

## НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В НАМАГНИЧЕННОМ ФЕРРОМАГНЕТИКЕ

О. С. ЕРИЦЯН

Рассмотрены особенности распространения электромагнитных волн, преломленных в намагниченную ферромагнитную среду. Показано, что в некоторых направлениях распространения преломленной волны, соответствующих совпадению корней дисперсионного уравнения, нормальная компонента групповой скорости обращается в нуль, хотя волны распространяются вглубь среды без затухания; выяснен характер обращения в нуль указанной компоненты. Рассмотрена граничная задача определения амплитуд в связи с тем, что в точке совпадения корней дисперсионного уравнения две эллиптически-поляризованные волны сливаются в одну и возникает несоответствие между числом неизвестных амплитуд и числом граничных условий. Обсуждается возможность модуляции оптических характеристик среды.

1. Дисперсионное уравнение для анизотропных и гироатропных сред дает, вообще говоря, два значения волнового вектора для волн, распространяющихся в одном направлении. Эти волны отличаются поляризацией и у каждой из них имеется по одной независимой компоненте поля (электрического или магнитного). При определении амплитуд полей отраженной и преломленных волн приходим к системе уравнений, число которых равно числу независимых компонент. Однако в определенных условиях это соответствие может нарушаться, если дисперсионное уравнение имеет кратные корни [1, 2]. В таком случае среда обнаруживает интересные особенности. В [3] такая ситуация осуществляется в поглощающих кристаллах; наряду с обычными нормальными волнами автор приходит к существованию волн нового типа. Кратные корни могут появляться также в плазме [4] и гироанизотропной среде [2] (магнитоактивная среда с анизотропией как диэлектрических, так и магнитных свойств). В [2] рассмотрена ситуация совпадения корней дисперсионного уравнения для непоглощающей гироанизотропной среды при распространении волн вдоль намагничивающего поля; вектор Пойнтинга в точке совпадения корней дисперсионного уравнения равен нулю вследствие параллельности векторов напряженности электрического и магнитного полей. Проблема определения полей в этой работе решена без введения новых волн [3], в соответствии с тем, что они не могут возникать в отсутствие поглощения [1]. Особенности распространения электромагнитных волн в упомянутых и рассматриваемом ниже случаях обусловлены совпадением корней дисперсионного уравнения, однако в каждом из случаев имеется своеобразная физическая картина распространения волны.

В настоящей работе рассматривается распространение волны в магнитоактивной ферромагнитной среде со скалярной диэлектрической

проницаемостью при произвольном угле между внешним полем и направлением распространения волны. В разделе 2 исследованы условия совпадения корней дисперсионного уравнения, что может осуществляться в разных направлениях распространения волн и при разных частотах. Поток энергии в направлении, перпендикулярном к границе, при этом обращается в нуль, что обусловлено разностью фаз между компонентами векторов электрического и магнитного полей, а сами эти векторы в отличие от случая, рассмотренного в [2], остаются перпендикулярными друг к другу.

В разделе 3 исследован закон обращения в нуль  $z$ -компоненты групповой скорости. В конце рассмотрена граничная задача в связи с определением полей в точке совпадения корней дисперсионного уравнения. Разобраны некоторые амплитудные соотношения.

2. Пусть на намагниченную вдоль оси  $z$  (до насыщения) ферромагнитную среду со скалярной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2$  и магнитной проницаемостью  $\mu_{2ik}$ , занимающую область пространства  $0 \leq z \leq d$ , из области  $z < 0$  падает плоская волна

$$E(r, t) = E \exp i(k_x x + k_z z - \omega t). \quad (1)$$

Отличные от нуля компоненты тензора  $\mu_{2ik}$  задаем в виде [5, 6]

$$\begin{aligned} \mu_{2xx} &= \mu_{2yy} = 1 + a(1 - x^2)^{-1}, \\ \mu_{2xy} &= -\mu_{2yx} = ig = iax(1 - x^2)^{-1}, \\ \mu_{2zz} &= \mu_3 = 1, \quad x = \omega \omega_H^{-1}, \quad \omega_H = \gamma H_0, \quad a = \frac{4\pi M_0}{H_0}, \end{aligned} \quad (2)$$

$M_0$  — магнитный момент единицы объема в отсутствие поля (1),  $\omega_H$  — частота ферромагнитного резонанса. Соотношения (2) справедливы, если

$$|1 - x^2| \gg \omega_r \omega_H^{-1} |x|, \quad \omega_r \omega_H^{-1} |x| \ll 1, \quad (3)$$

где  $\omega_r$  — частота релаксации.

