

РАСПАД ЭКСИТОНА ВАННЬЕ-МОТТА НА ФОНОНАХ В ТОНКИХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПРОВОЛОКАХ

А. А. КИРАКОСЯН, Х. ЛАНТОВ

Вычислена вероятность распада экситона Ваннье-Мотта при взаимодействии с акустическими фононами в тонких квантовых полупроводниковых проволоках с прямоугольным и круглым сечениями. Получены зависимости вероятности распада от температуры, поперечных размеров проволоки и значений отношения эффективных масс электрона и дырки. В пороговом приближении проведены численные оценки.

При столкновении экситонов с фононами или со структурными дефектами кристалла может произойти распад экситона, т. е. образование пары носителей — электрона и дырки, не связанных как одно целое. Исследование процесса распада экситона представляет значительный физический интерес в связи с общей проблемой генерации носителей заряда в полупроводниках.

Процесс распада экситонов большого радиуса (Ваннье-Мотта), взаимодействующих с фононами и примесными атомами в массивных полупроводниках, был исследован в работах А. А. Липника [1—5]. В работах [6, 7] было рассмотрено влияние размерного квантования на процесс распада экситона в тонких полупроводниковых пленке и проволоке для конкретного механизма распада на шероховатостях поверхности.

В настоящей работе исследуется распад экситона на акустических фононах в тонкой квантованной полупроводниковой проволоке. В предположении одномерности экситона — $d < a_0$ (d — поперечный размер проволоки, a_0 — радиус экситона в массивном образце) — и в приближении бесконечно-глубокой потенциальной ямы в поперечном направлении проволоки для волновых функций экситона до и после распада имеем

$$\psi_i = \left(\frac{2}{L}\right)^{1/2} \exp(i\lambda R - \rho) \varphi(1, 2), \quad (1)$$

$$\psi_f = \left(\frac{A_k}{L}\right)^{1/2} \exp(i\gamma R + ik\rho) \rho F\left(1 + \frac{1}{ik}, 2, -2ik\rho\right) \varphi(1, 2), \quad (2)$$

$$\varphi(1, 2) = \frac{1}{ab} \cos \frac{\pi x_1}{2a} \cos \frac{\pi y_1}{2b} \cos \frac{\pi x_2}{2a} \cos \frac{\pi y_2}{2b}. \quad (3)$$

Волновая функция (1) соответствует основному состоянию экситона. В формулах (1) — (3) приняты обозначения: $F(\alpha, \beta, z)$ — вырожденная гипергеометрическая функция, $2a \times 2b$ — сечение проволоки,

$$A_k = 4k \left[1 - \exp\left(-\frac{2\pi}{k}\right) \right]^{-1}, \quad (4)$$

$$R = \frac{\mu_1 z_1 + \mu_2 z_2}{\mu_1 + \mu_2}, \quad \rho = |z_1 - z_2|, \quad (5)$$

$\gamma = k_1 + k_2$ — квазиимпульс центра масс пары электрон — дырка, k — квазиимпульс их относительного движения,

$$k = \frac{k_1 \mu_1 - k_2 \mu_2}{\mu_1 + \mu_2}, \quad (6)$$

$\mu_{ex} = \mu_1 + \mu_2$, $1/\mu = 1/\mu_1 + 1/\mu_2$, индекс „1“ обозначает электрон, индекс „2“ — дырку. В выражениях (1), (2), (5) и (6) использованы безразмерные продольные характеристики, например, $k = k'/a_0^{-1}$, $z = z'/a_0$ и т. д., где $a_0 = \hbar^2/\mu e^2$ — радиус экситона в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ .

В дальнейшем будем считать, что температура системы $T > T_0$, где, согласно [8],

$$T_0 = \frac{3}{4} \frac{\mu e^4}{\hbar^2 \epsilon^2}. \quad (7)$$

При таких температурах взаимодействие экситонов с акустическими фононами сопровождается, в основном, процессами возбуждения и распада экситонов.

