Изв. АН Армянской ССР, Физика, 12, 179—185 (1977)

ИЗЛУЧЕНИЕ ОСЦИЛЛЯТОРА, ПРОЛЕТАЮЩЕГО В ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ НАД ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЕЙ РАЗДЕЛА С ПЕРИОДИЧЕСКИ-НЕОДНОРОДНЫМ ДИЭЛЕКТРИКОМ

Ф. А. КОСТАНЯН, О. С. МЕРГЕЛЯН

В приближении теории возмущений рассмотрен дифракционный эффект Допплера, когда источник, обладающий собственной частотой, движется в однородном диэлектрике над плоской границей раздела с периодически-неоднородной средой параллельно границе раздела. Показано, что в случае, когда частота осцилляций кратна частоте, с которой пересекаются неоднородности среды плоскостью, нормальной к скорости движения источника, имеет место усиление излучения Вавилова—Черенкова для осциллирующего заряда. Показано также, что дипольный осциллятор в рассматриваемом случае также генерирует излучение Вавилова—Черенкова, в отличие от случая его движения в однородной среде или параллельно границе раздела двух однородных сред. Рассматривается также излучение поверхностных волн.

После открытия Смитом и Перселом [1] эффекта дифракционного излучения появилось значительное количество работ, посвященных теории этого явления (подробная библиография имеется в обзорах [2, 3]), стимулированных возможными приложениями. Рассмотрение проводилось, в основном, для решеток, составленных из идеально-проводящих элементов. Излучение точечного заряда, движущегося над преломляющей решеткой, было рассмотрено в [4]. В работе [6] рассмотрено излучение осциллятора в безграничной периодической среде.

В настоящей работе рассматривается излучение источника (с собственной частотой Ω), движущегося равномерно в однородной среде. В результате взаимодействия собственного и дифрагированного полей усиливается излучение Вавилова—Черенкова (ВЧ) осциллирующего заряда. Это же взаимодействие приводит к тому, что дипольный осциллятор, движущийся в однородной среде над дифракционной решеткой, генерирует излучение ВЧ, которое, как известно [5], в безграничной однородной среде отсутствует.

Пусть заряд e движется по закону

$$\mathbf{r}(t) = \hat{e}_y vt + \mathbf{b}\cos\Omega t \tag{1}$$

в среде (с диэлектрической проницаемостью ε_1), которая отделена плоскостью $z = d$ от среды (с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_2\,(x, y, z)$; для простоты положим $\mu_1=\mu_2=1$), занимающей полупространство $z>d$. Если ε_2 является периодической функцией координат x, y, z, т. е. $\varepsilon_2(x, y, z) = \varepsilon_2(x+l_x, y+l_y, z+l_z)$, то мы можем представить ее в виде ряда Фурье по векторам обратной решетки τ

$$\begin{gathered}\varepsilon_2(x, y, z) = \sum_\tau \varepsilon_\tau \exp[i\tau\mathbf{r}] = \varepsilon_0 + \varepsilon'(x, y, z), \\ \tau = 2\pi\left(\hat{e}_x\frac{n}{l_x} + \hat{e}_y\frac{m}{l_y} + \hat{e}_z\frac{p}{l_z}\right),\end{gathered} \tag{2}$$

где m, n, p принимают все целые значения от $-\infty$ до $+\infty$ и меняют знак при замене $\omega \to -\omega$ (вследствие $\varepsilon_2(-\omega) = \varepsilon_2^*(\omega)$). Тогда в той спектральной области, где выполняется условие $\varepsilon'(x, y, z) \ll \varepsilon_0$, к решению задачи можно применить теорию возмущений.

Обозначим поля невозмущенного решения ($\varepsilon' = 0$) в области $z > d$ через $\mathbf{E}_2$ и $\mathbf{H}_2$. Поля, обязанные наличию малой добавки ε' к диэлектрической проницаемости ε_0, мы обозначим через $\mathbf{E}_1'$ и $\mathbf{H}_1'$ в области $z < d$ и $\mathbf{E}_2'$ и $\mathbf{H}_2'$ — в области $z > d$. При этом в рассматриваемом приближении имеем

$$\mathbf{D}_2' = \varepsilon_0 \mathbf{E}_2' + \varepsilon' \mathbf{E}_2, \quad \mathbf{D}_1' = \varepsilon_1 \mathbf{E}_1'. \tag{3}$$