Пользуясь условием непрерывности тангенциальной компоненты  $k_x$  волнового вектора, для  $z$ -компонент волновых векторов ( $k_{2z}^+$  и  $k_{2z}^-$ ) преломленных волн получаем следующие выражения:

$$k_{2z}^{\pm 2} = \omega^2 c^{-2} \epsilon_2 \mu_2 - (\mu_2 + \mu_3)(2\mu_3)^{-1} k_x^2 \pm \sqrt{\eta_{2z}}, \quad (4)$$

$$\eta_{2z} = (\mu_2 - \mu_3)^2 (2\mu_3)^{-2} k_x^4 - \omega^2 c^{-2} \epsilon_2 g^2 \mu_3^{-1} k_x^2 + \omega^4 c^{-4} \epsilon_2^2 g^2.$$

Выражение для  $k_{2z}^{\pm 2}$  можно представить в виде

$$k_{2z}^{\pm 2} = \omega^2 c^{-2} \epsilon_2 [\mu_2 - (\mu_2 + \mu_3)(2\mu_3)^{-1} y^2 \pm |g(2x)^{-1}| \sqrt{(y^2 - y_1^2)(y^2 - y_2^2)}], \quad (5)$$

где

$$y^2 = k_x^2 c^2 \omega^{-2} \epsilon_2^{-1}, \quad (5a)$$

$$y_1^2 = 2x^2 - \sqrt{4x^4 - 4x^2}, \quad (5b)$$

$$y_2^2 = 2x^2 + \sqrt{4x^4 - 4x^2}. \quad (5b)$$

Условие действительности  $y_{1,2}^2$  налагает на  $x$  ограничение  $x^2 > 1$ .

При  $y_1^2 < y^2 < y_2^2$  подкоренное выражение в (5) отрицательно, поэтому  $\operatorname{Im} k_{2z}^{\pm} \neq 0$ , т. е. волны не могут распространяться без затухания. Кроме того, если

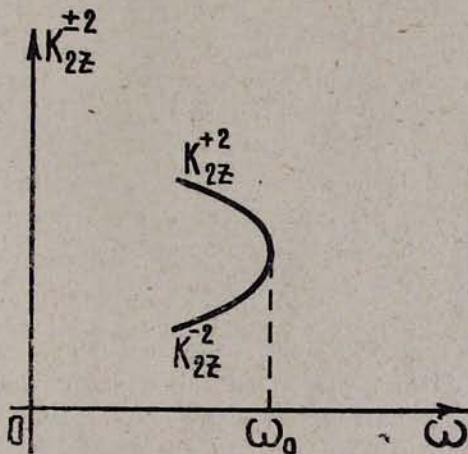
$$x^2 < 1 + a^2(1 + 2a)^{-1},$$

то выражение перед корнем положительно. Так как при  $y^2 = y_2^2$  подкоренное выражение равно нулю, а при  $y^2 > y_2^2$  оно положительно, то существует область значений  $x$  и  $y$ , в которой  $k_{2z}^{+2}$  и  $k_{2z}^{-2}$  действительны и положительны. При этом если  $x^2 = x_0^2 = y^4[4(y^2 - 1)]^{-1}$  (см. (5b)), то  $k_{2z}^{+2} = k_{2z}^{-2}$ . При значениях  $x^2$ , больших  $x_0^2$  (значение  $y$  фиксировано), величины  $k_{2z}^{+2}$  комплексны, а при значениях, меньших  $x_0^2$ , они действительны и положительны.

Легко заметить, что имеется конечная область значений  $x$  и  $y$ , в которой  $k_{2z}^{+2} = k_{2z}^{-2}$ , а именно, в области

$$1 < x^2 < 1 + a^2(1 + 2a)^{-1} \quad (6)$$

имеем  $k_{2z}^{+2} = k_{2z}^{-2} > 0$ , если при заданном значении  $x$  значение  $y$  удовлетворяет соотношению (5b). На рисунке представлены графики



$k_{2z}^{+2}$  и  $k_{2z}^{-2}$  при фиксированном значении  $y$ . При изменении величины  $y$  частота поворота смещается согласно соотношению (5b). На кривой  $y^2 = 2x^2 - \sqrt{4x^4 - 4x^2}$  (см. (5b)) величины  $k_{2z}^{+2}$  отрицательны в окрестности частот совпадения их значений\*. Из-за этого волны не могут распространяться без затухания, поэтому случай (5b) не будет рассматриваться.

