

ОБ ОДНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ ПОЛУЧЕНИЯ НАПРАВЛЕННОГО ПУЧКА СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЗАРЯДА

Г. М. ГАРИБЯН, М. М. МУРАДЯН

Предложен метод, основанный на эффекте полного внутреннего отражения, который позволяет собрать и направить с помощью криволинейной отражающей поверхности синхротронное излучение релятивистской заряженной частицы, движущейся по окружности. Найдены параметрические уравнения, описывающие семейство таких собирающих криволинейных поверхностей.

Для решения многих задач физики твердого тела и биофизики часто бывает необходимо иметь интенсивный направленный пучок излучения в области рентгеновских частот и вакуумного ультрафиолета. В настоящей работе предлагается метод, основанный на эффекте полного внутреннего отражения (иногда в литературе его называют эффектом полного внешнего отражения), который позволяет собрать и направить с помощью криволинейной отражающей поверхности синхротронное излучение релятивистской заряженной частицы, движущейся по окружности.

1. Еще в 1922 г. Комптон [1] (см. также [2, 3]) показал, что если из вакуума на поверхность вещества падает пучок рентгеновского излучения под некоторым углом скольжения $\alpha \leq \alpha_{кр}$, то имеет место явление полного внутреннего отражения. Угол $\alpha_{кр}$ зависит как от длины волны падающего излучения, так и от вещества отражающей поверхности и определяется формулой

$$\cos \alpha_{кр} = 1 - \delta,$$

где $\delta = 1 - n$, n — показатель преломления вещества в соответствующей области частот. Приблизненно $\alpha_{кр} = \sqrt{2\delta}$.

Для рентгеновского излучения этот угол $\alpha_{кр}$ очень мал (порядка $20' \div 1^\circ$), а для лучей в ультрафиолетовой области этот угол принимает значение до 10° . Используем это явление для сбора синхротронного излучения заряженной частицы.

2. Пусть релятивистская заряженная частица движется равномерно по окружности радиуса R так, как показано на рис. 1. Как хорошо известно [4], образованное при этом синхротронное излучение направлено вдоль скорости частицы (скорость частицы v близка к скорости света c), т. е. по касательной в каждой точке окружности и направлено вокруг касательных в области углов $\Delta\theta \sim \sqrt{1 - v^2/c^2}$.

Как следует из рис. 1, эти касательные описываются уравнением

$$y - R(1 - \cos \varphi) = \operatorname{tg} \varphi (x - R \sin \varphi). \quad (1)$$

Найдем такое семейство кривых, которые во всех точках пересечения с касательными (1) составляли бы с ними один и тот же угол α . Другими сло-

вами, мы хотим найти такие кривые, угол наклона касательных к которым в точках пересечения с прямыми (1) был равен $(\varphi + \alpha)$, т. е. чтобы (см. рис. 1)

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}(\varphi + \alpha). \quad (2)$$

Для этого будем считать в уравнении (1) параметр φ функцией от x . Взяв в (1) производную по x и учитывая условие (2), для семейства искомых кривых получим следующее дифференциальное уравнение:

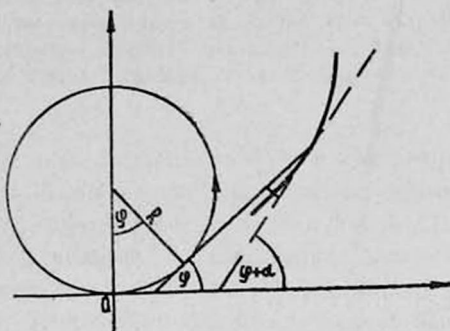


Рис. 1.

$$\operatorname{tg}(\varphi + \alpha) = \operatorname{tg} \varphi + \left(\frac{x}{\cos^2 \varphi} - \frac{R \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} \right) \frac{d\varphi}{dx} \quad (3)$$

или

$$\frac{dx}{d\varphi} = A(\varphi)x + B\varphi, \quad (4)$$

где

$$A(\varphi) = \frac{\cos(\varphi + \alpha)}{\cos \varphi \sin \alpha}, \quad B(\varphi) = -R \frac{\operatorname{tg} \varphi \cos(\varphi + \alpha)}{\sin \alpha}. \quad (5)$$

Уравнение (4) является параметрическим линейным дифференциальным уравнением семейства искомых кривых, общее решение которого есть

$$x = e^{\int A(\varphi) d\varphi} \left[\int B(\varphi) e^{-\int A(\varphi) d\varphi} d\varphi + C \right], \quad (6)$$

где C — произвольная постоянная. Подставляя (6) в (1), получаем аналогичное выражение для y . Вычисление интегралов, входящих в (6), дает

$$\begin{aligned} \int A(\varphi) d\varphi &= \varphi \operatorname{ctg} \alpha + \ln \cos \varphi, \\ \int B(\varphi) e^{-\int A(\varphi) d\varphi} d\varphi &= \frac{\sin(\varphi + \alpha)}{\cos \varphi \cos \alpha} e^{-\varphi \operatorname{ctg} \alpha}. \end{aligned}$$

