

СИЛА, ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА ПЛАСТИНУ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ
ЧЕРЕЗ НЕЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ

М. М. МУРАДЯН

Показано, что сила, действующая на пластину при прохождении через нее релятивистской заряженной частицы, есть сила отдачи, обусловленная образованием переходного излучения, а импульс, полученный пластиной за все время пролета заряженной частицы, пропорционален энергии этой частицы.

Исследованию вопроса о возбуждении механических колебаний в пластинах при прохождении через них релятивистских заряженных частиц посвящено много работ [1—3]. Основной целью этих работ является использование энергетической зависимости амплитуды механических колебаний как метода регистрации частиц высоких энергий.

В работе [3] рассмотрен вопрос о возбуждении механических колебаний в тонкой металлической мишени при прохождении через нее релятивистских заряженных частиц и вычислена средняя сила, с которой пролетающая частица действует на мишень. Показано, что эта средняя сила пропорциональна энергии падающей частицы. Однако недостаточно понятна методика расчета и, на наш взгляд, полученный результат верен лишь с точностью до коэффициента.

В настоящей работе показано, что сила, действующая на пластину при прохождении через нее заряженной частицы, есть сила отдачи, обусловленная образованием переходного излучения, а импульс, полученный пластиной за время пролета, пропорционален энергии пролетающей частицы.

Пусть частица с зарядом e пролетает с постоянной скоростью v вдоль положительного направления оси z перпендикулярно через пластину с толщиной a , расположенную в вакууме. Поперечные размеры пластины считаем бесконечными, а левая граница пластины проходит через точку $z = 0$. При прохождении заряженной частицы через пластину образуются переменные электромагнитные поля излучения как до пластины $(E_0(r, t), H_0(r, t))$ и за пластиной $(E'_0(r, t), H'_0(r, t))$, так и внутри пластины $(E''(r, t), H''(r, t), E'(r, t), H'(r, t))$.

Сила, действующая на пластину при прохождении через нее заряженной частицы, выражается следующей формулой [4, 5]:

$$F_i = \int \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} dv - \frac{1}{4\pi c} \int \frac{\partial}{\partial t} [EH]_i dv, \quad (1)$$

где T_{ik} — тензор плотности потока импульса, который идет на изменение импульса как вещества, так и электромагнитного поля. Вычитание второго члена в формуле (1) означает, что мы интересуемся лишь силой, действующей на среду, т. е. в нашем случае на пластину.

Применив к первому члену теореме Гаусса, получим

$$F_l = \oint T_{lk} n_k df - \frac{1}{4\pi c} \int \frac{\partial}{\partial t} [EH]_l dv, \quad (2)$$

где n_k — единичный вектор нормали к поверхности пластины.

Выражение для T_{lk} , которое справедливо при любом соотношении между индукциями и напряженностями поля (включая случаи, в которых проявляется дисперсия поляризуемости и магнитной восприимчивости среды, а также при наличии гистерезиса среды), имеет следующий вид [4]:

$$T_{lk} = \frac{1}{4\pi} (E_l D_k + H_l B_k) - \frac{1}{8\pi} \delta_{lk} (E^2 + BH - 4\pi BM), \quad (3)$$

где M — магнитный момент единицы объема, D и B — индукции электрического и магнитного полей.

Поскольку мы интересуемся заоптическими частотами, а учет отличия от единицы магнитной проницаемости является превышением точности уже при частотах, гораздо более низких, чем оптические [5], то в формуле [3] можно положить $M = 0$. С учетом этого формулу (3) можно записать в следующем виде:

$$T_{lk} = \frac{1}{4\pi} (E_l D_k + H_l H_k) - \frac{1}{8\pi} \delta_{lk} (E^2 + H^2). \quad (4)$$

Подставив (4) в формулу (2), получим

$$F = \frac{1}{4\pi} \oint [E(Dn) + H(Hn) - \frac{1}{2} (E^2 + H^2)n] df - \frac{1}{4\pi c} \int \frac{\partial}{\partial t} [EH] dv. \quad (5)$$

Электромагнитные поля, входящие в (5), представляют собой полные поля, т. е. поле заряда плюс поля излучения. Тогда в самой пластине для полей имеем

$$\begin{aligned} E(r, t) &= E_3(r, t) + E'(r, t) + E''(r, t), \\ H(r, t) &= H_3(r, t) + H'(r, t) + H''(r, t), \end{aligned} \quad (6)$$