\* Заметим, что из области отрицательных значений  $k_{2z}^{\pm 2}$  переход в область положительных значений этих величин осуществляется не уменьшением  $y^2$  (т. е. уменьшением угла падения), а увеличением.

Найдем теперь  $z$ -компоненты групповых скоростей  $u_2^{\pm} = \frac{\partial \omega}{\partial k_{2z}^{\pm}}$ . Вычисляя последние выражения и подставляя в них  $y^2 = y_2^2$ , получаем

$$\frac{\partial \omega}{\partial k_{2z}^+} = 0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial k_{2z}^-} = 0. \quad (7)$$

Угол  $\vartheta$  между направлением распространения волн и осью  $z$  при этом определяется из соотношения

$$\sin^2 \vartheta = 2(x^2 + \sqrt{x^4 - x^2}) [1 + a(1-x^2)^{-1} - a(1-x^2)^{-1}(x^2 + \sqrt{x^4 - x^2})]^{-1}. \quad (8)$$

Подставляя, например,  $a=0,5$  и  $x=1,01$ , получаем  $\sin^2 \vartheta \approx 0,46$ .

Для выяснения характера обращения в нуль  $z$ -компоненты групповой скорости составим  $z$ -компоненту вектора Пойнтинга  $S_2$ . Переходя от комплексного представления к действительным значениям векторов электрического и магнитного полей  $E_2$  и  $H_2$ , на частоте, при которой  $k_{2z}^+ = k_{2z}^-$ , т. е. когда  $x$  и  $y$  удовлетворяют связи (5в), получаем выражения следующего вида:

$$\begin{aligned} H_{2x} &= h \cos \omega t, \quad H_{2y} = a h \sin \omega t, \\ E_{2x} &= e \cos \omega t, \quad E_{2y} = -e a \sin \omega t, \\ S_{2z} &= \frac{c}{4\pi} 2ea h \sin \omega t \cos \omega t. \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, хотя  $u_{2z}^{\pm} = 0$ , но мгновенное значение  $S_{2z} \neq 0$ . Однако в гиротропной среде, как известно, физический смысл имеет усредненное значение вектора Пойнтинга [1]. Как следует из (9), оно действительно равно нулю, в соответствии с (7). Векторы же  $E_2$  и  $H_2$  остаются перпендикулярными друг к другу. Таким образом, обращение в нуль потока энергии в направлении оси  $z$  в рассматриваемом здесь случае в отличие от случая, рассмотренного в [2], связано не с параллельностью векторов  $E_2$  и  $H_2$ , а с разностями фаз между их компонентами (9).

3. Рассмотрим теперь, по какому закону обращаются в нуль  $z$ -компоненты групповых скоростей ( $u_{2z}^+$  и  $u_{2z}^-$ ) право- и лево-поляризованных волн (волны, соответствующие двум знакам перед корнем в (5) будем называть, как обычно, право- и лево-поляризованными, хотя вблизи точки поворота поляризации этих волн совпадают).

Пусть фиксировано значение  $y^2 = y_2^2$ . Тогда при значении  $x^2 = x_0^2$ , определяемом из (5в), будем иметь точку поворота. При малых отклонениях  $x^2$  от  $x_0^2$  скорости  $u_{2z}^{\pm}$  приобретают малые, но отличные от нуля значения; они равны нулю при  $x^2 = x_0^2$ . Для групповых скоростей получаем

$$\frac{\partial \omega}{\partial k_{2z}^{\pm}} = \mp c^2 k_{2z} |1 - x_0^2| [\omega_H \epsilon_2 a \sqrt{2(x_0^2 + \sqrt{x_0^4 - x_0^2}) - 1}]^{-1} \sqrt{-\frac{2\Delta x}{x_0}}, \quad (10)$$

где  $k_{2z} = k_{2z}^+ = k_{2z}^-$  при  $x = x_0$ ,  $y = y_2$ ,  $\Delta x = x - x_0$ .

