

РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, ОБРАЗУЕМОЕ АТОМОМ И ДВУХАТОМНОЙ МОЛЕКУЛОЙ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЕЙ

А. С. АМБАРЦУМЯН, ЯН ШИ

Проведено исследование тормозного излучения отдачи групп электронов, составляющих атом или двухатомную молекулу, возникающего при взаимодействии с ультрарелятивистской частицей, в зависимости от их расположения относительно траектории заряда. Показано, что для длин волн, много больших размеров молекулы, сечение образования излучения на двухатомной молекуле почти в четыре раза больше аналогичного сечения для одного атома. Вычислена поправка к сечению для молекулы, обусловленная интерференцией излучений от каждого из атомов. Указано одно астрофизическое применение результатов настоящей работы.

В работе [1] были получены формулы для рентгеновского излучения отдачи электронов отдельных атомов или молекул при взаимодействии с равномерно и прямолинейно движущейся ультрарелятивистской заряженной частицей. Было проведено исследование этого излучения при различных значениях параметра $Q = \omega r/c$, где ω — частота излучения, r — размер атома или молекулы. Отмечалось, что переходное излучение на макроскопических объектах складывается из таких „первичных“ излучений.

В настоящей работе проведено более детальное, чем в [1], исследование указанного излучения в случае $Q \ll 1$ для атома и двухатомной молекулы в зависимости от их расположения относительно траектории ультрарелятивистского заряда. Показано, что в рассматриваемом случае сечение образования излучения на двухатомной молекуле почти в четыре раза больше соответствующего сечения для одного атома. Учет интерференции излучений от каждого из атомов приводит к поправкам порядка нескольких процентов в зависимости от конкретного распределения электронов в атомах.

1. Исходные формулы

В работе [1] методом теории возмущений была получена формула для фурье-компонент рассеянного поля, образуемого быстрой заряженной частицей, равномерно и прямолинейно пролетающей вблизи атома (или молекулы):

$$E_{\text{рас.}}(x, z, \omega) = A \int f(R') \left| \frac{\omega}{v\gamma} \right| \left\{ \rho_0 + \rho' - \frac{kc^2}{\omega^2} (x(\rho_0 + \rho')) \right\} \times \quad (1)$$

$$\times K_1 \left(\left| \frac{\omega(\rho_0 + \rho')}{v\gamma} \right| \right) \exp \{ -ix(\rho_0 + \rho') + i(\omega/v - \lambda_0)(z_0 + z') \} \frac{d\rho' dz'}{|\rho_0 + \rho'|},$$

где $f(R')$ — функция распределения электронной плотности, нормированная так, что

$$N = \int_V f(R) dR$$

дает общее число электронов внутри атома (или молекулы), ρ_0 и z_0 — поперечная и продольная по направлению движения заряда компоненты радиус-вектора R_0 центра атома (или молекулы), x — поперечная компонента волнового вектора k , γ и v — лоренц-фактор и скорость заряженной частицы. Кроме того

$$\lambda_0 = (\omega/c) (1 - c^2 x^2 / \omega^2)^{1/2},$$

$$A = -i\omega_0^2 e V \exp(i\lambda_0 z) / N c^2 v \lambda_0,$$

$$\omega_0 = (4\pi N e^2 / m V)^{1/2}.$$

Пусть выполняется условие

$$Q = \frac{\omega r}{c} \ll 1. \quad (2)$$

Оно означает, что длина волны излучения много больше размера объекта. С другой стороны, для применимости формулы (1) необходимо выполнение следующих двух неравенств:

$$\omega_0 \ll \omega \quad (2')$$

и (см. [1])

$$\frac{\omega_0^2 r}{\omega c} \ll 1.$$

Легко убедиться, что последнее неравенство вытекает из условий (2) и (2'). Оба эти условия выполняются для легких атомов и молекул (водород, гелий), если рассматривать область мягких рентгеновских лучей с энергией порядка нескольких сотен эв до одного кэв. Кроме того, будем считать, что

$$\omega |\rho_0 + \rho'| / v \gamma \ll 1 \quad (|\rho'| \leq r),$$

и для функции K_1 ограничимся ее главным членом

$$K_1 \left(\frac{\omega |\rho_0 + \rho'|}{v \gamma} \right) \approx \frac{v \gamma}{|\rho_0 + \rho'| \omega}.$$

В противном случае функция K_1 экспоненциально мала.