Перейдем к вычислению вероятности распада экситона на акустических фононах. В качестве энергии взаимодействия возьмем деформационный потенциал Бардина-Шокли [9]

$$U(r_1, r_2) = C_1 \Delta(r_1) - C_2 \Delta(r_2), \quad (8)$$

где $\Delta(r) = \text{div } u(r)$ — относительное изменение объема в точке r , $u(r)$ — вектор смещения среды, $C_1, C_2 > 0$ — постоянные, равные по порядку величины атомной энергии. Вычисление матричного элемента возмущения (8) с помощью (1)–(6) приводит к результату

$$M' = M_e \cdot M_q' \delta(\lambda - \gamma - \nu q_z), \quad (9)$$

где

$$M_q' = i q \left[\frac{\hbar}{2 N M \omega_q} (N_q + \delta_\nu) \right]^{1/2}, \quad (10)$$

$$M_e = \frac{\pi^4}{a_0} (2 A_k)^{1/2} \frac{\sin a q_x \sin b q_y}{a q_x (\pi^2 - a^2 q_x^2) b q_y (\pi^2 - b^2 q_y^2)} \left(\frac{C_1 F_1}{\epsilon_1^2} - \frac{C_2 F_2}{\epsilon_2^2} \right). \quad (11)$$

В (9)–(11) приняты следующие обозначения: N — число атомов кристалла в основной области, M — масса атома, ω_q — частота, q — волновой вектор акустического фонона (предполагается, что фононный спектр не проквантован), N_q — число квантов колебаний с q , $\nu = \pm 1$, $\delta_\nu = \frac{1}{2} (1 - \nu) = 0$ и 1 (для поглощения и испускания фонона),

$F_{1,2} = F\left(1 + \frac{1}{ik}, 2, 2; -\frac{2ik}{\epsilon_{1,2}}\right)$ — гипергеометрическая функция, $\epsilon_{1,2} = 1 - i(k + \mu_{2,1}/\mu_{ex} \cdot q_z)$. При вычислении (10) были использованы осцилляторные волновые функции для нормальных колебаний кристалла.

Вероятность распада выражается через матричные элементы (10) и (11) формулой

$$W = \frac{2\pi}{\hbar \Delta E} \delta(\lambda - \gamma - \nu q_z) \delta \left[k^2 + \frac{\mu}{\mu_{ex}} (\gamma^2 - \lambda^2) + 1 \right] |M_e|^2 |M_q|^2, \quad (12)$$

где $\Delta E = \mu e^4 / 2\hbar^2 = \hbar^2 / 2\mu a_0^2$ — энергия связи экситона.

Из законов сохранения импульса и энергии следует, что распад экситона возможен только при поглощении фонона. Действительно, представив аргумент δ -функции, входящей в (12), в виде разности $k^2 - k'^2$, где

$$k'^2 = \frac{\mu}{\mu_{ex}} q_z (2\nu\lambda - q_z) - 1 \geq 0, \quad (13)$$

легко заметить, что это условие выполняется только при $\nu = +1$, что соответствует поглощению фонона. Из (13) следует также область изменения квазиимпульса фонона, с которым взаимодействует экситон:

$$\lambda - \left(\lambda^2 - \frac{\mu_{ex}}{\mu} \right)^{1/2} \leq q_z \leq \lambda + \left(\lambda^2 - \frac{\mu_{ex}}{\mu} \right)^{1/2}, \quad (14)$$

при этом

$$\lambda^2 \geq \mu_{ex}/\mu. \quad (15)$$

Предполагая, что совокупность экситонов представляет собой одномерный идеальный газ, находящийся в тепловом равновесии, из (15) после перехода к размерным переменным получаем ограничение на температуру, при которой процесс распада становится наиболее вероятным исходом актов взаимодействия экситонов с фононами:

$$T \geq T_d = 2\Delta E. \quad (16)$$

Проинтегрировав выражения (12) по γ и k (с $\nu = +1$), а также по q_x и q_y , для вероятности распада получим

$$W(\lambda, q_z) = \frac{9T}{4ab\alpha_0 v^2 \Delta E} \left\{ \left[1 - \exp\left(-\frac{2\pi}{k'}\right) \right]^{-1} \left[\frac{C_1 F_1^{(+)}}{\varepsilon_1^{(+)^2}} - \frac{C_2 F_2^{(+)}}{\varepsilon_2^{(+)^2}} \right]^2 + \right. \\ \left. + \left[\exp\left(\frac{2\pi}{k'}\right) - 1 \right]^{-1} \left[\frac{C_1 F_1^{(-)}}{\varepsilon_1^{(-)^2}} - \frac{C_2 F_2^{(-)}}{\varepsilon_2^{(-)^2}} \right]^2 \right\}, \quad (17)$$