Таким образом, при малых смещениях от частоты, соответствующей точке поворота, групповые скорости, будучи отличными от нуля, имеют противоположные знаки для право- и лево-поляризованных волн. При положительных значениях  $\Delta x$  величины  $u_{2z}^{\pm}$  мнимы (затухание или нарастание волн). При отрицательных значениях  $\Delta x$  поток энергии одной из волн идет вперед в направлении самой волны, а поток энергии другой волны — назад. Из (10) следует, что путем изменения одного из параметров (например, изменением  $\omega_H$ ) можно управлять потоком энергии. Заметим, что корневая зависимость в (10) приводит к тому, что порядок малых изменений величин  $u_{2z}^{\pm}$  меньше порядка изменений  $\Delta x/x_0$ .

Следует отметить, что описанные выше свойства рассматриваемой среды при  $\varepsilon_2 > 1$  могут быть обнаружены, если она граничит не с вакуумом, а с другой средой, так как согласно (6)

$$y_2^2 = k_x^2 \omega^{-2} c^2 \varepsilon_2^{-1} = 2(x^4 + \sqrt{x^4 - x^2}) > 1,$$

т. е. при  $\varepsilon_2 > 1$  имеем  $k_x^2 > \omega^2 c^{-2}$ . Обеспечить выполнение последнего неравенства в среде (2) можно, например, пуская волну из вакуума нормально к грани клина, граничащего другой гранью со средой (2). Это неравенство может иметь место также при падении волны из вакуума непосредственно на среду (2), если  $\varepsilon_2$  достаточно меньше единицы.

4. Границная задача. Перейдем теперь к соотношениям между амплитудами полей при падении плоской волны на пластинку с параметрами (2), имея целью не нахождение амплитуд, а рассмотрение тех особенностей, которые обусловлены наличием точки поворота. При определении амплитуд отраженной, преломленной и прошедшей волн в случае падения волны на пластинку, характеризуемую параметрами (2), в точке поворота возникает несоответствие между числом неизвестных компонент амплитуд и числом граничных условий. Это связано с тем, что в пластинке вместо четырех волн с  $z$ -компонентами волновых векторов  $k_{2z}^{\pm}$  и  $k_{3z}^{\pm} = -k_{2z}^{\pm}$  получаем две волны (так как в точке поворота  $k_{2z}^+ = k_{2z}^-$ ,  $k_{3z}^+ = k_{3z}^-$ , а волны поляризованы по эллипсу, что исключает возможность наличия двух независимых компонент в каждой волне; см. также [2] и [3]). Анализ системы уравнений, представляющих собой граничные условия, показывает однако, что в отличие от случая, рассмотренного в [3], и в соответствии с [2] нет надобности введения новой волны.

Действительно, хотя при приближении к точке поворота детерминант  $\Delta_0$  указанной системы стремится к нулю, но и алгебраические дополнения  $A_{ik}$  всех коэффициентов в упомянутых уравнениях стремятся к нулю, имея такой же порядок малости, что и детерминант системы; поэтому при приближении к точке поворота поля, определяемые отношениями  $A_{ik} \cdot \Delta_0^{-1}$ , стремятся к конечным пределам.

В том, что  $\Delta_0$  и  $A_{ik}$  около точки поворота имеют одинаковый порядок малости, мы убедимся на примере прохождения волны через пластинку. Конкретный предельный переход в точку поворота рассмотрим для полупространства. Пусть плоская волна (1) падает из области  $z < 0$  на границу  $z = 0$  пластиинки с параметрами (2), занимающей область  $0 < z < d$ . Амплитуды волн в пластинке в соответствии с четырьмя значениями  $z$ -компоненты волнового вектора обозначим через  $E_2^\pm, E_3^\pm$ . Пользуясь соотношениями между амплитудами полей [7] и исключая компоненты отраженной и прошедшей волн из восьми уравнений, представляющих условия непрерывности тангенциальных компонент полей на обеих границах, приходим к системе четырех уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned} a_{1m}^* u_m &= b_1, \quad a_{2m}^* u_m = b_2, \\ u_m a_{3m}^* \exp(ik_{mz} d) &= b_3, \quad u_m a_{4m}^* \exp(ik_{mz} d) = b_4, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$u_{1,2} = E_{2y}^\pm, \quad u_{3,4} = E_{3y}^\pm, \quad k_{1,2z} = k_{2z}^\pm, \quad k_{3,4z} = k_{3z}^\pm. \quad (12)$$