При выполнении неравенства (2) экспоненту в формуле (1) можно разложить в ряд по степеням аргумента и почленно проинтегрировать. В результате получим

$$E_{\text{рас.}}(x, z, \omega) = E_0 + E_1, \quad (3)$$

где индексы 0 и 1 указывают на соответствующий член разложения,

$$E_0 = A \exp \left[-i \kappa \rho_0 + i \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_0 \right) z_0 \right] \times \\ \times \int \left[\rho_0 + \rho' - \frac{\kappa c^2}{\omega^2} (\kappa (\rho_0 + \rho')) \right] \frac{d\rho' dz'}{|\rho_0 + \rho'|^2} f(R'), \quad (4)$$

а E_1 определяется аналогичной формулой с дополнительным множителем $[-i[\kappa \rho' - (\omega/v - \lambda_0) z']]$ в подынтегральной функции. Вообще говоря, в разложении (3) главным является член E_0 . Однако нетрудно убедиться, что если распределение электронной плотности обладает центром симметрии, то при пролете заряда через этот центр величина E_0 тождественно обращается в нуль и главным в разложении (3) становится член E_1 .

Ниже рассмотрим два конкретных случая.. атом и двухатомную молекулу.

2. А т о м

Для простоты будем считать функцию распределения электронной плотности постоянной внутри сферической области с радиусом r , т. е.

$$f(R) = \begin{cases} N/V & \text{при } R \leq r \\ 0 & \text{при } R > r. \end{cases}$$

При этом интеграл (4) вычисляется явно. В результате имеем

$$\begin{aligned} E_0^x &= C \sin^2 \vartheta \sin \varphi \cos \varphi F_0(\rho_0/r), \\ E_0^y &= -C (1 - \sin^2 \vartheta \cos^2 \varphi) F_0(\rho_0/r), \\ E_0^z &= C \sin \vartheta \cos \vartheta \cos \varphi F_0(\rho_0/r), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$C = \frac{4\pi i \omega_0^2 e r^2}{3c^2 v \lambda_0} \exp \left\{ i \left[\lambda_0 z - \kappa \rho_0 + \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_0 \right) z_0 \right] \right\}, \quad (6)$$

$$F_0(x) = \begin{cases} \frac{1 - (1 - x^2)^{3/2}}{x} & \text{при } x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{при } x \geq 1. \end{cases} \quad (7)$$

Аналогично получаем выражения для компонент E_1 :

$$\begin{aligned} E_1^x &= \frac{iCQ}{2} \sin \vartheta \sin \varphi [\cos^2 \vartheta F_1(x) + (1 + \sin^2 \vartheta \cos 2\varphi) F_2(x)], \\ E_1^y &= \frac{iCQ}{2} \sin \vartheta \cos \varphi [\cos^2 \vartheta F_1(x) - (1 - \sin^2 \vartheta \cos 2\varphi) F_2(x)], \\ E_1^z &= -\frac{iCQ}{2} [F_1(x) - \cos 2\varphi F_2(x)] \cos \vartheta \sin^2 \vartheta, \end{aligned} \quad (8)$$

$$F_1(x) = \begin{cases} (1-x^2)^{3/2} & \text{при } x < 1 \\ 0 & \text{при } x \geq 1, \end{cases} \quad (9)$$

$$F_2(x) = \begin{cases} \frac{2 - (2+3x^2)(1-x^2)^{3/2}}{5x^2} & \text{при } x < 1 \\ \frac{2}{5x^2} & \text{при } x \geq 1. \end{cases}$$

Спектральное распределение интенсивности излучения, проходящего через плоскость $z = \text{const} \geq z_0$ за все время пролета заряда, определяется по формуле

