Изв. АН Армянской ССР, Физика, 12, 72—74 (1977)

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

КАЛИБРОВОЧНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ ЭФФЕКТИВНОГО ДЕЙСТВИЯ ПОЛЯ ЯНГА-МИЛЛСА

Г. К. САВВИДИ

1. В известной работе Швингера [1] изучалась проблема поляризации вакуума внешним электромагнитным полем. Вычисления проводились в однопетлевом приближении [2]. В работах [2, 3] была поставлена задача об изучении поляризационных эффектов в других теориях, в частности, в теории Янга-Миллса (Я. М.) и гравитации. При этом в калибровочных теориях всегда возникает вопрос о калибровочной инвариантности физических величин. Необходимо различать два аспекта этой проблемы: G-инвариантность — инвариантность теории относительно калибровочных преобразований — и α-инвариантность — независимость физических величин от калибровочного параметра.

На основе обобщенных тождеств Уорда [4, 5] можно показать, что при отсутствии источников в теории Я. М. имеет место α-инвариантность. Однако явного доказательства этого факта не существовало. Целью настоящей работы является прямое доказательство α-инвариантности теории Я. М. в однопетлевом приближении как при произвольной ковариантной [3—5], так и произвольной нековариантной калибровках.

2. Рассмотрим поле Я. М., связанное с простой компактной группой G. Классическое действие есть

$$S_{Y.\ M.} = -\frac{1}{4}\int d^4x\, G^a_{\mu\nu}\, G^a_{\mu\nu}, \tag{1}$$

где

$$G^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu - g t^{abc} A^b_\mu A^c_\nu \tag{2}$$

есть тензор напряженности, t^{abc} — структурные константы группы, антисимметричные по всем трем индексам. Действие (1) инвариантно относительно инфинитезимальных калибровочных преобразований

$$A^a_\mu \to A^a_\mu + \nabla^{ab}_\mu (A)\, \delta\xi^b, \tag{3}$$

где

$$\nabla^{ab}_\mu (A) = \delta^{ab}\partial_\mu - g t^{acb} A^c_\mu \tag{4}$$

есть ковариантная производная, обладающая свойством

$$[\nabla_\mu,\ \nabla_\nu] = -g\hat{G}_{\mu\nu}, \tag{5}$$

причем $\hat{G}^{ab}_{\mu\nu} = t^{acb}\, G^c_{\mu\nu}$.

3. В случае произвольной ковариантной калибровки [3—5] однопетлевой вклад $W^{(1)}$ в эффективное действие Γ равен

$$W^{(1)} = W^{(1)}_{Y.M.}(\alpha) + W^{(1)}_{F.P.}, \tag{6}$$

где

$$W^{(1)}_{Y.M.}(\alpha) = \frac{i}{2} \operatorname{Sp} \ln [H(\alpha)], \tag{7}$$

$$W^{(1)}_{F.P.} = -i \operatorname{Sp} \ln [H_0], \tag{8}$$

$$H_{\mu\nu}(\alpha) = g_{\mu\nu} \nabla_\sigma \nabla_\sigma - 2g \hat{G}_{\mu\nu} + (\alpha - 1) \nabla_\mu \nabla_\nu, \tag{9}$$

$$H_0 = \nabla_\sigma \nabla_\sigma, \tag{10}$$

α—калибровочный параметр. Поляризационный вклад (7) обусловлен квантами поля Я. М., а вклад (8)—фиктивными частицами [7—9].

Для полей, удовлетворяющих свободным уравнениям движения

$$\nabla_\mu^{ab} G^b_{\mu\nu} = 0, \tag{11}$$

из (5) и (9) получаем

$$\nabla_\mu H_{\mu\nu}(\alpha) = \alpha H_0 \nabla_\nu. \tag{12}$$

Поляризационный вклад фиктивных частиц (8) не зависит, естественно, от калибровочного параметра α. Следовательно, необходимо доказать независимость от α выражения (7) для полей, удовлетворяющих (11). С этой целью воспользуемся дифференциальным свойством определителей [10, 11]

$$\delta \ln \operatorname{Det} X = \delta \operatorname{Sp} \ln X = \operatorname{Sp} X^{-1} \delta X, \tag{13}$$