где v — скорость звука в проволоке,

$$F_{1,2}^{(+),(-)} = F\left(\left[1 + \frac{1}{k'^2}\right]^{1/2}, 2, 2; \frac{2k'}{\varepsilon_{1,2}^{(+),(-)}}\right), \quad (18)$$

$$\varepsilon_{1,2}^{(+),(-)} = \left[1 + \left(\frac{\mu_{2,1}}{\mu_{ex}} q_z \pm k' \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (19)$$

$$k' = \left[\frac{\mu}{\mu_{ex}} q_z (2\lambda - q_z) - 1 \right]^{1/2}. \quad (20)$$

При выводе (17) было учтено, что $N_q \simeq T/\hbar v q \gg 1$.

С целью дальнейшего упрощения выражения (17) рассмотрим систему при температурах, превышающих температуру распада на малую величину, т. е. $T \simeq T_d$ („порог“ распада). В этом случае ввиду узости области значений q_z можно с достаточной точностью считать, что $q_z \simeq \lambda \simeq (\mu_{ex}/\mu)^{1/2}$; при этом максимальное значение, принимаемое k' при изменении q_z в области, определяемой (15), равно

$$k'_{\max} = \left(\frac{\mu}{\mu_{ex}} \lambda^2 - 1 \right)^{1/2} \ll 1. \quad (21)$$

С учетом этого неравенства из (19) и (18) получаем

$$\varepsilon_1^{(+)} \simeq \left(\frac{\mu_{ex}}{\mu_1} \right)^{1/2}, \quad \varepsilon_2^{(+)} \simeq \left(\frac{\mu_{ex}}{\mu_2} \right)^{1/2}, \quad (19')$$

$$F_1^{(+)} \simeq F\left(\frac{1}{k'}, 2, 2; \frac{2k'}{\varepsilon_1^{(+)}}\right) \simeq \exp\left(\frac{2\mu_1}{\mu_{ex}}\right), \quad (18')$$

$$F_2^{(+)} \simeq F\left(\frac{1}{k'}, 2, 2; \frac{2k'}{\varepsilon_2^{(+)}}\right) \simeq \exp\left(\frac{2\mu_2}{\mu_{ex}}\right).$$

Соотношения (18') есть следствие известного свойства гипергеометрических функций [10].

Таким образом, в пороговом приближении для вероятности распада экситона на акустическом фононе получается следующее выражение:

$$W \simeq \frac{9 C_1^2}{2 a b \rho a_0^2 v^3} f(y, A), \quad (22)$$

$$f(y, A) = \frac{1}{(1+y)^2} \left[\exp\left(\frac{2}{1+y}\right) - A y \exp\left(\frac{2y}{1+y}\right) \right]^2, \quad (23)$$

где $y = \mu_2/\mu_1$, $A = C_2/C_1$. Графики $f(y, A)$ в области до $y \sim 3$ и для значений параметра $A = 1, 1.5$ и 2 изображены на рисунке. При увеличении y функция $f(y, A)$ медленно растет, приближаясь к асимптотическому значению, равному $f(\infty, A) = e^4 A^2$ ($e \simeq 2,71 \dots$ — основание натуральных логарифмов). Как следует из рисунка, характерным для всех кривых является наличие области минимума при значениях $y \sim 1$.