Таким образом, для семейства искомых кривых получаем следующие параметрические уравнения:

$$\begin{aligned} x &= \frac{R \sin(\varphi + \alpha)}{\cos \alpha} + C \cos \varphi e^{\varphi \operatorname{ctg} \alpha}, \\ y &= R \left[1 - \frac{\cos(\varphi + \alpha)}{\cos \alpha} \right] + C \sin \varphi e^{\varphi \operatorname{ctg} \alpha}. \end{aligned} \quad (7)$$

При изменении параметра φ от 0 до 2π полученные уравнения определяют (при разных значениях C) семейство искомых кривых, причем данному φ соответствует точка пересечения кривой с касательной к окружности, угол наклона которой с осью x есть φ . Нетрудно убедиться, что решения (7) удовлетворяют уравнениям (4) и (1).

3. Теперь покажем, что луч синхротронного излучения, падая под углом α на криволинейное зеркало, описываемое уравнениями (7), отражается и вновь падает на это зеркало под углом, меньшим или равным α , при выполнении некоторого дополнительного условия.

Для этого рассмотрим луч AB , который падает в точке $B(x_1, y_1)$ на криволинейное зеркало под углом α (см. рис. 2). Допустим, что этот луч,

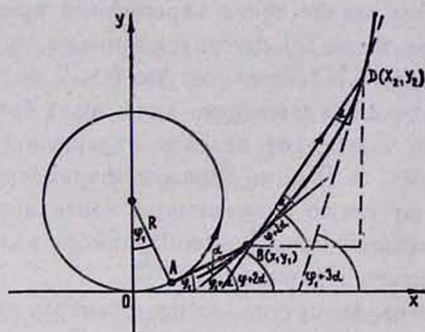


Рис. 2.

отражаясь, вновь падает на зеркало под углом α в точке $D(x_2, y_2)$. Так как $B(x_1, y_1)$ есть точка пересечения кривой с касательной к окружности, угловой коэффициент которой есть $\operatorname{tg} \varphi_1$ (рис. 2), то параметр φ_1 определяет по формулам (7) координаты x_1 и y_1 .

Поскольку мы допустили, что отраженный луч вновь падает на зеркало под тем же углом α в точке $D(x_2, y_2)$, то это означает, что в точке D угол наклона касательной к кривой равен $\varphi_1 + 3\alpha$. Тогда, согласно (2), координаты x_2 и y_2 должны определиться из формул (7) при $\varphi = \varphi_1 + 2\alpha$. Угловой коэффициент луча BD , который всегда равен $\operatorname{tg}(\varphi_1 + 2\alpha)$, с другой стороны, можно, как это видно из рис. 2, определить как отношение $(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$.

Воспользовавшись формулами (7), для этого отношения получаем следующее выражение:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = F \operatorname{tg}(\varphi_1 + 2\alpha),$$

где

$$F = \frac{2R \operatorname{tg} \alpha + C e^{\varphi_1 \operatorname{ctg} \alpha} \left[e^{2\alpha \operatorname{ctg} \alpha} - \frac{\sin \varphi_1}{\sin(\varphi_1 + 2\alpha)} \right]}{2R \operatorname{tg} \alpha + C e^{\varphi_1 \operatorname{ctg} \alpha} \left[e^{2\alpha \operatorname{ctg} \alpha} - \frac{\cos \varphi_1}{\cos(\varphi_1 + 2\alpha)} \right]}. \quad (9)$$

Когда $C=0$, то $F=1$ и, следовательно,

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg}(\tau_1 + 2\alpha), \quad (10)$$

как и должно было быть. Если же $C > 0$, то из формулы (9) нетрудно видеть, что $F > 1$, т. е.

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} > \operatorname{tg}(\tau_1 + 2\alpha). \quad (11)$$

Это происходит из-за сделанного выше предположения, что отраженный луч в точке D падает на зеркало под углом α . Следовательно, в действительности отраженный луч падает на зеркало под углом, меньшим, чем α , поскольку именно в этом случае точка пересечения кривой с отраженным лучом (соответствующая точке D) спустится вниз по кривой и неравенство (11) перейдет в равенство (10). В случае же $C < 0$ получаем $F < 1$, откуда следует, что угол падения отраженного луча будет больше, чем α .

Следовательно, при $C \geq 0$ угол падения отраженного луча на зеркало всегда меньше или равен α . Таким образом, параметрические уравнения (7) при $C \geq 0$ описывают такую отражающую поверхность, которая позволяет получить направленный пучок синхротронного излучения, используя эффект полного внутреннего отражения.

4. Рассмотрим теперь конкретно, какие размеры криволинейных зеркал необходимы для того, чтобы собрать рентгеновское синхротронное излучение с какого-либо кольцевого участка пути заряда. Под размером зеркала будем понимать длину отрезка, который замыкает дугу криволинейного зеркала,

$$L = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}, \quad (12)$$

где (x_1, y_1) и (x_2, y_2) — соответственно координаты конечных точек криволинейного зеркала.

