

ВЗАИМОФОКУСИРОВКА МОЩНОГО ПРОДОЛЬНОГО ЗВУКА В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ

В. С. САРДАРЯН, А. В. ШЕКОЯН

С учетом кубических членов в разложении упругой энергии по тензору деформации получены укороченные уравнения в случае, когда в нелинейной среде распространяются три интенсивных трехмерных пучка, причем $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$. Показано, что при этом проявляются новые эффекты: взаимофокусировка и каналирование пучков.

Нелинейные акустические эффекты при распространении мощного звука через среду представляют непосредственный практический и теоретический интерес. Общеизвестно, например, появление гармоник, взаимодействие двух, трех и более волн. В большом классе задач в теории нелинейных звуковых волн важное значение имеют трехволновые резонансные взаимодействия (в которых частота и волновые векторы волн связаны соотношениями $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ и $k_1 + k_2 = k_3$).

В настоящей статье рассматриваются дифракционные явления при резонансном взаимодействии модулированных волн, в частности волновых пучков, с учетом нелинейных свойств среды. Оказывается, что при учете ангармонизма третьего порядка в разложении упругой энергии по степеням тензора деформации для достаточно интенсивных пучков возникают новые эффекты: волны приобретают сходящиеся фронты, взаимофокусируются все три пучка, при определенных условиях ($I_3 < 0$) пучки распространяются в виде связанных волноводов. Эти звуковые эффекты в некотором смысле аналогичны оптическим [1, 2].

Физическая суть вышеупомянутых явлений связана с ангармоническими силами. При прохождении через нелинейную среду трех волн имеем

$$S = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^3 S_l + \text{комп. сопр.};$$

из-за ангармонизма в среде возникают волны с амплитудами $S_1 S_2$, $S_3 S_1$, $S_3 S_2$. В поле интенсивной волны S_3 дифракционно расходящаяся волна S_2 возбуждает волну $S_3 S_2$ со сходящимся фронтом, которая в свою очередь стремится сфокусировать волну S_1 , и наоборот, расходящаяся волна S_1 оказывает фокусирующее действие на волну S_2 , а затем пучки захватываются в связанные волноводы.

Учитывая ангармонизм до третьего порядка в разложении упругой энергии по степеням тензора деформации, нетрудно получить уравнение для продольных волн, распространяющихся по одной из осей координат, для определенности скажем по оси x . Это уравнение имеет следующий вид:

$$\rho \ddot{S}' - c \frac{\partial^2 S'}{\partial x^2} = d \frac{\partial^2 (S')^2}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где S' — деформация ($S' = \frac{\partial u_x}{\partial x}$, u_x — смещение), c и d — соответственно первая и вторая константы в разложении упругой энергии по степеням тензора деформации.

Обобщим (1) на трехмерный случай следующим образом: написав уравнение (1) для продольных волн, распространяющихся по осям x , y , z , и сложив эти уравнения, получим

$$\rho \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} - c \Delta S = d \Delta S^2, \quad (2)$$

где

$$S(x, y, z) = S'(x) + S''(y) + S'''(z).$$

Решение (2) ищем в виде

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + A_1 A_2 \exp[i(\omega_1 t - k_1 z + k_2 z)] + A_3 A_1^* \exp[i(\omega_2 t - k_2 z - k_3 z)] + A_3 A_2^* \exp[i(\omega_1 t - k_1 z - k_3 z)], \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} S_1 &= A_1(x, y, z) \exp[i(\omega_1 t - k_1 z)], \\ S_2 &= A_2(x, y, z) \exp[i(\omega_2 t - k_2 z)], \\ S_3 &= A_3(x, y, z) \exp[i(\omega_3 t - k_3 z)], \end{aligned} \quad (4)$$

$A_j = A_{0j} \exp(-i\varphi_j)$ — комплексная медленно меняющаяся амплитуда, $j = 1, 2, 3$, φ_j — фаза амплитуды, $k = k_3 - k_2 - k_1$ — расстройка волновых векторов.

Подставив (3) и (4) в (2) и учитывая неравенства

$$\left| \frac{\partial^2 A_j}{\partial z^2} \right| \ll k_j \left| \frac{\partial A_j}{\partial z} \right| \ll k_j^2 |A_j|, \quad (5)$$

обычным способом, как это сделано в [3], получаем укороченные уравнения

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + i D_1 \Delta_{\perp} A_1 = -i \gamma_1 A_3 A_2^* e^{-ikz}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + i D_2 \Delta_{\perp} A_2 = -i \gamma_2 A_3 A_1^* e^{-ikz}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial z} + i D_3 \Delta_{\perp} A_3 = \gamma_3 A_1 A_2 e^{ikz}, \quad (8)$$

где

$$D_j = \frac{1}{2k_j}, \quad \Delta_{\perp} \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad \gamma_j = \frac{d\omega_j}{2cv}, \quad v — \text{скорость звука.}$$

Неравенства (5) вытекают из факта, что изменение амплитуды по направлению распространения пучка меньше, чем поперек пучка, а

также отражают малую нелинейность. Итак, мы пришли к уравнениям (6) — (8), которые внешне полностью совпадают с соответствующими уравнениями оптики [4], и поэтому можно ожидать явлений, аналогичных таковым в оптике.