Поле $\mathbf{E}_2$ можно записать в виде двойного интеграла Фурье

$$\mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \int \mathbf{A}_s(k_x, \omega) \exp\left[i\left(k_x x + \frac{\omega_s}{v} y + \lambda_{2s} z - \omega t\right)\right] dk_x d\omega, \tag{4}$$

где

$$A_{sx} = \frac{k_x \frac{\omega_s}{v}(\lambda_{2s} - \lambda_{1s}) E_{sy} + \left[\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_1 \lambda_{2s} - (\lambda_{2s} - \lambda_{1s})\frac{\omega_s^2}{v^2}\right] E_{sx}}{\varepsilon_2 \lambda_{1s} + \varepsilon_1 \lambda_{2s}} \times$$

$$\times 2 \frac{c^2}{\omega^2} \exp[i(\lambda_{1s} - \lambda_{2s}) d], \tag{5}$$

$$A_{sz} = 2\varepsilon_1 \lambda_{1s} E_{2z} (\varepsilon_2 \lambda_{1s} + \varepsilon_1 \lambda_{2s})^{-1} \exp[i(\lambda_{1s} - \lambda_{2s}) d],$$

$$\lambda_{1,2s} = \left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{1,0} - k_x^2 - \frac{\omega_s^2}{v^2}\right)^{1/2}, \quad \omega_s = \Omega s + \omega;$$

величина A_{sy} получается из (5) заменой $E_{sy} \rightleftarrows E_{sx}$ и $k_x \rightleftarrows k_y'$, а $\mathbf{E}_s$ есть фурье-компонента собственного поля осциллятора в первой среде,

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \int \mathbf{E}_s \exp[i(\mathbf{k}_{1s}\mathbf{r} - \omega t)] dk_x d\omega,$$

$$\mathbf{E}_s = -q\alpha_s \left(\frac{\omega \mathbf{v}_s}{c^2}\varepsilon_1 - \mathbf{k}_{1s}\right)(2\pi v \varepsilon_1 \lambda_{1s})^{-1},$$

$$\mathbf{v}_s = \hat{e}_y v - \mathbf{l}\,\Omega s/(\mathbf{k}_{1s}\mathbf{l}), \quad \alpha_s = (-i)^s J_s(\mathbf{k}_{1s}\mathbf{l}), \tag{6}$$

$$\mathbf{k}_{1,2s} = \hat{e}_x k_x + \hat{e}_y \frac{\omega_s}{v} + \hat{e}_z \lambda_{1,2s}.$$

Поля $\mathbf{E}_{1,2}'(\mathbf{r}, t)$ ищем в виде

$$\mathbf{E}_{1,2}'(\mathbf{r}, t) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \int \mathbf{E}_{1,2s}'(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)\, d\omega. \tag{7}$$

В первом приближении имеем

$$\mathbf{E}_{2s}'(\mathbf{r}) = \sum_{\tau} \int \exp\left\{ i \left[(k_x + \tau_x)\, x + \left(\frac{\omega_s}{v} + \tau_y \right) y \right] \right\} dk_x \times$$

$$\times \{ \mathbf{A}_{s,\,\tau} \exp\,[i(\lambda_{2s} + \tau_z)\, z] + \mathbf{B}_{s,\,\tau} \exp[i\lambda_{2s\tau}\, z]\}, \tag{8}$$

где

$$\mathbf{A}_{s,\,\tau} = \frac{\varepsilon_\tau}{\varepsilon_0} \frac{\frac{\omega^2}{c^2}\, \varepsilon_0\, \mathbf{A}_s - \tau\, \mathbf{A}_s\,(\tau + \mathbf{k}_{2s})}{\tau\,(\tau + 2\,\mathbf{k}_{2s})},$$

а $\mathbf{B}_{s,\tau}$ определяется из граничных условий.

Поле $\mathbf{E}_{1s}'(\mathbf{r})$ записываем в виде

$$\mathbf{E}_{1s}'(\mathbf{r}) = \sum_{\tau \neq 0} \int C_{s,\,\tau} \exp\left\{ i \left[(k_x + \tau_x)\, x + \left(\frac{\omega_s}{v} + \tau_y \right) y - \lambda_{1s}\, z \right] \right\} dk_x. \tag{9}$$

В формулы (8) и (9) входит величина

$$\lambda_{1,\,2s,\,\tau} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\, \varepsilon_{1.\,0} - (k_x + \tau_r)^2 - \left(\frac{\omega_s}{v} + \tau_y \right)^2}, \tag{10}$$

причем

$$\left[\hat{e}_x (k_x + \tau_x) + \hat{e}_y \left(\frac{\omega_s}{v} + \tau_y \right) + \hat{e}_z\, \lambda_{2s,\,\tau} \right] \mathbf{B}_{s,\,\tau} = 0,$$

$$\left[\hat{e}_x (k_x + \tau_x) + \hat{e}_y \left(\frac{\omega_s}{v} + \tau_y \right) - \hat{e}_z\, \lambda_{1s,\,\tau} \right] \mathbf{C}_{s,\,\tau} = 0. \tag{11}$$

Условия (11) являются следствием уравнений поля $\operatorname{div} \mathbf{D}'_{1,2} = 0$.

