

ИНВАРИАНТНЫЕ СВОЙСТВА ХАРАКТЕРА ДИФРАКЦИИ

Л. Н. КОВАЛЬ

Дано определение параметра ξ , характеризующего тип дифракции, для нестационарного случая. При заданных пространственно-временных соотношениях определена область существенных ξ . Для квазиклассического движения вдоль оси z определение нестационарного случая сводится к стационарному. Показано, что характер дифракции является инвариантом относительно ортохронного преобразования Лоренца (вдоль оси z).

При изучении дифракционных явлений (стационарный случай) существенную роль играет параметр $\xi = a_{\parallel}/ka_{\perp}^2$ [1], где k — волновой вектор, $a_{\parallel}$ и $a_{\perp}$ — характерные продольный и поперечные размеры. Однако параметр ξ и условия, при которых он задан, определены неинвариантным способом. Восстановлению инвариантных свойств этих характеристик посвящена настоящая работа.

В стационарном случае ξ определена при выполнении условий а) $ka_{\perp} \gg 1$, б) $a_{\perp} \ll a_{\parallel}$. Из условий а и б следует $ka_{\parallel} \gg 1$, что совместно с б совпадает с условиями квазиклассического движения вдоль оси z , а дифракционные эффекты проявляются из-за волновых свойств в поперечной плоскости.

Для установления точных трансформационных свойств ξ будем исходить из нестационарной задачи. Пусть в точке x_1 расположен источник скалярных волн с массой m . Рассмотрим амплитуду поля в точке x_2 . Требуется определить характер дифракции при заданных пространственно-временных соотношениях: $x = x_2 - x_1$. Задача сводится к изучению дифракционных свойств функции Грина

$$G^c(x, m) = \int \frac{e^{-ipx}}{p^2 - m^2 + i\epsilon} \frac{id^4p}{(2\pi)^4}. \quad (1)$$

Найдем инвариантный аналог условий а и б. Классическое действие и импульс частицы с массой m , движущейся между точками x_1 и x_2 , есть

$$S = -mx, \quad P_{\mu} = -g_{\mu\nu} \frac{\partial S}{\partial x_{\nu}} = m \frac{x_{\mu}}{x}, \quad P_{\mu}^2 = m^2, \quad x^2 = x_0^2 - \mathbf{r}^2. \quad (2)$$

Отсюда свободное движение между точками x_1 и x_2 возможно, когда $x > 0$, $x_0 > 0$, или эквивалентно

$$a') \quad x > 0, \quad б') \quad x_0 + z > 0. \quad (3)$$

Для нестационарного случая мы выберем условия а' и б' в качестве инвариантного относительно собственного преобразования Лоренца аналога условий а и б.

При выполнении а и б для функции $G^c(x, m)$ можно получить неинвариантное разложение по функции размазки прицельного параметра $\delta^2(b, a)$:

$$G^c(x, m) = \int_0^{+\infty} \frac{dk}{4\pi k} \exp[-ik(x_0 - z)] \delta^2\left(b, \frac{k}{z}\right), \quad (4)$$

где

$$\delta^2(b, a) = \int \exp[iqb - iq^2/2a] \frac{d^2q}{(2\pi)^2} = -\frac{ia}{2\pi} \exp\left[i\frac{b^2}{2a}\right]. \quad (5)$$

С другой стороны, при выполнении a и b можно записать инвариантное разложение $G^c(x, m)$

$$G^c(x, m) = \int_0^{+\infty} \frac{dp_+}{4\pi p_+} \exp\left[-i\frac{x_0+z}{2p_+} m^2 - i\frac{p_+(x_0-z)}{2}\right] \delta^2\left(b, \frac{p_+}{x_0+z}\right), \quad (6)$$

где

$$p_+ = p_0 + p_z.$$

Сравнивая (4) и (5), видим, что аналогом величины $\frac{k}{z}$ является $\frac{p_+}{x_0+z}$, так что определение ξ для нестационарного случая имеет вид

$$\xi = \frac{x_0 + z}{p_0 + p_z} a_{\perp}^{-2}. \quad (7)$$

Можно показать, что фаза в (6) отрицательна. Значение $p_+^{\text{экс}}$, при котором фаза принимает максимальное значение, есть

$$p_+^{\text{экс}} = m \frac{x_0 + z}{x}. \quad (8)$$

Согласно (2) $p_+^{\text{экс}}$ соответствует случаю, когда переменная p_+ принимает классическое значение $p_+^{\text{экс}} = P_+$. Отсюда для $\xi^{\text{экс}}$ получаем

$$\xi^{\text{экс}} = \frac{(mx)}{(ma_{\perp})^2}.$$

Можно показать, что при заданных пространственно-временных соотношениях существенная область изменения переменной p_+ есть

$$\left[I + \frac{1 - \sqrt{1 + 4mx}}{2mx} \right] \lesssim \frac{p_+}{P_+} \lesssim \left[I + \frac{1 + \sqrt{1 + 4mx}}{2mx} \right]. \quad (9)$$

