К ТЕОРИИ ВРАЩАЮЩИХСЯ СВЕРХПРОВОДНИКОВ

Д. М. СЕДРАКЯН, Г. С. МКРТЧЯН, К. М. ШАХАБАСЯН

При помощи термодинамики получены уравнения Гинзбурга-Ландау для вращающихся сверхпроводников. Показано, что в отсутствии внешнего магнитного поля во вращающихся сверхпроводниках второго рода могут возникать вихревые нити, которые твердотельно вращаются вместе со сверхпроводником. Рассмотрены некоторые гистерезисные эффекты во вращающихся двусвязных сверхпроводниках второго рода.

В работе [1] на основе микроскопической теории сверхпроводимости были выведены уравнения Гинзбурга-Ландау для вращающихся сверхпроводников. Ниже получены те же уравнения с использованием метода, примененного для получения феноменологических уравнений для движущегося сверхтекучего гелия [2]. Далее рассмотрен вопрос о возможности появления вихревых нитей во вращающихся сверхпроводниках второго рода в отсутствии внешнего магнитного поля. В заключение рассмотрен гистерезисный эффект, возникающий во вращающихся двусвязных сверхпроводниках второго рода.

Градиентно инвариантную плотность свободной энергии для движущихся сверхпроводников можно записать в следующем виде:

$$F = \frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar\nabla - \frac{2e}{c} \mathbf{A} - m^* \mathbf{v}_n \right) \Psi \Big|^2 + \alpha |\Psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\Psi|^4 + \frac{H^2}{8\pi}. \quad (1)$$

Импульс относительного движения сверхпроводящей и нормальной компонент $\mathbf{p} = \rho_s (\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_n)$ имеет вид

$$\mathbf{p} = \frac{i\hbar}{2} (\Psi \nabla \Psi^* - \Psi^* \nabla \Psi) - \frac{2e}{c} \mathbf{A} |\Psi|^2 - m^* \mathbf{v}_n |\Psi|^2. \quad (2)$$

Далее, будем искать минимум полной свободной энергии по параметрам Ψ^* и $\mathbf{v}_n$ при фиксированной относительной скорости $\mathbf{p}/\rho_s$. Это приводит к двум условиям

$$\frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar\nabla - \frac{2e}{c} \mathbf{A} - m^* \mathbf{v}_n \right)^2 \Psi + \alpha \Psi + \beta |\Psi|^2 \Psi - \frac{i\hbar}{2\rho_s} \Psi \operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \quad (3)$$

$$\mathbf{u} + \mathbf{p} = 0,$$

где $\rho_s = m^* |\Psi|^2$ — плотность массы сверхпроводящей компоненты, а $\mathbf{u}$ — лагранжев множитель.

По определению плотность тока равна

$$\mathbf{j} = 2en(\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_n) = \frac{2e}{m^*} \mathbf{p}. \quad (4)$$

Исключая лагранжев множитель $\mathbf{u}$, используя формулу (4) и закон сохранения заряда в виде $\operatorname{div} \mathbf{j} = 0$, для движущегося сверхпроводника получим уравнения Гинзбурга-Ландау

$$\frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar\nabla - \frac{2e}{c} \mathbf{A} - m^* \mathbf{v}_n \right)^2 \Psi + \alpha \Psi + \beta |\Psi|^2 \Psi = 0, \quad (5)$$

$$\mathbf{j} = \frac{i e \hbar}{m^*} (\Psi \nabla \Psi^* - \Psi^* \nabla \Psi) - \frac{4 e^2}{m^* c} \mathbf{A} |\Psi|^2 - 2 e \mathbf{v}_n |\Psi|^2.$$

Здесь $m^* = 2m$, m — масса свободного электрона.

Роль граничных условий для уравнений (5) играют требования обращения в нуль на поверхности сверхпроводника нормальной компоненты тока,

$$\mathbf{n} \left(-i\hbar\nabla - \frac{2e}{c} \mathbf{A} - m^* \mathbf{v}_n \right) \Psi|_z = 0, \quad (6)$$

и равенства тангенциальной составляющей поля $\mathbf{H}$ полю в вакууме $\mathbf{H}_z$,

$$[\mathbf{n} \operatorname{rot} \mathbf{A}]_z = [\mathbf{n} \mathbf{H}_z].$$

При получении уравнений (5) было использовано условие $(\mathbf{n} \Psi / \rho_s)|_z = 0$, которое, фактически, сводится к условию (6).