Выражения для магнитных полей мы не будем приводить здесь для краткости. Используя граничные условия для полей и индукций совместно с условиями поперечности свободных полей, можно получить формулы для коэффициентов $\mathbf{B}_{s\tau}$ и $\mathbf{C}_{s\tau}$, которые мы здесь также не приводим.

Для определения частотного спектра полей и их углового распределения необходимо выполнить интегрирование по k_x в формулах (8) и (9) и в аналогичных выражениях для магнитных полей. С этой целью вводится цилиндрическая система координат (ρ, φ, y):

$$x = \rho \sin \varphi, \quad y = y, \quad \begin{cases} -z = \rho \cos \varphi & \text{при} \quad z < 0, \\ z - d = \rho \cos \varphi & \text{при} \quad z > d. \end{cases}$$

Интегрирование проведем методом перевала, который дает значения полей в волновой зоне. В первой среде точка перевала есть

$$k_{1s,\,x\tau}^{(0)} = \frac{\omega}{v}\, \xi_{1s,\,\tau} \sin \varphi - \tau_x, \tag{12}$$

а в неоднородной среде для первого из интегралов (8) имеем

$$k_x^{(0)} = \frac{\omega}{v}\, \xi_{s0} \sin \varphi, \tag{13}$$

а для второго интеграла она есть

$$k^{(0)}_{2s,\,x\tau} = \frac{\omega}{v}\,\xi_{2s\tau}\sin\varphi - \tau_x, \tag{14}$$

где

$$\xi_{1,\,2s\tau} = \sqrt{\beta^2\varepsilon_{1,\,0} - (\omega_s + \tau_y v)^2/\omega^2},$$
$$\xi_{s0} = \sqrt{\beta^2\varepsilon_0 - \omega_s^2/\omega^2}. \tag{15}$$

Условием излучения является вещественность $\xi_{1,\,2s\tau}$ и ξ_{s0}. Исследуем частотный спектр излучения в обеих средах.

а) Излучение в однородной среде

Из выражений для полей излучения видно, что частота излученных и дифрагированных на неоднородностях второй среды волн, наблюдаемых под углом ϑ к оси y, преобразуется согласно формуле

$$\omega = \frac{\Omega_{s,\,m}}{\beta\sqrt{\varepsilon_1}\cos\vartheta - 1},\quad \Omega_{s,\,m} = \Omega s + \frac{2\pi m v}{l_y}, \tag{16}$$

описывающей так называемый дифракционный эффект Допплера. Из этой формулы видно, что в дифракционном эффекте Допплера роль частоты источника играет сумма высших гармоник осцилляций и частоты пересечения источником неоднородностей среды. При этом в преобразовании частоты участвуют лишь неоднородности среды вдоль направления движения осциллятора. «Досветовой» эффект Допплера имеет место на гармониках $\Omega s + \dfrac{2\pi m v}{l_y} < 0$, а „сверхсветовому“ эффекту Допплера соответствуют положительные гармоники $\Omega_{s,\,m} \geqslant 0$. Гармоника с $s = m = 0$ (для которой $\Omega_{s,\,m} = 0$) описывает излучение ВЧ равномерно движущегося заряда в однородной среде с проницаемостью ε_1.

Однако, как видно из (16), выражение $\Omega_{s,\,m}$ обращается в нуль и для значений s и m, отличных от нуля. Простейшим примером может служить случай, когда $\dfrac{2\pi v}{l} = \Omega$. Частота $\Omega_{s,\,m}$ при этом обращается в нуль для $s = -m$. Эти значения s и m дают дополнительный вклад в излучение ВЧ. В среде, диэлектрическая проницаемость которой меняется по гармоническому закону, уже в дипольном приближении имеем $\Omega_{s,\,m} = 0$.