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{\omega^2}{(2\pi)^4 c} \int |\mathbf{E}_{\text{рас.}}(\mathbf{x}, z, \omega)|^2 \cos^2 \vartheta \sin \vartheta d\vartheta d\varphi. \quad (10)$$

Легко убедиться, что

$$|\mathbf{E}_{\text{рас.}}(\mathbf{x}, z, \omega)|^2 = |\mathbf{E}_0|^2 + |\mathbf{E}_1|^2. \quad (11)$$

Подставляя (5) и (8) в (11) и последнее в (10), получаем формулу для частотно-углового распределения интенсивности излучения:

$$\begin{aligned} \frac{dW}{d\omega} = D \int \left\{ f_0(\vartheta, \varphi) F_0^2(\rho_0/r) + \frac{Q^2}{4} [f_1(\vartheta, \varphi) F_1^2(\rho_0/r) + \right. \\ \left. + 2f_2(\vartheta, \varphi) F_1(\rho_0/r) F_2(\rho_0/r) + f_3(\vartheta, \varphi) F_2^2(\rho_0/r)] \right\} \sin \vartheta d\vartheta d\varphi, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$D = \frac{\omega_0^4 e^2 r^4}{9 c^5 \pi^2},$$

$$\begin{aligned} f_0(\vartheta, \varphi) &= 1 - \sin^2 \vartheta \cos^2 \varphi, \\ f_1(\vartheta, \varphi) &= \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta, \\ f_2(\vartheta, \varphi) &= -\sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta \cos 2\varphi, \\ f_3(\vartheta, \varphi) &= \sin^2 \vartheta (1 - \sin^2 \vartheta \cos^2 2\varphi). \end{aligned} \quad (13)$$

Проинтегрировав (12) по углам ϑ и φ , получаем частотное распределение интенсивности излучения:

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{4\pi D}{3} \left\{ F_0^2(\rho_0/r) + \frac{Q^2}{20} [3F_2^2(\rho_0/r) + F_1^2(\rho_0/r)] \right\}. \quad (14)$$

Из (7) и (9) при $\rho_0 \ll r$ имеем

$$\begin{aligned} F_0(\rho_0/r) &\approx \frac{3}{2} \frac{\rho_0}{r}, \quad F_1(\rho_0/r) \approx 1 - \frac{3}{2} \left(\frac{\rho_0}{r} \right)^2, \\ F_2(\rho_0/r) &\approx \frac{3}{10} \left(\frac{\rho_0}{r} \right)^2. \end{aligned}$$

Подставляя эти выражения в (14), при $\rho_0 \ll r$ получаем



$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{dW^c}{d\omega} \left(1 + \frac{45}{Q^2} \left(\frac{\rho_0}{r} \right)^2 + \dots \right), \quad (15)$$

где

$$\frac{dW^c}{d\omega} = \frac{\pi/15 Q^2}{15} \quad (16)$$

есть интенсивность при „центральной“ столкновении заряда с атомом [1].

Зависимость интенсивности излучения от параметра ρ_0/r , вычисленная согласно формулам (14) и (15) для двух значений Q , представлена графически на рис. 1.

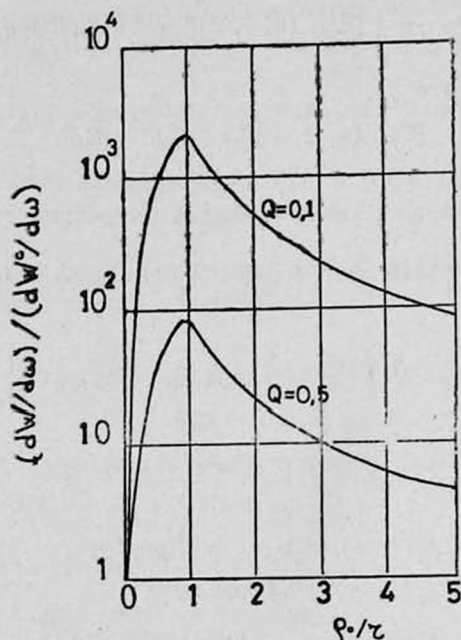


Рис. 1. Зависимость интенсивности излучения, образованного на атоме, от отношения прицельного расстояния к радиусу атома для двух значений Q .