которые на границах пластины принимают следующий вид [6]:

$$E_1(\rho, z=0, t) = \int [E_3(x, \omega) + E'(x, \omega) + E''(x, \omega)] e^{i(x\rho - \omega t)} \frac{dx d\omega}{v}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} E_2(\rho, z=a, t) &= \int [E_3(x, \omega) e^{i\frac{m}{v}a} + E'(x, \omega) e^{i\lambda a} + E''(x, \omega) e^{-i\lambda a}] \times \\ &\times e^{i(x\rho - \omega t)} \frac{dx d\omega}{v}, \end{aligned}$$

где

$$E_3(x, \omega) = \frac{i e}{2\pi^2 \varepsilon} \frac{\frac{\omega \varepsilon}{c^2} \mathbf{v} - \mathbf{k}}{\Lambda},$$

$$\begin{aligned}
 E_t(z, \omega) &= \frac{ie\kappa}{2\pi^2 F} [\rho^+ \gamma^- e^{i\frac{\omega}{v}a} + \rho^- \gamma^+ e^{i\lambda a}], \\
 E_t'(z, \omega) &= -\frac{ie\kappa}{2\pi^2 F} [\rho^+ \gamma^+ e^{-i\lambda a} + \rho^- \gamma^- e^{i\frac{\omega}{v}a}], \\
 E_n(z, \omega) &= \frac{\kappa}{\lambda} E_t(z, \omega), \quad E_n'(z, \omega) = -\frac{\kappa}{\lambda} E_t'(z, \omega); \\
 F &= (\rho^+)^2 e^{-i\lambda a} + (\rho^-)^2 e^{i\lambda a}, \quad \Lambda = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon, \quad \Lambda_0 = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2},
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 \rho^\pm &= \frac{1}{\lambda_0} \pm \frac{\varepsilon}{\lambda}, \quad \gamma^\pm = \frac{-\frac{v}{\omega} \pm \frac{\varepsilon}{\lambda}}{\Lambda_0} + \frac{\frac{v}{\omega} \mp \frac{1}{\lambda}}{\Lambda}, \\
 k^2 &= \frac{\omega^2}{v^2} + \kappa^2, \quad \lambda^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon - \kappa^2, \quad \lambda_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \kappa^2;
 \end{aligned}$$

κ и ρ — соответственно поперечные компоненты волнового вектора $\mathbf{k}$ и радиус-вектора $\mathbf{r}$.

Напряженности магнитного поля выражаются через напряженности электрического поля следующим образом:

$$\begin{aligned}
 H_{zt}(z, \omega) &= -\frac{\varepsilon}{c} E_{zt}(z, \omega), \\
 H_t'(z, \omega) &= \frac{\omega \varepsilon}{c \lambda} E_t'(z, \omega), \\
 H_t(z, \omega) &= -\frac{\omega \varepsilon}{c \lambda} E_t'(z, \omega), \\
 H_{zn} &= H_n' = H_n'' = 0.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Из формулы (5) с учетом (9) для силы, действующей по нормали к поверхности пластины, получаем

$$F_n = \frac{1}{4\pi} \oint \left(E_n D_n - \frac{E^2 + H^2}{2} \right) df - \frac{1}{4\pi c} \int \frac{\partial}{\partial t} [\mathbf{E}\mathbf{H}]_n dv. \tag{10}$$

Вычислим теперь импульс, полученный пластиной за все время пролета заряженной частицы:

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} F_n dt. \tag{11}$$

Взяв производную по t во втором члене выражения (10) и проинтегрировав по ω' с помощью функций $\delta(\omega \pm \omega')$, которые появляются при интегрировании по t , нетрудно видеть, что этот член обра-

щается в нуль. Далее, взяв интеграл по замкнутой поверхности и учитывая, что $E(-\kappa, -\omega) = E^*(\kappa, \omega)$, получаем

$$P = \frac{\pi^2}{2v^2} \int \left\{ [2\varepsilon'(\omega) - 1] [|E_{1n}(\kappa, \omega)|^2 - |E_{2n}(\kappa, \omega)|^2] - [|E_{1t}(\kappa, \omega)|^2 - |E_{2t}(\kappa, \omega)|^2] - [|H_{1t}(\kappa, \omega)|^2 - |H_{2t}(\kappa, \omega)|^2] \right\} d\kappa d\omega. \quad (12)$$