При приближении к точке поворота коэффициенты  $a_{11}^*$  стремятся к  $a_{12}^*$ , а коэффициенты  $a_{13}^*$  — к  $a_{14}^*$ . Представив их в виде

$$a_{11,2}^* = a_{11}(1 \pm \delta_{11}), \quad a_{13,4}^* = a_{13}(1 \pm \delta_{13})$$

и пренебрегая членами порядка  $\delta_{1k}^3$  и выше, для детерминанта системы получаем следующее выражение:

$$\begin{aligned} \Delta_0' &= \Delta_0 + \Delta_0'', \\ \Delta_0' &= 4a_{11}^2 a_{21}^2 (\delta_{11} - \delta_{21})^2 \exp(-2ik_{2z}d) + 2a_{11} a_{13} a_{21} a_{23} [1 - \\ &- \delta_{11}\delta_{13} - \delta_{21}\delta_{23} (\cos 2\Delta k_{2z}d - 1) - i(\delta_{11} - \delta_{13}) \sin 2\Delta k_{2z}d + (\delta_{11}\delta_{21} - \\ &- \delta_{11}\delta_{23} + \delta_{13}\delta_{23} - \delta_{13}\delta_{21})(1 + \cos 2\Delta k_{2z}d) - \\ &- i(\delta_{21} - \delta_{23}) \sin 2\Delta k_{2z}d] - 2a_{11}^2 a_{23}^2 [(\delta_{11}^2 + \delta_{23}^2)(1 + \cos 2\Delta k_{2z}d) + \\ &+ (\cos 2\Delta k_{2z}d - 1) - 2i(\delta_{11} - \delta_{23}) \sin 2\Delta k_{2z}d + 2\delta_{11}\delta_{23} \cos 2\Delta k_{2z}d], \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$k_{2z} = \frac{(k_{2z}^+ + k_{2z}^-)}{2}, \quad \Delta k_{2z} = \frac{(k_{2z}^+ - k_{2z}^-)}{2},$$

а  $\Delta_0'$  получается из  $\Delta_0$  с помощью замен  $a_{11} \leftrightarrow a_{13}$ ,  $\delta_{11} \leftrightarrow \delta_{13}$ ,  $d \rightarrow -d$ . Это выражение для  $\Delta_0$  получено в упрощающем предположении, когда среды, граничащие с пластинкой с двух сторон, одинаковы и изотропны.

Для прошедшей волны при  $E_x = 0$  получаем:

$$E_{4y} = 2E_y (\Delta_d' + \Delta_d'') \Delta_0'^{-1}, \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned}\Delta_d' &= 4a_{11}a_{21}^2(\delta_{11}-\delta_{21})[-\delta_{21}\cos\Delta k_{2z}d+i\sin\Delta k_{2z}d]\exp(-ik_{2z}d)- \\ &- 4a_{13}\sigma_{21}a_{23}\delta_{13}[i\sin\Delta k_{2z}d+(\delta_{23}-\delta_{21})\cos\Delta k_{2z}d]\exp(ik_{2z}d)- \quad (15) \\ &- 4a_{11}a_{23}^2\delta_{23}[(\delta_{23}-\delta_{11})\cos\Delta k_{2z}d+i\sin\Delta k_{2z}d]\exp(ik_{2z}d),\end{aligned}$$

а  $\Delta_d''$  получается из  $\Delta_d'$  так же, как  $\Delta_0''$  из  $\Delta_0'$ . Как видно из (14) и (15),  $\Delta_0$ ,  $\Delta_d'$  и  $\Delta_d''$  являются величинами одного порядка малости относительно  $\delta_{1k}$  ( $\Delta k_{2z} \sim \delta_{1k}$ ).

Рассмотрим теперь переход к случаю наличия одной границы. Для определения амплитуд мы должны выбрать две из четырех волн, распространяющихся в гиротропной среде, и сшить поля на границе. Такой выбор двух волн из четырех, не всегда являющийся простой задачей, выполнен в [2] для гироанизотропной среды. Но можно также определить поля иначе, а именно, устремить толщину пластинки  $d$  к бесконечности, рассматривая таким образом все волны, которые даются дисперсионным уравнением. Такая постановка граничной задачи более адекватна ее математической структуре (при наличии затухания), так как не требует вспомогательных соображений для выбора того или иного значения  $k_{2z}^+$  (и  $k_{2z}^-$ ).