Подставляя для вращающегося сверхпроводника $\mathbf{v}_n = [\mathbf{\Omega} \mathbf{r}]$ и переходя к безразмерным переменным, получаем систему уравнений Гинзбурга-Ландау

$$\left(\frac{\nabla}{i\xi} - \mathbf{A} - [\mathbf{\Omega} \mathbf{r}] \right)^2 \Psi - \Psi (1 - |\Psi|^2) = 0,$$

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{A} = \frac{1}{2i\xi} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) - (\mathbf{A} + [\mathbf{\Omega} \mathbf{r}]) |\Psi|^2, \quad (7)$$

$$\mathbf{n} \left(\frac{\nabla}{i\xi} - i(\mathbf{A} + [\mathbf{\Omega} \mathbf{r}]) \right) \Psi|_z = 0,$$

$$[\mathbf{n} \operatorname{rot} \mathbf{A}]_z = [\mathbf{n} \mathbf{H}_z],$$

где Ω измеряется в единицах $(e/mc) H_c \sqrt{2}$, $H_c = \Phi_0 / 2\pi \sqrt{2} \lambda \xi$ — термодинамическое критическое поле, ξ — длина когерентности, λ — глубина проникновения слабого поля, Φ_0 — квант магнитного потока.

Если произвести подстановку $\mathbf{A}' = \mathbf{A} + (mc/e) [\mathbf{\Omega} \mathbf{r}]$, то система уравнений (7) переходит в систему уравнений Гинзбурга-Ландау для неподвижного сверхпроводника, находящегося во внешнем однородном постоянном магнитном поле,

$$\mathbf{H}'_0 = \frac{2mc}{e} \Omega. \quad (8)$$

Этот вывод находится в согласии с теоремой Лармора [3].

Рассмотрим вопрос о возможности появления вихревых нитей во вращающихся сверхпроводниках второго рода. Оценим критические угловые скорости Ω_{c1} и Ω_{c2} , используя формулу (8) и соответствующие формулы для H_{c1} и H_{c2} , полученные для неподвижного сверхпроводника [4]. Угловая скорость, при которой возникает единичный вихрь, равна

$$\Omega_{c_1} = \frac{e \Phi_0}{8 \pi m c \lambda^2} \ln \kappa. \quad (9)$$

Для большинства сверхпроводников при температурах, не очень близких к T_c , получаем $\Omega_{c_1} = 1,8 \cdot 10^9 \text{ сек}^{-1}$. Угловые скорости, которые приведут к полному исчезновению сверхпроводимости, для тех же сверхпроводников получаются порядка $\Omega_{c_2} = 9 \cdot 10^8 \text{ сек}^{-1}$. Таким образом, появление вихревых нитей в массивных сверхпроводниках только из-за вращения практически невозможно.

Однако можно получить вихри в тонких сверхпроводящих пластинах, сделанных из предельно „грязных“ сплавов [1]. При оценке критической скорости для вращающегося диска нужно учитывать коэффициент размагничивания, который для диска равен $N = 1 - (\pi/2)(d/D)$ [8], где d — толщина диска ($d \gg \xi(T)$), а D — его диаметр ($D \gg d$). Окончательно для первой критической скорости получаем

$$\Omega_{c_1} \approx \frac{e}{4 m c} \frac{d}{D} \frac{\Phi_0}{4 \lambda^2(T)} \ln \kappa, \quad (10)$$

где

$$\lambda(T) = 0,615 \lambda_0 \left(\frac{\xi_0}{l} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)^{-1},$$

$$\xi(T) = 0,85 (\xi_0 l)^{1/2} \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)^{-1},$$

$$\kappa = 0,725 \frac{\lambda_0}{l}.$$

Для гранулярных или аморфных пленок можно выбрать $l = 1 \text{ \AA}$ [5–7], а $\lambda_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ см}$, $\xi_0 = 10^{-4} \text{ см}$ [1, 9], и если взять пленку с толщиной $d = 10^{-5} \text{ см}$ и диаметром $D = 1 \text{ см}$, то для критической скорости получим $\Omega_{c_1} \approx 22 (1 - T/T_c) \text{ сек}^{-1}$.

Таким образом, при температурах, близких к T_c , т. е. $1 - T/T_c \sim 10^{-1}$, угловые скорости порядка 10 сек^{-1} достаточны для получения хорошо упакованной решетки вихревых нитей. Отметим также, что, как следует из уравнений (7), вихрь вращается вместе с образцом с угловой скоростью Ω . Это естественно, так как только в этом случае будет отсутствовать диссипация энергии.