Для германиевой проволоки квадратного сечения с $2a = 2b \sim 10^{-6}$ см, в которой отношение эффективных масс $y \simeq 5$ (для массивного образца), вероятность есть $W \simeq 5 \cdot 10^{11} \cdot f(5, A)$ сек $^{-1}$. При $A = 0,5$ имеем $f(5; 0,5) = 4$ и $W \simeq 2 \cdot 10^{12}$ сек $^{-1}$; при $A = 1$, $f(5, 1) \simeq 17$ и $W \simeq 8 \cdot 10^{12}$ сек $^{-1}$; а при $A = 2$, $f(5, 2) \simeq 74$ имеем $W \simeq 4 \cdot 10^{13}$ сек $^{-1}$. Таким значениям вероятностей соответствуют времена жизни экситонов, по порядку величины равные 10^{-13} сек.

Согласно отмеченной в [8] аналогии выражение для вероятности распада экситона в проволоке круглого сечения с радиусом R_0 мож-

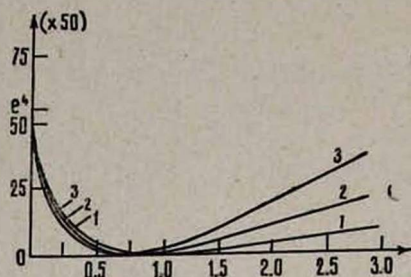


График функции $f(y, A)$ для различных значений A : 1 — $A = 1$; 2 — $A = 1.5$; 3 — $A = 2$. Масштаб по оси ординат уменьшен в 50 раз.

но получить из (22) заменой $4ab \rightarrow 9\pi^2 R_0^2 (\beta/\xi)^2$, где $\beta \simeq 0.519$, $\xi \simeq 0.688$.

Ереванский государственный университет

Поступила 18.XI.1976

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. А. А. Липник. ЖТФ, 27, 2777 (1957).
2. А. А. Липник. ФТТ, 1, 726 (1959).
3. А. А. Липник. ФТТ, 1, 36 (1959).
4. А. А. Липник. ФТТ, 2, 2644 (1960).
5. А. А. Липник. ФТТ, 3, 2322 (1961).
6. А. А. Киракосян, Р. Шепке. Изв. АН АрмССР, Физика, 10, 463 (1975).
7. К. Вайсензее, Э. М. Казарян. Изв. АН АрмССР, Физика, 11, 164 (1976).
8. А. А. Киракосян, Х. Лантов. Изв. АН АрмССР, Физика, 12, 347 (1977).
9. J. Bardeen, W. Shockley. Phys. Rev., 80, 72 (1950).
10. Э. Т. Уиттекер, Дж. Н. Ватсон. Курс современного анализа, Изд. физ.-мат. лит., М., 1963.

ՎԱՆՅԵ-ՄՈՏԻ ԷՔՍԻՏՈՆԻ ՏՐՈՂՈՒՄԸ ՖՈՆՈՆՆԵՐԻ ՎՐԱ ԲԱՐԱԿ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉԱՅԻՆ ԼԱՐԵՐՈՒՄ

Ա. Ա. ԿԻՐԱԿՈՍՅԱՆ, Հ. ԼԱՆՏՈՎ

Հաշվված է Վանյե-Մոտի էքսիտոնի տրոհման հավանականությունը ձայնային ֆոնոնների հետ փոխազդելիս ուղղանկյուն և շրջանաձև կտրվածքով բարակ քվանտացված կիսահաղորդչային լարերում: Ստացված է տրոհման հավանականության կախումը շերտաստիճանից, լարի լայնական կտրվածքից, էլեկտրոնի և խոռոչի էֆեկտիվ զանգվածների հարաբերությունից: Շերտային մոտավորությամբ բերված են որոշ թվային գնահատումներ:

THE DECAY OF WANNIER-MOTT EXCITON ON PHONONS
IN THIN SEMICONDUCTOR WIRES

A. A. KIRAKOSYAN, H. LANTOW

The decay probability of Wannier-Mott exciton due to the scattering by acoustical phonons in a thin quantized semiconductor wire with rectangular and circular cross-section is calculated. The dependence of the decay probability on temperature, cross-sectional dimensions of the wire and the ratio of electron to hole effective masses is obtained. The numerical estimates are given in the threshold approximation.