Вычислим сечение образования излучения с учетом E_1 :

$$d\sigma = \frac{1}{\hbar\omega} \left(\int \frac{dW}{d\omega} d\rho_0 \right) d\omega. \quad (17)$$

Воспользовавшись для $dW/d\omega$ формулой (14) и интегрируя по ρ_0 от нуля до величины порядка v_1/ω , получаем

$$d\sigma_{\text{ат.}} = \frac{16 N^2 r_e^2}{3 \cdot 137 \omega} \left(\ln \frac{v_1}{\omega r} + 0,3637 + \frac{Q^2}{40} \right) d\omega, \quad (18)$$

где $r_e = e^2/mc^2$ — классический радиус электрона. Два последних члена в скобках выражения (18) (второй из них соответствует учету E_1) являются поправочными, и их величина зависит от конкретного выбора модели распределения электронов в атоме.

3. Двухатомная молекула

Рассмотрим молекулу, состоящую из двух одинаковых атомов с радиусом r , расположенных на расстоянии $2r$ друг от друга. Функция распределения электронной плотности в этой модели имеет вид

$$f(\mathbf{R}) = \begin{cases} N/V & \text{при } |\mathbf{R} - \mathbf{r}_1| \leq r \text{ или } |\mathbf{R} - \mathbf{r}_2| \leq r \\ 0 & \text{при } |\mathbf{R} - \mathbf{r}_1| > r \text{ и } |\mathbf{R} - \mathbf{r}_2| > r, \end{cases} \quad (19)$$

где $\mathbf{r}_1 = -\mathbf{r}_2$ — вектор, проведенный из точки соприкосновения атомов (центра молекулы) в центр одного из атомов.

Вычислим по формуле (4) поле излучения. При этом будем рассматривать общий случай произвольной ориентации молекулы относительно траектории заряженной частицы. Через центр молекулы C построим плоскость, перпендикулярную траектории заряда. Положение молекулы описывается углом ψ наклона оси молекулы относительно построенной поперечной плоскости, вектором ρ_0 , проведенным из центра молекулы C к точке O пересечения траектории заряда с поперечной плоскостью („след“ заряда), и углом α между проекцией C_1C_2 оси молекулы и указанным вектором ρ_0 (см. рис. 2).

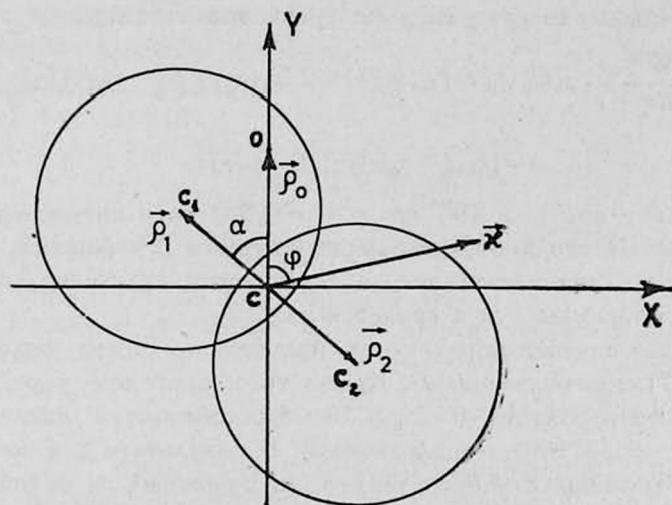


Рис. 2. Проекция двухатомной молекулы на плоскость, перпендикулярную к траектории заряда.