Заметим, что в случае дипольного осциллятора излучаются лишь гармоники, являющиеся нечетными кратными основной гармоники, и формула (16) принимает вид

$$\omega = \frac{\Omega(2s+1) + \dfrac{2\pi m v}{l_y}}{\beta\sqrt{\varepsilon_1}\cos\vartheta - 1}. \tag{17}$$

Отсюда следует, что наличие неоднородностей вдоль движения источника приводит к генерации излучения ВЧ дипольным осциллятором, в отличие от случая его движения в безграничной однородной среде [5].

В частности, для точечного дипольного осциллятора, которому соответствуют гармоники $s = 0$ и $s = -1$, излучение ВЧ имеет место, если

$$m = \pm \Omega l_y / 2\pi v. \tag{18}$$

В случае, когда диэлектрическая проницаемость неоднородной среды меняется вдоль траектории источника по гармоническому закону, $m = \pm 1$ и формула (18) имеет место, когда частота источника кратна частоте пересечения им неоднородностей среды. Для более сложной зависимости $\varepsilon(y)$ в этом случае излучение ВЧ имеет место на высших гармониках разложения (2).

б) Излучение в неоднородной среде

В неоднородной среде имеется излучение двух типов. Частоты, удовлетворяющие условию $\varepsilon_0(\omega) > \beta^{-2}$, генерируются непосредственно во второй среде в виде излучения ВЧ, которое дифрагирует на неоднородностях среды. Если при этом и $\varepsilon_1(\omega) > \beta^{-2}$, то излучение ВЧ, образованное в первой среде, дифрагирует в неоднородную среду. Поле высших гармоник этого излучения определяется формулой

$$\begin{gathered} \mathbf{E}'_{\text{ВЧ}} = \sum_{\tau \neq 0} \int A_{s\tau}^{\text{пер.}} \exp\left\{ i \left[\frac{\omega}{v} \xi_{s0} \rho + \boldsymbol{\tau} \mathbf{r} + \frac{\omega_s}{v} y - \omega t \right] \right\} \cos\varphi \, d\omega, \\ A_{s\tau}^{\text{пер}} = \sqrt{-\frac{2\pi i \omega \xi_{s0}}{\rho v}} \, \mathbf{A}_{s\tau} \left(k_x = \frac{\omega}{v} \xi_{s0} \sin\varphi \right). \end{gathered} \tag{19}$$

Преобразование частоты для этого поля аналогично (17):

$$\omega = \frac{\Omega_{sm}}{1 - \beta n_{\text{эф}}(\omega) \cos\vartheta'_{s\tau}}, \tag{20}$$

где величина

$$n_{\text{эф}}(\omega) = \sqrt{\varepsilon_0 + \frac{c^2}{\omega^2} \left[\tau^2 + 2 \left(\frac{\omega_s}{v} \tau_y + \frac{\omega}{v} \xi_{s0} \tau_\rho \right) \right]}$$

является эффективным показателем преломления периодически-неоднородной среды.

Второй тип излучения вызван дифракцией поля заряда на неоднородностях. Поля этого излучения определяются формулой

$$\begin{gathered} \mathbf{E}^{\kappa}_{2,s} = \sum_{\tau \neq 0} \int \mathbf{B}_{s\tau}^{\text{пер}} \cos\varphi \exp\left\{ i \left[\frac{\omega}{v} \xi_{2s,\tau} \rho + \left(\frac{\omega_s}{v} + \tau_y \right) y - \omega t \right] \right\} d\omega, \\ \mathbf{B}_{s\tau}^{\text{пер}} = \sqrt{-\frac{2\pi i \omega \xi_{2s\tau}}{\rho v}} \, \mathbf{B}_{s\tau} \left(k_x = \frac{\omega}{v} \xi_{2s,\tau} \sin\varphi \right), \end{gathered} \tag{21}$$

а частота преобразовывается по формуле (16), в которой надо заменить $\varepsilon_1 \to \varepsilon_0$.

Отметим, что когда среднее значение диэлектрической проницаемости неоднородной среды отрицательно, генерируются высшие гармоники поверхностных волн, распространяющиеся под углами $\vartheta_{s,m}$ к скорости осциллятора,

$$\vartheta_{s,m} = \arc\cos \frac{\sqrt{|\varepsilon_0| - 1}}{\beta \sqrt{|\varepsilon_0|}} \left(\frac{\omega_s}{\omega} + \frac{2 \pi m v}{l_y \omega} \right). \tag{22}$$

Преобразование частоты этих волн имеет такой же вид, что и формула для эффекта Доплера (16), только роль показателя преломления играет величина

$$\alpha = \sqrt{|\varepsilon_0|/(|\varepsilon_0| - 1)}\,.$$

На гармониках, для которых выполняется условие $\Omega_{s,m} = 0$, излучение ВЧ поверхностных волн одиночным осциллирующим зарядом усиливается. Кроме того, если $\Omega\,(2s+1) + \dfrac{2 \pi m v}{l_y} = 0$, возможна генерация поверхностных волн излучения ВЧ дипольным осциллятором.