С помощью (9) для параметра ξ находим

$$\left[I + \frac{1 + \sqrt{1 + 4mx}}{2mx} \right]^{-1} \lesssim \xi/\xi^{\text{экс}} \lesssim \left[I + \frac{1 - \sqrt{1 + 4mx}}{2mx} \right]^{-1}. \quad (10)$$

В квантовом пределе $|S| \lesssim 1$ из (10) следует

$$mx \lesssim \xi/\xi^{\text{экс}} \lesssim (mx)^{-1}. \quad (11)$$

В этом случае длина интервала существенных ξ может сильно отличаться от $\xi^{\text{экс}}$.

В квазиклассическом пределе $|S| \gg 1$ получаем

$$\left(1 - \frac{1}{\sqrt{mx}}\right) \lesssim \xi/\xi^{\text{экс}} \lesssim \left(1 + \frac{1}{\sqrt{mx}}\right). \quad (12)$$

В этом случае существенные ξ концентрируются в узком интервале около квазиклассического значения $\xi^{\text{экс}}$.

Покажем, что для квазиклассического движения вдоль оси z (7) сводится к определению для стационарного случая. Инвариантный переход совершим с помощью условий

$$|S| \gg 1, \quad x = m \frac{z}{P_z}, \quad P_z = k. \quad (13)$$

Тогда

$$\xi^{\text{экс}} = \frac{mx}{(ma_{\perp})^2} = \frac{z}{ka_{\perp}^2}.$$

В частности, для ультрарелятивистского квазиклассического движения вдоль оси z ($p_0 \sim p_z = k$, $x_0 \sim z$) получаем

$$\xi = \frac{x_0 + z}{p_0 + p_z} a_{\perp}^{-2} = \frac{z}{ka_{\perp}^2}.$$

Для нерелятивистского случая с квазиклассическим движением вдоль оси z находим

$$\xi = \frac{x_0 + z}{p_0 + p_z} a_{\perp}^{-2} = \frac{x_0}{m} a_{\perp}^{-2} = \frac{z}{mv} a_{\perp}^{-2} = \frac{z}{ka_{\perp}^2}.$$

Совпадение ξ в обоих предельных случаях не случайно, так как условия а и б мы сформулировали на геометрическом языке. Эти условия могут осуществляться как в релятивистском, так и нерелятивистском пределе, однако ценой такого общего рассмотрения была потеря инвариантных свойств.

Таким образом, при выполнении условий $x > 0$, $x_0 + z > 0$ мы дали определение ξ для нестационарного случая,

$$\xi = \frac{x_0 + z}{p_0 + p_z} a_{\perp}^{-2},$$

нашли область существенных ξ , показали, что для квазиклассического движения вдоль оси z ($|S| \gg 1$, $x = m z / P_z$) определение (7) сводится к стационарному случаю. С другой стороны, легко убедиться в инвариантности относительно собственных преобразований Лоренца вдоль оси z ограничений (3) и (13) и определений (7), (8) и (10). Последнее завершает доказательство инвариантности характера дифракции.

В заключение автор выражает благодарность С. Г. Матиняну за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Н. Коваль, С. Г. Матинян. ЯФ, 19, 380 (1974).
2. Л. Н. Коваль. Изв. АН АрмССР, Физика, 11, 17 (1976).

ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՅԻ ԲՆՈՒՅԹԻ ԻՆՎԱՐԻԱՆՏ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Լ. Ն. ԿՈՎԱԼ

Աշխատանքում տրված է ξ պարամետրի սահմանումը, որը բնորոշում է դիֆրակցիայի տեսակը ոչ ստացիոնար դեպքում, z առանցքի ուղղությամբ կվադրիկատիկ շարժման դեպքում ոչ ստացիոնար դեպքի սահմանումը հանդում է ստացիոնար դեպքին, ծուլց է տրված, որ դիֆրակցիայի բնույթը ինվարիանտ է Լորենցի օրոտխրոն ձևափոխությունների նկատմամբ (z առանցքի ուղղությամբ):

INVARIANT PROPERTIES OF DIFFRACTION NATURE

L. N. KOVAL

The definition of the ξ parameter, characterizing the type of diffraction for non-stationary case, is given. At given space-time correlations the region of essential ξ values is determined. In the case of quasiclassical motion along z axis, the definition for the non-stationary case reduces to that for the stationary one. The invariance of the nature of diffraction under the orthochronologic Lorentz transformation (along the z axis) is shown.