Подставляя (19) в (4) и интегрируя по всей молекуле, получаем:

$$\begin{aligned} E_0^x &= C [g_1(-\rho_0/r) G_0(-\rho_0/r) - g_1(\rho_0/r) G_0(\rho_0/r)], \\ E_0^y &= C [g_2(-\rho_0/r) G_0(-\rho_0/r) - g_2(\rho_0/r) G_0(\rho_0/r)], \\ E_0^z &= -C [g_3(-\rho_0/r) G_0(-\rho_0/r) - g_3(\rho_0/r) G_0(\rho_0/r)], \end{aligned} \quad (20)$$

где

$$G_0(x) = \begin{cases} \frac{1 - (1 - g_0(x))^{3/2}}{g_0(x)} & \text{при } g_0(x) < 1 \\ \frac{1}{g_0(x)} & \text{при } g_0(x) \geq 1, \end{cases}$$

$$g_0(x) = x^2 + \cos^2 \psi + 2x \cos \psi \cos \alpha,$$

$$g_1(x) = \cos \psi \sin \alpha - x \sin \varphi \cos \varphi \sin^2 \vartheta - \cos \psi \sin^2 \vartheta \sin \varphi \cos(\alpha - \varphi), \quad (21)$$

$$g_2(x) = x + \cos \psi \cos \alpha - x \cos^2 \varphi \sin^2 \vartheta - \cos \psi \sin^2 \vartheta \cos \varphi \cos(\alpha - \varphi),$$

$$g_3(x) = \sin \vartheta \cos \vartheta [x \cos \varphi + \cos \psi \cos(\alpha - \varphi)],$$

ϑ и φ — полярный и азимутальный углы излучения, причем последний отсчитывается от вектора ρ_0 .

Заметим, что при $\rho_0/r \rightarrow 0$ компоненты поля излучения E_0 согласно формулам (20) обращаются в нуль. Тогда необходимо учесть следующий член разложения E_1 . Однако за исключением случая, когда заряд пролетает в непосредственной окрестности центра молекулы, так что $\rho_0/r \lesssim Q$, формулы дают весьма хорошее приближение.

Подставляя формулы (20) в (11) и (10) и интегрируя по ϑ и φ , получаем частотное распределение интенсивности в зависимости от ориентации молекулы относительно траектории частицы:

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{dW^{nc}}{d\omega} \frac{\rho_0^2}{r^2} \{ [G_0(\rho_0/r)]^2 g_0(\rho_0/r) + 2 G_0(\rho_0/r) G_0(-\rho_0/r) h_0(\rho_0/r) + \\ + [G_0(-\rho_0/r)]^2 g_0(-\rho_0/r) \}, \quad (22)$$

где $h_0(x) = x^2 - \cos^2 \psi$, а $dW^{nc}/d\omega = 4\pi r^2 D/3\rho_0^2$ есть интенсивность при „нецентральной“ столкновении заряда с атомом [1]. Анализ формулы (22) показывает, что зависимость интенсивности излучения от углов ориентации молекулы ψ и α является слабой.

Вычислим сечение образования излучения. Будем исходить из формулы (17), где $d\rho_0 = \rho_0 d\varphi_0 dz$. Кроме того, проведем усреднение по углу ψ . Расчет в области $0 \leq \rho_0 \leq 10r$ был выполнен численно, а в области $10r \leq \rho_0 \leq v\gamma/\omega$ — аналитически. В результате для сечения образования излучения с учетом квантов, испущенных в заднюю полу-сферу (результативно это выражается в удвоении сечения), имеем

$$d\sigma_{\text{мол.}} = \frac{16 \cdot 4 \pi r_e^2 N^2}{3 \cdot 137 \omega} \left(\ln \frac{\gamma v}{\omega r} - 0,0272 \right). \quad (23)$$

Из сравнения формул (23) и (18) видно, что сечение $d\sigma_{\text{мол.}}$ образования излучения на двухатомной молекуле больше аналогичного сечения $d\sigma_{\text{ат.}}$ на одном атоме почти в четыре раза. Такой результат естественен, так как при выполнении условия (2) все электроны излучают практически когерентно. Поскольку в двухатомной молекуле число электронов вдвое больше, чем в одном атоме, то соответствующее сечение должно быть в четыре раза больше. Однако расчет, про-

