокой потенциальной ямы может быть использована для описания состояния частиц в тонких полупроводниковых пленках. Спектр связанных состояний электронов и дырок (экситонов) в последних исследован в ряде работ [1—3]. В работе [1] в предположении $L/a_{ex} \gg 1$ (L — толщина пленки, a_{ex} — боровский радиус экситона в кристалле) показано, что ограничение волновой функции экситона поверхностями кристалла приводит к положительным сдвигам невозмущенных экситонных уровней, однако аналитическое выражение для оценки этих сдвигов отсутствует.

В работе [2] изучен энергетический спектр экситонов Ванны в тонких пленках, толщина которых много меньше боровского радиуса экситона, $L/a_{ex} \ll 1$. При этом условии, когда экситоны становятся существенно двумерными, найдено аналитическое выражение для квантовых дефектов экситонных уровней, обусловленных наличием пленочного потенциала [3].

В настоящей работе исследуется энергетический спектр системы двух частиц — электрона и дырки — в одномерной бесконечно-глубокой потенциальной яме с шириной L . Для этой цели используется краевое условие для функции Грина $G(r_1, r_2, \omega)$ одномерной кулоновской задачи [4]:

$$G(0, 0) G(L, L) = G(0, L) G(L, 0). \quad (1)$$

Явный вид функции Грина для трехмерной кулоновской задачи получен в работе [5].

Для нашей задачи и ряда практических целей необходимо знание одномерной функции Грина $G(r_2, r_1, \omega)$. Исходным для определения последней является уравнение

$$\left(\Delta_2 + \frac{2k\gamma}{r_2} + k^2 \right) G(r_2, r_1, \omega) = \delta(r_2 - r_1), \quad (2)$$

где

$$\gamma = (kr_0)^{-1}, \quad r_0 = \hbar^2/me^2, \quad k = (2m\omega/\hbar)^{1/2},$$

при тех же граничных условиях, что и в [5]. Величина $\hbar\omega$ определяет собственные значения энергии системы.

Выкладки, аналогичные [5], приводят в одномерном случае к следующему выражению для функции Грина $G(r_2, r_1, \omega)$:

$$G(r_2, r_1, \omega) \sim \frac{\partial}{\partial \rho} W_{i\nu, \frac{1}{2}}[-ik(\sigma + \rho)] M_{i\nu, \frac{1}{2}}[-ik(\sigma - \rho)], \quad (3)$$

где

$W_{i\nu, \frac{1}{2}}[-ik(\sigma + \rho)]$ и $M_{i\nu, \frac{1}{2}}[-ik(\sigma - \rho)]$ — функции Уиттекера [6].

Для интересующих нас целочисленных значений величины $i\nu \rightarrow N$ (дискретный спектр) функции Уиттекера удобно выразить через вырожденную гипергеометрическую функцию [6]:

$$M_{i\nu, \frac{1}{2}}(z) = \exp\left(-\frac{z}{2}\right) z \Phi(1 - i\nu, 2, z), \quad (4)$$

$$\lim_{i\nu \rightarrow N} W_{i\nu, \frac{1}{2}}(z) = (-1)^N \Gamma(N + 1) \exp\left(-\frac{z}{2}\right) z \Phi(1 - N, 2, z).$$

В этом случае функцию Грина (3) легко привести к виду

$$G(r_2, r_1, \omega) \sim \left[-2\rho \Phi_1 \Phi_2 + (\sigma^2 - \rho^2) \Phi_2 \frac{\partial \Phi_1}{\partial \rho} + (\sigma^2 - \rho^2) \Phi_1 \frac{\partial \Phi_2}{\partial \rho} \right], \quad (5)$$

где

$$\Phi_1 = \Phi(1 - i\nu, 2, z_1), \quad z_1 = -ik(\sigma + \rho), \quad (6)$$

$$\Phi_2 = \Phi(1 - i\nu, 2, z_2), \quad z_2 = -ik(\sigma - \rho).$$

С учетом (5) уравнение для определения энергетического спектра электронно-дырочной системы в одномерной бесконечно-глубокой потенциальной яме с шириной L принимает вид

$$|\Phi(1 - i\nu, 2, -2ikL)|^2 = 0. \quad (7)$$

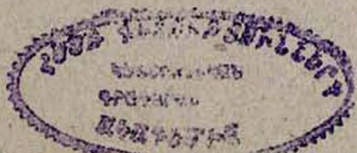
Рассмотрим вначале случай, когда ширина ямы $L > nr_0$ (r_0 — боровский радиус основного связанного состояния электрона и дырки, $n = 1, 2, 3$); величина $i\nu$ стремится при этом к целочисленным значениям, $i\nu = n + \delta_n$. Для нахождения квантовых дефектов δ_n водородоподобных уровней энергии системы $E_n = -me^4/2\hbar^2(n + \delta_n)^2$ воспользуемся аппроксимацией функции $\Phi(1 - i\nu, 2, -2ikL)$ при больших значениях величины $z = -2ikL$ [7]:

$$\Phi(1 - i\nu, 2, z) = \frac{e^z}{\Gamma(1 - i\nu) z^{1+i\nu}} + \frac{e^{i\pi(1-i\nu)} z^{i\nu-1}}{\Gamma(1 + i\nu)}, \quad (8)$$