Как известно, при прохождении интенсивного звука ангармонизм приводит к появлению взаимодействующих гармоник. От них можно избавиться, выбирая надлежащим образом материалы, в которых „не-
нужные“ гармоники резонансно поглощаются [4].

Уравнения (6) — (8) имеют несколько интегралов движения [1]. Один из них имеет важное значение для вышеупомянутых эффектов. Это интеграл фазового рассинхронизма

$$I_3 = \iint \left[\sum_{j=1}^3 \frac{D_j}{\gamma_j} |\Delta_{\perp} A_j|^2 - \frac{k}{\gamma_3} A_{03} - 2 A_{01} A_{02} A_{03} \cos \Phi \right] dx dy,$$

где $\Phi = \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3 - kz$ — разность фаз, определяющая направление и скорость перекачки энергии между волнами.

В случае, когда $D_j = 0$ и

$$\Phi(r, 0) = 0, A_1(r, 0) = A_2(r, 0) \ll A_3(r, 0), \quad (9)$$

точное решение системы уравнений (6) — (8) известно [4].

В общем случае решения этой системы пока не получены. Однако некоторые особенности распространения звука можно выявить, не решая эту систему. Будем предполагать, что условия (9) выполнены, а профиль амплитуды имеет вид

$$A_{0j} = E_j \exp \left\{ -\frac{r^2}{a^2} \left(1 - \frac{i a_{0j}}{a_{gj}} \right) - i \varphi_{0j} \right\},$$

где a_{0j} — начальная расходимость, $a_{gj} = 2/(k_j a_j)$, φ_{0j} — начальная фаза.

Тогда при выполнении неравенства

$$I_3 < \frac{1}{3} M I_1, \quad (10)$$

где

$$I_1 = \int \sum_{j=1}^3 |A_{0j}|^2 r^{q-1} dr, \quad M = \sum_{j=1}^3 \max_r A_{0j},$$

$q = 1$ соответствует одномерному пучку $\left(\Delta_{\perp} \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right)$, а $q = 2$ — двумерному пучку $\left(\Delta_{\perp} \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + r^{-1} \frac{\partial}{\partial r} \right)$, в среде развивается взаимофокусировка пучков.

Пороговому условию (10) соответствует критическая амплитуда для третьей волны

$$A_{кр. 3} = \frac{12 D_3}{\gamma_3 a_3^2} \left(1 + \frac{a_{03}^2}{a_{g3}^2} \right). \quad (11)$$

Взаимофокусировка возникает при $A > A_{кр. 3}$.

При $I_3 < 0$ амплитуды ограничены снизу [1, 2]:

$$\max_r A_{0j}(r, z) > \frac{|I_3|}{I_1},$$

что означает, что пучки входят в волноводный режим. Критическая амплитуда для самозахвата в волноводный режим для гауссовых пучков при $E_j = E$, $a_j = a$, $a_{0j} = 0$ и $\cos \Phi_0 = 1$ равна

$$A'_{кр. j} = \frac{c(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2)}{\pi^2 da^2}. \quad (12)$$

Приведем оценки амплитуд. Когда частота третьей волны принимает значения $\gamma_3 = 10^9$ μ или $\gamma_3 = 10^8$ μ , а $a_3 = 0,1$ см, из (11) соответственно получаем $A_{кр. 3} \approx 10^{-2}$ и $A_{кр. 3} \approx 0,1$. В случае $\lambda_1 = 10^{-4}$ см, $\lambda_2 = 10$ см, $\lambda_3 = 1$ см и $a = 10^3$ см по формуле (12) имеем $A_{кр. j} \approx 0,3$.

Армянский государственный университет

им. Х. Абовяна

Поступила 30.IV.1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Н. Карамзин, А. П. Сухоруков. ЖЭТФ, 68, 834 (1975).
2. Ю. Н. Карамзин, А. П. Сухоруков. Письма ЖТФ, 1, 737 (1975).
3. С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов. Проблемы нелинейной оптики. Изд. ВИНТИ, М., 1964.
4. Н. Бломберг. Нелинейная оптика, Изд. Мир, М., 1966.

ՀԱՐՈՐ ԵՐԿԱՅՆԱԿԱՆ ՉԱՅՆԻ ՓՈԽԱԴԱՐՁ ՖՈԿՈՒՍԱՑՈՒՄԸ ՈՋ ԳԵՄԱՅԻՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Վ. Ս. ՍԱՐԴԱՐՅԱՆ, Ա. Վ. ՇԵԿՈՅԱՆ

Հաշվի առնելով առաձգական էներգիայի ըստ զեֆորմացիայի տենզորի շարքի երրորդ անդամը ներառելով, ստացված են կարճեցված հավասարումներ, երբ ոչ գծային միջավայրով տարածվում են երեք ինտենսիվ եռաչափ փնջեր, ըստ որում $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$: Ցույց է տրված, որ առաջանում են նոր էֆեկտներ՝ փնջերի փոխադարձ ֆոկուսացում և խողովակում:

MUTUAL FOCUSING OF AN INTENSIVE LONGITUDINAL SOUND WAVE IN A NON-LINEAR MEDIUM

V. S. SARDARYAN, A. V. SHEKOYAN

Taking the account of cubic terms in the expansion of elastic energy into the deformation tensor, concise equations are obtained for the case of propagation of three intensive three-dimensional beams in a non-linear medium when $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$. New effects are shown to arise: the mutual focusing and the canalization of beams.