Подставляя в (12) значения фурье-компонент полей из (7), (8) и (9), получаем

$$P = P_1 + P_2, \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} P_1 = & -\frac{\pi^2}{v^2} \int \operatorname{Re} \left\{ \frac{(\varepsilon-1)(\lambda^2-\kappa^2)}{\lambda^2} E'_t E'^*_t - E'_{t3} (E'_t + E'_t) + \right. \\ & \left. + \frac{\omega}{v\lambda} [\varepsilon - (\varepsilon-1)(\varepsilon\beta^2-1)] E'_{t3} (E'_t - E'_t) \right\} d\kappa d\omega, \\ P_2 = & -\frac{\pi^2}{v^2} \int \operatorname{Re} \left\{ \left(1 - \frac{\omega}{v\lambda} [\varepsilon - (\varepsilon-1)(\varepsilon\beta^2-1)] \right) E'_{t3} E'_t e^{-i\left(\frac{\omega}{v} + \lambda\right)a} + \right. \\ & \left. + \left(1 + \frac{\omega}{v\lambda} [\varepsilon - (\varepsilon-1)(\varepsilon\beta^2-1)] \right) E'_{t3} E'_t e^{-i\left(\frac{\omega}{v} - \lambda\right)a} - \right. \\ & \left. - \frac{(\varepsilon-1)(\lambda^2-\kappa^2)}{\lambda^2} E'_t E'^*_t e^{2i\lambda a} \right\} d\kappa d\omega. \end{aligned} \quad (14)$$

В случае, когда $a=0$, получаем, как и следовало ожидать, $P=0$.

Когда же имеет место

$$\left(\frac{\omega}{v} - \lambda \right) a \gg 1, \quad (15)$$

т. е. толщина пластины больше, чем зона формирования переходного излучения в среде, то получаем

$$\begin{aligned} P_2 &= 0, \\ P_1 &= -\frac{e^2}{\pi^2 v^2} \int \frac{\kappa^2 d\kappa d\omega (1-\varepsilon)^2 \frac{\omega^2}{c^2} \left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon - \Lambda_0 \right)}{\frac{\omega\varepsilon}{v\lambda_0} \Lambda_0^2 \Lambda^2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Интегрируя (16) по переменным κ и ω методом Ландау [5, 6], находим

$$P = -\frac{2e^2\omega_0}{3c^2\sqrt{1-\beta^2}}, \quad (17)$$

где ω_0 — плазменная частота среды, $\beta = v/c$.

Нетрудно видеть, что если выражение (17) помножить на $v=c$, то, как и следовало ожидать, получим формулу переходного излуче-

ния с обратным знаком, поскольку согласно закону сохранения импульса импульс, полученный пластиной за все время пролета заряженной частицы, должен равняться импульсу переходного излучения с обратным знаком.

Таким образом, сила, действующая на пластину при прохождении заряженной частицы через нее, обусловлена образованием переходного излучения, а импульс пластины пропорционален энергии пролетающей заряженной частицы.

Автор выражает благодарность А. Ц. Амадуни за привлечение внимания к рассмотренной задаче и Г. М. Гарибяну за полезные обсуждения.

Ереванский физический институт

Поступила 16. VI. 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. И. А. Боршковский и др. ЖЭТФ, 63, 1337 (1972).
2. И. А. Ахиезер, В. Т. Лазурик-Эльмуфин. ЖЭТФ, 63, 1776 (1972).
3. Н. П. Калашников. Письма ЖЭТФ, 17, 435 (1973).
4. Я. И. Френкель. Электродинамика, ОНТИ, 1935, т. 2.
5. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, М., 1957.
6. Г. М. Гарибян, М. М. Мурадян. Изв. АН АрмССР, Физика, 1, 310 (1966).

ԹԻՔԵՂԻ ՎՐԱ ԱԶԴՈՂ ՈՒԺԸ, ԵՐԲ ՆՐԱ ՄԻՋՈՎ ԱՆՑՆՈՒՄ Է
ՌԵԼԱՏԻՎԻՍՏԻԿ ԼԻՑԲԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿ

Մ. Մ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ

Ցույց է տրված, որ թիթեղի միջով ուղիարկվող լիցքավորված մասնիկի անցման ժամանակ վերջինիս վրա ազդում է ետհարվածի ուժ, պայմանավորված անցումային ճառագայթման առաջացումով: Իսկ իմպուլսը, որը ստանում է թիթեղը լիցքավորված մասնիկի ամբողջ շարժման ընթացքում, համեմատական է այդ մասնիկի էներգիային:

THE FORCE ACTING ON THE PLATE AT THE PASSAGE OF A CHARGED RELATIVISTIC PARTICLE

M. M. MURADYAN

It is shown, that the force acting on the plate at the passage of a charged relativistic particle is the recoil force due to the generated transition radiation and the momentum accepted by the plate is proportional to the particle energy.