Рассмотрим гистерезисный эффект в полном цилиндре с толщиной стенок $d \gg \lambda$, возникающий при вращении. Возьмем вращающийся цилиндр радиуса R , в центре которого имеется отверстие радиуса r , так что $d = R - r \gg \lambda$. Если в отверстии первоначально заморожен магнитный поток $n\Phi_0$, то при вращении поле равно

$$H = \frac{n\Phi_0}{\pi r^2} + \frac{2 m c}{r} \Omega. \quad (11)$$

Если мы заморозим в отверстии максимальный возможный поток $n_{\text{max}}\Phi_0$, где $n_{\text{max}} = Z(\pi r^2 H_{c_1}/\Phi_0)$, Z — целая натуральная часть числа, и далее вращением увеличим поле до H_{c_1} , то согласно (11) можем записать

$$\frac{2mc}{H_{c1}e} \Omega = 1 - \frac{\Phi_0 Z \left(\frac{\pi r^2 H_{c1}}{\Phi_0} \right)}{\pi r^2 H_{c1}}. \quad (12)$$

Из (12) легко найти угловую скорость

$$\Omega = \frac{e}{2mc} \frac{\Phi_0}{\pi r^2} = 0,58 r^{-2} \text{ сек}^{-1}, \quad (13)$$

при которой от полости отделяется одна вихревая нить и магнитное поле в полости изменяется на величину

$$\Delta H = \frac{\Phi_0}{\pi r^2} = 0,659 \cdot 10^{-7} r^{-2} \text{ эрстед}. \quad (14)$$

Таким образом, при $r = 0,1$ см и $\Omega = 58 \text{ сек}^{-1}$ величина изменения магнитного поля равна $\Delta H = 6,5 \cdot 10^{-6}$ эрстед. В действительности могут освободиться несколько вихревых нитей, так как это связано с соотношением времен ухода каждой вихревой нити и временем восстановления поверхностного барьера, возникающего из-за уменьшения потока в полости. Поэтому уменьшение поля в полости может быть целым кратным ΔH . Такое изменение магнитного поля при фоне порядка 200 эрстед может быть измерено магнитометром Циммермана и Сильвера [10]. При дальнейшем увеличении Ω скачки магнитного поля будут повторяться, и кривая $H(\Omega)$ будет иметь пилообразный вид с амплитудой зубца, пропорциональной ΔH .

Уменьшение потока в полости можно наблюдать также и по гистерезисному поведению $H(\Omega)$. Если неподвижный цилиндр с радиусом 0,1 см вращать до угловой скорости $\Omega = 58 \text{ сек}^{-1}$ и затем его остановить, то изменение магнитного поля в полости будет пропорционально ΔH . Аналогичные гистерезисные явления, обусловленные термоэлектрическим эффектом в неоднородных сверхпроводниках, описаны в работах [11, 12].

В заключение выражаем благодарность В. В. Шмидту за обсуждение результатов и за ценные замечания.

Ереванский государственный университет

Институт физических исследований

АН АрмССР

Поступила 2.IX.1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. И. Веркин, И. О. Кулик. ЖЭТФ, 61, 2067 (1971).
2. И. М. Халатников. ЖЭТФ, 57, 489 (1969).
3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, Гостехиздат, 1957.
4. А. А. Абрикосов. ЖЭТФ, 32, 1442 (1957).
5. R. E. Glover. Phys. Lett., 25A, 542 (1967).
6. D. G. Naugle, R. E. Glover. Phys. Lett., 28A, 110 (1968).
7. M. Strongin et al. Phys. Rev. Lett., 20, 922 (1968).
8. A. L. Fetter, P. C. Hohenberg. Phys. Rev., 159, 330 (1967).

9. Д. Сан-Жам, Г. Сарма, Е. Томас. Сверхпроводимость второго рода, Изд. Мир, 1970.
10. И. О. Кулик, И. К. Янсон. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах, Изд. Наука, 1970.
11. Г. Ф. Жарков, А. А. Собынин. Письма ЖЭТФ, 20, 163 (1974).
12. В. Л. Гинзбург, Г. Ф. Жарков, А. А. Собынин. Письма ЖЭТФ, 20, 223 (1974).

ՊՏՏՎՈՂ ԳԵՐՀԱՂՈՐԴԻՉՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Դ. Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ, Գ. Ս. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Կ. Մ. ՇԱԿԻԱԲԱՅԱՆ

Քերմոդինամիկորեն ստացված են Գինզբուրգ-Լանդաուի հավասարումները: Ցույց է տրված, որ մագնիսական դաշտի բացակայության դեպքում պտտվող գերհաղորդիչում կարող են առաջանալ մրրկային թելեր, որոնք կպտտվեն նմուշի հետ միասին: Քննարկված են մի շարք հիստերեզիսային երևույթների երկրորդ կարգի գերհաղորդիչներում:

TO THE THEORY OF ROTATING SUPERCONDUCTORS

D. M. SEDRAKYAN, G. S. MKRTCHYAN, K. M. SHAKHABASYAN

The Ginzburg-Landau equations for rotating superconductors are derived in the thermodynamical approach. It is shown, that in the absence of a magnetic field vortex lines could arise in the rotating superconductors of the second type. Some hysteresis effects in the rotating superconductors are considered.