где $\Gamma(1 - i\nu)$ — гамма-функция Эйлера. Учитывая поведение гамма-функции вблизи полюсов

$$\lim_{z \rightarrow -n} \Gamma(z) = \frac{(-1)^n}{n!(z+n)}, \quad (9)$$

с точностью до членов, пропорциональных δ_n^2 , для квантовых дефектов δ_n получаем выражение



$$\delta_n = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{2L}{nr_0}\right) \left(\frac{2L}{nr_0}\right)^{2n} \frac{1}{\Gamma(n)\Gamma(n+1)}. \quad (10)$$

Рассмотрим также случай, когда ширина ямы $L < r_0$, что соответствует малости величины $\delta = iv < 1$. В случае малых δ для функции $\Phi(1 - \delta, 2, -2ikL)$ в пренебрежении членами, пропорциональными δ^2 , находим

$$\Phi(1 - \delta, 2, -2ikL) = \left[(1 + \delta) \frac{\sin kL}{kL} - \delta e^{-ikL} \right] e^{-ikL}. \quad (11)$$

С помощью выражений (11) и (7) для энергетических уровней системы получаем

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2mL^2(1 + 2L/r_0)}, \quad n = 1, 2, 3. \quad (12)$$

Таким образом, при $L < r_0$ кулоновский потенциал играет роль возмущения к потенциалу ямы и приводит к понижению энергетических уровней частиц в бесконечно-глубокой одномерной яме.

В заключение выражаю благодарность проф. П. А. Безирганяну и Э. М. Казаряну за постоянное внимание к работе и обсуждения.

Ереванский государственный
университет

Поступила 15.X.1976

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Г. Харпер, Дж. Э. Хилдер. Труды IX Межд. конф. по физике полупроводников, т. I, Изд. Наука, М., 1963.
2. Э. М. Казарян, Р. А. Энфиаджян. ФТП, 5, 2002 (1971).
3. С. А. Арутюнян, Э. М. Казарян. ФТП, 9, 2217 (1975).
4. Э. А. Касаманян, Э. С. Юзбашян. Молодой научный работник ЕГУ, 2 (24), 59 (1976).
5. L. Hostler, R. H. Pratt. Phys. Rev. Lett., 10, 469 (1963).
6. Э. Т. Уиттекер, Дж. Н. Ватсон. Курс современного анализа, т. II, М., 1963.
7. Ф. М. Морс, Г. Фешбах. Методы теоретической физики, т. I, ИЛ, 1958.

ԷԼԵԿՏՐՈՆ-ԽՈՈՒՈՂ ՍԻՍՏԵՄԻ ԷՆԵՐԳԵՏԻԿ ՍՊԵԿՏՐԸ ՄԻԱՉԱՓ ԱՆՎԵՐՋ ԽՈՐ ՊՈՏԵՆՑԻԱԼ ՓՈՍՈՒՄ

Ա. Պ. ԶՈԹՅԱՆ

Ստացված է միաչափ կոուլոմբյան խնդրի Գրինի ֆունկցիայի բացահայտ տեսքը: Այդ ֆունկցիայի օգնությամբ հաշվված է միաչափ կոուլոմբյան փոխադրեցովյալ էլեկտրոն-խոռոչ սիստեմի էներգետիկ սպեկտրը միաչափ անվերջ խոր պոտենցիալ փոստում, որի լայնությունը կարող է լինել սիստեմի Բոմի շառավղից և մեծ, և փոքր: Ստացված է քվանտային դեֆեկտների ճշգրիտ արտահայտությունը:

THE SPECTRUM OF ELECTRON-HOLE SYSTEM IN ONE-DIMENSIONAL INFINITELY DEEP POTENTIAL WELL

A. P. DZHOTYAN

The Green function of one-dimensional Coulomb problem is found in the explicit form. Using the obtained function and the boundary condition for Green function, the spectrum of the electron-hole system is studied in one-dimensional infinitely deep potential well of an arbitrary width L , greater than the Bohr radius of the system.