Можно убедиться, что при увеличении  $d$  амплитуда  $E_{4y}$  прошедшей волны стремится к нулю, независимо от того, затухают или нарастают волны, идущие от границы  $z=0$  к границе  $z=d$ . Действительно, пусть  $k_{2z}$  или  $\Delta k_{2z}$  имеют мнимые части. Это может быть обусловлено как наличием мнимых частей в параметрах (2) (тогда на них должны быть наложены условия (3)), так и отрицательностью подкоренного выражения в (5). Детерминант  $\Delta_0$  содержит экспоненты  $\exp(\pm 2ik_{2z}d)$  и тригонометрические функции от аргумента  $2\Delta k_{2z}d$ , которые при мнимых  $\Delta k_{2z}$  превращаются в гиперболические синусы и косинусы. Выражение же  $(\Delta_d' + \Delta_d'')$  содержит те же функции от вдвое меньших аргументов. Поэтому при  $d \rightarrow \infty$  детерминант  $\Delta_0$  стремится к бесконечности быстрее, чем  $\Delta_d' + \Delta_d''$ , и, следовательно,  $E_{4y} \rightarrow 0$  (это находится в соответствии с тем, что в равновесной среде выделяемое волной тепло может быть только положительным [1], т. е. энергия волны может только уменьшаться, и прошедшая волна имеет меньшую энергию, чем падающая). Если  $k_{2z}$  и  $\Delta k_{2z}$  действительны, то мнимые части в эти величины можно ввести (с последующим их устремлением к нулю), предполагая наличие мнимых частей у  $\varepsilon_{21k}$  или  $\mu_{21k}$  (см. [2]).

Обратимся теперь к отраженной волне. Для  $y$ -компоненты амплитуды отраженной волны имеем

$$E_{1y} = [2(\Delta' + \Delta'') \Delta_0^{-1} - 1] E_{1y}, \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned}\Delta' &= 4a_{11}a_{21}^2 \exp(-2ik_{2z}d)\delta_{21}(\delta_{21}-\delta_{11})+ \\ &+ 2a_{13}a_{21}a_{23}[(1-\delta_{23}\delta_{21})(\cos 2\Delta k_{2z}d-1)+(\delta_{23}\delta_{13}-\delta_{13}\delta_{21})(\cos 2\Delta k_{2z}d+1)]+,\end{aligned}$$

$$+ i(\delta_{13} + \delta_{23} - \delta_{21}) \sin 2\Delta k_{2z}d] + 2a_{11}a_{23}^2 [(1 - \cos 2\Delta k_{2z}d) - \\ - \delta_{23}^2 (1 + \cos 2\Delta k_{2z}d) + 2\delta_{11}\delta_{23} \cos 2\Delta k_{2z}d - i(2\delta_{23} - \delta_{11}) \sin 2\Delta k_{2z}d],$$

а  $\Delta''$  получается из  $\Delta'$  так же, как  $\Delta_0$  из  $\Delta_0$ .

Устремим в  $\Delta_0$  и  $(\Delta' + \Delta'')$  толщину пластинки  $d$  к бесконечности. Пусть затухание (или нарастание) волн обусловлено мнимыми частями  $k_{2z}$  (а не мнимыми частями  $\Delta k_{2z}$ ). Тогда если  $\operatorname{Im} k_{2z} > 0$ , то получаем

$$E_{1y} = -[2\delta_{11} + a_{11}(\delta_{11} - \delta_{21})]a_{11}^{-1}(\delta_{11} - \delta_{21})^{-1}E_y. \quad (17)$$

Это самый обычный случай, когда волны, идущие от границы вглубь среды (фазовые скорости обращены вглубь среды), затухают. В таком случае имея при  $d \rightarrow \infty$  гиротропное полупространство, из четырех волн  $(k_{2x}^\pm, k_{3x}^\pm)$  мы выбираем обычно только прямые волны. Но возможны и такие ситуации, когда выбор двух волн из четырех затруднителен. Тогда пользование общими выражениями для пластинки может оказаться полезным. Так, например, если обе прямые волны нарастают\* ( $\operatorname{Im} k_{2z} < 0$ ), то устремив в  $\Delta_0$  и  $(\Delta' + \Delta'')$  величину  $d$  к бесконечности, приходим к выражению для  $E_{1y}$ , которое получается из (17) с помощью замен  $\delta_{11} \rightarrow \delta_{13}$  и  $\delta_{21} \rightarrow \delta_{23}$ .