В заключение отметим, что поперечные волны в обеих средах распространяются в виде конусов с неравной освещенностью по φ. Это связано с тем, что для фиксированных s и m, определяющих условие излучения и угол его распространения, гармоники с $n \neq 0$ и $p \neq 0$ дают дополнительный вклад в излучение под теми же углами $\vartheta_{s,m}$. Такой же эффект имеет место и для поверхностных волн.

Если предположить, что периодическая среда представляет собой равномерно чередующиеся слои диэлектрика с толщиной b и проницаемостью ε, расположенные с периодом l, то применение теории возмущений оправдано при выполнении неравенства

$$\left| (\varepsilon - 1)\, l \sin\left(\frac{\pi b}{l}\right) \right| \ll \lambda,$$

где λ—длина волны излучения.

Авторы благодарны К. А. Барсукову, Б. М. Болотовскому и Г. М. Гарибяну за обсуждения.

Институт радиофизики
и электроники АН АрмССР
Ереванский физический
институт

Поступила 15.I.1976

ЛИТЕРАТУРА

1. *S. J. Smith, E. M. Purcell.* Phys. Rev., 92, 1069 (1953).
2. *Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский.* УФН, 88, 209 (1966).
3. *И. Палоц, А. А. Олинер.* ТИИЭР, 55, 51 (1967).
4. *О. С. Мергелян.* ЖТФ, 40, 2043 (1970).
5. *И. М. Франк.* Изв. АН СССР, серия физ., 6, 3 (1942).
6. *Б. В. Хачатрян.* Изв. вузов, Радиофизика, 6, 904 (1963).

ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆՈՐԵՆ ԱՆՀԱՄԱՍԵՌ ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿԻ ՀԱՐԹ ԲԱԺԱՆՄԱՆ ՍԱՀՄԱՆԻ ՎՐԱՅՈՎ՝ ՀԱՄԱՍԵՌ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ ՇԱՐԺՎՈՂ ՕՍՑԻԼՅԱՏՈՐԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ

Ֆ. Ա. ԿՈՍՏԱՆՅԱՆ, Հ. Ս. ՄԵՐԳԵԼՅԱՆ

Խոտորումների տեսության մոտավորությամբ դիտարկվում է Դոպլերի դիֆրակցիոն էֆեկտը՝ երբ սեփական հաճախությամբ օժտված աղբյուրը շարժվում է համասեռ դիէլեկտրիկում՝ պարբերականորեն անհամասեռ միջավայրի հետ բաժանման հարթ սահմանին զուգահեռ։ Ցույց է տրված, որ տատանվող լիցքի Վավիլով-Չերենկովի ճառագայթումը ուժեղանում է, երբ աղբյուրի տատանումների հաճախությունը միջավայրի անհամասեռությունների հատման հաճախության բազմապատիկն է։ Ցույց է տրված նաև, որ դիպոլային օսցիլյատորը քննարկվող դեպքում նույնպես Վավիլով-Չերենկովի ճառագայթում է արձակում ի տարբերություն համասեռ միջավայրում կամ երկու համասեռ միջավայրերի բաժանման հարթ սահմանին նրա զուգահեռ շարժման դեպքից։ Դիտարկվում է նաև մակերևույթային ալիքների ճառագայթումը։

RADIATION FROM AN OSCILLATOR AT ITS FLIGHT IN HOMOGENEOUS MEDIUM OVER THE PLANE BOUNDARY WITH A PERIODICALLY-INHOMOGENEOUS DIELECTRIC

F. A. KOSTANYAN, O. S. MERGELYAN

The problem of the radiation from a source with the proper frequency at its flight over the plane boundary with periodically inhomogeneous dielectric is solved in the perturbation theory approximation. It is shown that when the proper frequency is the multiple of the frequency of inhomogeneities traversing, then the Vavilov—Cherenkov radiation is amplified. It is shown further that the dipole oscillator also generates the Vavilov—Cherenkov radiation in the case under consideration in contrast to the case of motion in an homogeneous medium or the parallel flight to the boundary of two homogeneous media. The generation of surface waves is also considered.