Поскольку практически мы не можем устанавливать эти зеркала сколь угодно близко к траектории движения заряда, то для вычисления размеров зеркал необходимо задать также минимальное расстояние расположения зеркал от траектории движения заряда, которое в нашем случае есть

$$\Delta R = \sqrt{x_1^2 - (R - y_1)^2} - R. \quad (13)$$

Найдем размеры рассмотренных криволинейных зеркал для конкретного случая в зависимости от участка кольца $R\Delta\varphi$, с которого собирается синхротронное излучение, когда радиус кривизны траектории движения заряда есть $R=24,5$ м. Пусть криволинейное зеркало собирает синхротронное излучение, критический угол скольжения которого есть $\alpha_{кр} = 30'$ и 1° , и расположено оно так, что для него $\Delta R = 1,5$ см и $\Delta R = 6$ см. Для простоты будем считать, что нижняя точка криволинейного зеркала находится на оси x , т. е. величина $\varphi=0$. Тогда из (7) следует, что при $\varphi=0$ $x_1 = R \operatorname{tg} \alpha + C$, $y_1 = 0$. Подставляя эти значения в (13) и задавая ΔR , получим величину постоянной интегрирования C . Воспользовавшись значением C , с помощью уравнений (12) и (7) нетрудно вычислить величину L ,

значения которой приведены в таблицах 1 и 2. Из таблиц видно, что размеры зеркал существенно зависят от α , и ΔR . Они становятся тем меньше, чем больше $\alpha_{кр}$ и меньше ΔR .

Таблица 1

$\alpha_{кр} = 30'$		
	L	L
$\Delta\varphi$	$\Delta R = 1,5 \text{ см}$	$\Delta R = 6 \text{ см}$
1°	4,56 м	10 м
2°	34 м	85 м

Таблица 2

$\alpha_{кр} = 1^\circ$		
	L	L
$\Delta\varphi$	$\Delta R = 1,5 \text{ см}$	$\Delta R = 6 \text{ см}$
1°	1,03 м	2,8 м
2°	3,42 м	10 м

В рассмотренных выше случаях криволинейных зеркал мы считали постоянной интегрирования $C \neq 0$. Это связано с тем, что при $C = 0$ зеркало принимает форму окружности с радиусом $R/\cos\alpha$, которая в случае малых критических углов очень близка к траектории движения заряда. Например, при $\alpha_{кр} = 30'$ и $R = 24,5 \text{ м}$ имеем

$$\Delta R = \frac{R}{\cos \alpha} - R = 0,09 \text{ см.}$$

Однако если собирать синхротронное излучение в области вакуумного ультрафиолета, где $\alpha_{кр}$, например, может быть равным 6° , то при $C = 0$ для ΔR получается значение 13,5 см. Это означает, что для сбора синхротронного излучения в области вакуумного ультрафиолета достаточно в кольцевом ускорителе заменить одну стенку вакуумной камеры соответствующей зеркальной поверхностью.

Ереванский физический
институт

Поступила 25.IV.1976

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Compton. Phil. Mag., 45, 1121 (1923).
2. А. И. Аликханов. Оптика рентгеновских лучей, Л.—М., 1933.
3. Р. Джеймс. Оптические принципы дифракции рентгеновских лучей, М., 1950.
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля, М., 1967.

ՈՒՆԵՍԿՈՎԻԱՍԻԿ ՄԱՍՆԻԿԻ ՄԻՆԵՐՈՏԵՐՈՆԱՅԻՆ ԶԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ
ՈՒՂՂՎԱԾ ՓՈԻՆԶ ՍՏԱՆԱԼՈՒ ՄԵԿ ՀԱՐԱՎՈՐՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Գ. Մ. ՂԱՐԻՅԱՆ, Մ. Մ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ

Առաջարկված է մեթոդ, հիմնված լրիվ ներքին անդրադարձման էֆեկտի վրա, որը թույլ է տալիս հավաքել և ուղղել շրջանագծով շարժվող ռելյատիվիստիկ լիցքավորված մասնիկի սին- քրոտրոնային ճառագայթումը կորագծի անդրադարձնող մակերևույթի միջոցով: Ստացված են պարամետրական հավասարումներ, որոնք նկարագրում են ալիպիսի հավաքող կորագծի մա- կերևույթների ընտանիքը:

ON ONE POSSIBILITY OF OBTAINING A DIRECTED BEAM OF SYNCHROTRON RADIATION FROM A RELATIVISTIC CHARGE

G. M. GARIBYAN, M. M. MURADYAN

A method based on the effect of total internal reflection, permitting to collect and direct the synchrotron radiation from a relativistic, circularly moving charged particle with the help of a curvilinear reflecting surface, is proposed. Parametric equations describing a family of such collecting curvilinear surfaces are obtained.