Рассмотрим теперь переход к точке поворота, где все величины  $\delta_{lk}$  равны нулю. Разложим  $\delta_{lk}$  в ряд по степеням отклонения  $\Delta x = x - x_0$  от точки поворота, где  $x_0$  — значение  $x$ , соответствующее точке поворота. В первом приближении величины  $\delta_{lk}$  оказываются пропорциональными  $\sqrt{-\Delta x}$ . Для простоты рассмотрим случай  $d \rightarrow \infty$ , но в отличие от случая пластиинки не будем конкретизировать параметры среды, граничащей со средой (2). Для конкретности будем считать, что прямые волны затухающие. Это дает возможность рассмотреть сразу полупространство, не прибегая к пластиинке, и выбрать в качестве двух преломленных волн именно прямые волны. Задавая соотношения между амплитудами полей в падающей ( $E$ ,  $H$ ) и отраженной ( $E_1$ ,  $H_1$ ) волнах в виде

$$H_y = \alpha E_x, \quad H_x = \beta E_y, \quad H_{1y} = \alpha_1 E_{1x}, \quad H_{1x} = \beta_1 E_{1y}, \quad (18)$$

при  $x_0 = 1,01$  и  $\alpha = 0,5$  получаем следующие выражения для преломленных волн:

$$E_{2y}^\pm = \Delta^{-1} [\mp i(1 - \alpha\alpha_1^{-1}) E_x [(1 - 0,8\beta_1^{-1}) \mp \sqrt{-\Delta x} \cdot 6,08\beta_1^{-1}] \mp \\ \mp (1 - \beta\beta_1^{-1}) E_y [(0,71\alpha_1^{-1} - 1,16) \mp \sqrt{-\Delta x} (1,62 - 6,39\alpha_1^{-1})]], \quad (19)$$

где

$$\Delta = 2\sqrt{-\Delta x} [(1 - 0,8\beta_1^{-1})(1,62 - 6,39\alpha_1^{-1}) - 6,08\beta_1^{-1}(0,71\alpha_1^{-1} - 1,16)]. \quad (20)$$

\* Если какая-нибудь волна с  $z$ -компонентой волнового вектора, соответствующей одному из знаков перед корнем в (5), уходит, то волна с  $z$ -компонентой, соответствующей обратному знаку перед корнем, будет нарастать, когда существенна мнимая часть подкоренного выражения.

При  $\Delta x \rightarrow 0$   $E_{2y}^+$  и  $E_{2y}^-$  неограниченно растут, имея при этом противоположные знаки. Для  $y$ -компоненты полного поля в среде из (19) и (20) (опуская множитель  $\exp(i(k_{xx} - \omega t))$ ) получаем

$$\begin{aligned} E_{2y}(z) &= E_{2y}^+ \exp(ik_{2z}^+ z) + E_{2y}^- \exp(ik_{2z}^- z) = \\ &= \left( \frac{A}{\sqrt{-\Delta x}} \sin \Delta k_{2z} z + B \cos \Delta k_{2z} z \right) \exp(ik_{2z} z). \end{aligned} \quad (21)$$

Величину  $\Delta k_{2z}$  можно представить в виде  $p\sqrt{-\Delta x}$ , поэтому при  $\Delta x \rightarrow 0$  правая часть (21) стремится к пределу  $(Apz + B)\exp(ik_{2z} z)$ . Из-за наличия затухания это выражение стремится к нулю при больших  $z$ , хотя первое слагаемое в скобках пропорционально  $z$ . Заметим, что аналогично случаю, рассмотренному в [2], поле в среде отлично от нуля и при  $\Delta x = 0$ , когда  $u_{2z}^\pm = 0$ . Отметим также, что появление члена  $Apz$  с  $Ap \neq 0$  связано с тем, что при  $\Delta k_{2z} \rightarrow 0$  волна в среде остается эллиптически-поляризованной (т. е. остается связь между  $x$ - и  $y$ -компонентами полей). Если же рассматривать, например, изотропную оптически-активную среду, то для того, чтобы  $\Delta k_{2z}$  обратилась в нуль, надо устремить параметр  $\gamma$  оптической активности к нулю. При  $\gamma \rightarrow 0$  две волны (право- и лево-поляризованные волны) действительно сливаются, но при этом перестают быть эллиптически-поляризованными. В связи с исчезновением связи между  $x$ - и  $y$ -компонентами полей при  $\gamma \rightarrow 0$  величина  $Ap$  обращается в нуль.