откуда следует, что

$$\delta W^{(1)}_{Y.M.}(\alpha) = \frac{i}{2} \operatorname{Sp} \{H^{-1}(\alpha) \delta H(\alpha)\} =$$

$$= \frac{i}{2} \operatorname{Sp} \{H^{-1}_{\mu\nu}(\alpha) \nabla_\nu \nabla_\mu\} \delta\alpha = \frac{i}{2} \operatorname{Sp} \{\nabla_\mu H^{-1}_{\mu\nu}(\alpha) \nabla_\nu\} \delta\alpha, \tag{14}$$

где мы воспользовались соотношением (9). Вычислим выражение, стоящее под общим следом. Для этого умножим равенство

$$H_{\mu\nu}(\alpha) H^{-1}_{\nu\lambda}(\alpha) = g_{\mu\lambda}$$

слева на ∇_μ и, используя (12), получим

$$\nabla_\mu H^{-1}_{\mu\nu}(\alpha) \nabla_\nu = \frac{1}{\alpha}. \tag{15}$$

Теперь можно проинтегрировать уравнение (14), что дает

$$W^{(1)}_{Y.M.}(\alpha) = W^{(1)}_{Y.M.}(1) + \frac{i}{2} \ln \alpha \operatorname{Sp} 1. \tag{16}$$

Таким образом, с точностью до тривиального слагаемого, не зависящего от поля, однопетлевой вклад в эффективное действие поля Я. М. не зависит от α и равен

$$W^{(1)} = \frac{i}{2}\,\mathrm{Sp}\ln H(1) - i\,\mathrm{Sp}\ln H_0, \tag{17}$$

где

$$H_{\mu\nu}(1) = g_{\mu\nu}\nabla_\sigma\nabla_\sigma - 2g\hat{G}_{\mu\nu}. \tag{18}$$

Вычисление величины (17) для ковариантного постоянного поля проведено в работе [3].

Совершенно аналогичным методом нетрудно доказать α-инвариантность и при произвольной нековариантной калибровке

$$-\frac{\alpha}{2}\int d^4x\,(\partial_\mu A^a_\mu)^2.$$

В заключение автор считает своим приятным долгом поблагодарить проф. С. Г. Матиняна и И. А. Баталина за полезное обсуждение

Ереванский физический институт

Поступила 24.8.1976

ЛИТЕРАТУРА

1. *J. Schwinger.* Phys. Rev., 82, 664 (1951).
2. *С. Г. Матинян, Г. К. Саввиди.* ЯФ, 25, № 1 (1977).
3. *И. А. Баталин, С. Г. Матинян, Г. К. Саввиди.* ЯФ (в печати).
4. *R. Kallosh.* Nucl. Phys., B78, 293 (1974).
5. *J. Honerkamp.* Nucl. Phys., B48, 269 (1975).
6. *R. Fukuda, J. Kugo.* Preprint RIFP—237, 1975.
7. *R. P. Feynman.* Acta Phys. Pol., 24, 697 (1963).
8. *B. De Witt.* Phys. Rev., 162, 1195, 1239 (1967).
9. *L. D. Faddeev, V. N. Popov.* Phys. Lett., 25B, 29 (1967).
10. *Ю. Швингер.* Теория квантованных полей, Изд. ИЛ, М., 1956.
11. *Ю. Швингер.* Частицы, источники, поля, Изд. Мир, М., 1976, т. 2.

ՅԱՆԳ–ՄԻԼՍԻ ԴԱՇՏԻ ԷՖԵԿՏԻՎ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՏՐԱՄԱՉԱՓԱՅԻՆ ԻՆՎԱՐԻԱՆՏՈՒԹՅՈՒՆԸ

Գ. Կ. ՍԱՎՎԻԴԻ

Ապացուցված է Յանգ-Միլսի դաշտի էֆեկտիվ ազդեցության տրամաչափային ինվարիանտությունը մեկօղակային մոտավորությունում, աղբյուրների բացակայության դեպքում։ Ապացույցը ճիշտ է կամայական կովարիանտ և ոչ կովարիանտ տրամաչափային ձևափոխությունների համար։

GAUGE INVARIANCE OF THE EFFECTIVE ACTION OF YANG-MILLS FIELD

G. K. SAVVIDI

The gauge invariance for the effective action of Yang-Mills source-free field in the one-loop approximation has been proved. The proof is valid for arbitrary covariant as well as for arbitrary non-covariant gauges.