веденный в настоящей работе, показывает, что на самом деле из-за интерференции это отношение несколько меньше четырех:

$$\frac{d\sigma_{\text{молекула}}}{d\sigma_{\text{атом}}} = 4 \left\{ 1 - \frac{0,3909}{\ln \frac{v}{\omega r} + 0,3637} \right\}. \quad (24)$$

Поскольку большая величина $\gamma v/\omega r$ находится в аргументе логарифма, то, например, при $\gamma v/\omega r \sim 10^3$ поправка может составлять порядка 5%. Из вывода формулы (22) видно, что указанная поправка зависит от выбора конкретных моделей молекулы и атома.

Можно указать на одно астрофизическое применение настоящей работы. При прохождении быстрой заряженной частицы через разреженное молекулярное или атомарное облако [2] образуется рентгеновское переходное излучение [3]. Из формулы (24) следует, что в области длинных рентгеновских волн для одного и того же количества вещества молекулярное облако должно излучать примерно в два раза интенсивнее атомарного. Следовательно, если оценена общая масса облака, то из результатов наблюдения рентгеновского переходного излучения, образованного в облаке, можно сделать определенные выводы о доле вещества, находящегося в молекулярном состоянии.

Авторы признательны Г. М. Гарибяну за полезные обсуждения и постоянное внимание к работе.

Ереванский физический институт

Поступила 26.VI.1976

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. А. С. Амбарцумян, Г. М. Гарибян, Ян Ши. Изв. АН АрмССР, Физика, 10, 4 (1975).
2. Р. М. Solomon. Physics Today, 26 (3), 32 (1973).
3. Г. Г. Бахшян, Г. М. Гарибян, Ян Ши. Астрофизика, 9, 371 (1973); 10, 93 (1974).
4. Г. М. Гарибян, Ян Ши. Астрофизика, 11, 153 (1975).

ԳԵՐԱՐԱԳ ԼԻՑԻԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿԻ ՀԵՏ ԱՏՈՄԻ
ԵՎ ԵՐԿԱՏՈՄ ՄՈԼԵԿՈՒԼԻ ՓՈԽԱԶԳԵՑՈՒԹՅԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ
ԱՌԱՋԱՑՈՂ ՌԵՆՏԳԵՆՆԱԿԱՆ ՃԱՌԱԳԱՅՈՒՄԸ

Ա. Ս. ՀԱՄԲԱՐՑՈՒՄՅԱՆ, ՅԱՆ ՇԻ

Ուսումնասիրված է ատոմի և երկատոմ մոլեկուլի էլեկտրոնների հետհարվածի ժամանակ առաջացող արդելական ճառագայթումը, կախված փոխազդող գերարագ մասնիկի հետագծի նկատմամբ վերահիշյալ էլեկտրոնների բաշխումից: Ցույց է տրված, որ երբ ճառագայթման ալիքի երկարությունը գերազանցում է մոլեկուլի չափսերը, երկատոմ մոլեկուլի վրա առաջացող ճառագայթման կտրվածքը գրեթե չորս անգամ դերակշռում է ատոմի համար համապատասխան կտրվածքը: Հաշվի է առնված նաև երկատոմ մոլեկուլից առաջացած ճառագայթման ինտերֆերենցիոն բնույթը: Ցույց է տրված արդյունքների ֆիզիկական կիրառման մի հնարավորություն:

X-RAY RADIATION EMITTED BY ATOM AND DIATOMIC MOLECULE INTERACTING WITH ULTRARELATIVISTIC CHARGED PARTICLE

A. S. AMBARTSUMYAN, C. YANG

Investigation of the bremsstrahlung of recoil atomic or molecular electrons generated at the interaction with an ultrarelativistic charge in flight is carried out in dependence of their orientation relative to the charge trajectory. It is shown that for wavelengths much more than the molecular size, the cross section of radiation on the diatomic molecule is nearly four times as big as the corresponding one-atom cross section. The correction for the molecule cross section due to the interference of radiation from each atom is calculated. One astrophysical application of the present paper results is pointed out.