Как следует из (21), амплитуда полного поля может сильно зависеть от  $z$  и  $\Delta x$ , что можно использовать для модуляции интенсивности излучения, распространяющегося от границы  $z = 0$  вглубь среды. Управление потоком энергии можно осуществить также на основе зависимости групповых скоростей от  $\Delta x$ , выраженной формулой (10). Заметим также, что различие в знаках  $z$ -компонент групповых скоростей правой и левой волн может быть использовано для их разделения.

**Примечание.** Отметим одну особенность сред со спиральной магнитной структурой. Эту особенность проще всего разъяснить на примере спиральных диэлектрических сред (холестерические жидкие кристаллы). Если ось спирали направлена вдоль  $z$ , а главные значения тензора диэлектрической проницаемости в плоскости  $xy$  равны  $\epsilon_x$  и  $\epsilon_y$ , то при наличии внешнего магнитного поля, направленного вдоль оси  $z$ , из волнового уравнения получаем

$$\left( \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_x - k^2 - a^2 \right) \left( \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_y - k^2 - a^2 \right) - (2ak - g)^2 = 0,$$

где  $a = 2\pi/\sigma$ ,  $k = 2\pi/\lambda'$ ,  $\sigma$  — шаг спирали,  $\lambda'$  — пространственный период поля в системе, поворачивающейся вместе с главными направлениями тензора диэлектрической проницаемости [8],  $g$  —  $z$ -компоненты вектора гирации. Приведенное уравнение неинвариантно относительно

замены  $k \rightarrow -k$ , откуда следует, что в средах со спиральной структурой, находящихся во внешнем магнитном поле, параллельном оси спиральности, обратимость лучей нарушается. В частности, это относится к средам со спиральной магнитной структурой.

Ереванский государственный  
университет

Поступила 20.IV.1976

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов, М., 1965.
2. М. И. Карапетян, Р. П. Янкелевич. ФТТ, 10, 2771 (1968).
3. А. П. Хапалюк. Кристаллография, 7, 724 (1962).
4. В. Л. Гинзбург. Распространение электромагнитных волн в плазме, М., 1960.
5. А. Г. Гуревич. Ферриты на сверхвысоких частотах, М., 1960.
6. А. И. Ахисезер, В. Г. Баръяхтар, С. В. Пелетянинский. Спиновые волны, М., 1967.
7. О. С. Ерицян. Кандидатская диссертация, Ереван, 1971.
8. О. С. Ерицян. Изв. АН АрмССР, Физика, 9, 31 (1974); 10, 171 (1975).

ՄԱԳՆԻՍԱՑԱԾ ՅԵՐՐՈՄԱԳՆԵՏԻԿԻ ՄԵՋ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԵՍԿԱՆ  
ԱԼԻՔԻ ՏԱՐԱԾՄԱՆ ՄԻ ՔԱՆԻ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

## Հ. Ս. ԵՐԻՑՅԱՆ

Քննարկված են մագնիսացած ֆերրոմագնետիկի սահմանին բեկված էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման մի քանի առանձնահատկությունները: Ցուց է տրված, որ բեկված ալիքների տարածման որոշ ուղղությունների համար, որոնց համապատասխանում են դիսպրոսիդների հավասարման կրկնակի արժատներ, խմբային արագության այն բաղադրիչը, որն ուղղահայց է սահմանին, դառնում է զրո, թեև ալիքները տարածվում են միջավայրում առանց մարման: Պարզաբանված է այդ բաղադրիչի զրո գառնալու բնույթը: Թնարկված է սահմանալին խնդիր այն կապակցությամբ, որ կրկնակի արժատների առկայության դեպքում անհամապատասխանություն է ստեղծվում դաշտերի անհայտ բաղադրիչների թվի և սահմանալին պայմանների թվի միջև: Մատնանշված են միջավայրի օպտիկական պարամետրերի ձողովագրից հնարավորությունները:

## SOME FEATURES OF ELECTROMAGNETIC WAVE PROPAGATION IN A MAGNETIZED FERROMAGNETIC

O. S. ERITSYAN

The peculiarities of the propagation of electromagnetic waves refracted into a magnetized ferromagnetic medium are considered. It was shown, that along the directions of the propagation of refracted waves corresponding to the coincide of roots of the dispersion equation the normal component of the group velocity turns to zero, though the propagation of waves in the medium is without the attenuation. The possibility of modulation of optical characteristics of the medium is discussed.