Изв. АН Армянской ССР, Физика, 10. 457—462 (1975)

СВЕРХПРОВОДНИК МАЛЫХ РАЗМЕРОВ В ПЕРЕМЕННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Т. К. МЕЛИК-БАРХУДАРОВ

В работе исследуется поведение сверхпроводников, удовлетворяющих условию парамагнитного предела, в сильных высокочастотных полях. Дан вывод уравнений нелинейной электродинамики сверхпроводников при учете действия поля на спины электронов и решена задача для случая вращающегося магнитного поля. Показано, что при выполнении условия резонанса переменное поле стимулирует сверхпроводимость.

В настоящей заметке рассматривается поведение сверхпроводника малых размеров в сильном высокочастотном поле. Размеры сверхпроводника определяются условием осуществления парамагнитного предела [1], т. е. случая, при котором достаточно учитывать действие поля только на спины электронов, но не на орбитальное движение,

$$d \ll a\left(\frac{\xi_0}{l}\right)^{1/2},$$

где a — межатомное расстояние, ξ_0 — параметр корреляции, l — длина свободного пробега электронов. Задача, таким образом, имеет смысл для сильно загрязненного сплава, т. е. когда $l \ll \xi_0$.

Задача о поведении сверхпроводников в сильных переменных полях была сформулирована в работах Горькова и Элиашберга [2]. Их уравнения, однако, не включали взаимодействия поля со спином электронов, которое в обычных условиях является слабым. Ниже для вывода основных соотношений теории будет использован метод, отличный от примененного ими, который позволит простым образом ввести спин электрона.

Будем исходить из выражения для гамильтониана сверхпроводника, записанного в приближении самосогласованного поля [3],

$$H_{\text{эф.}} = \int H_{\text{эф.}}(\mathbf{x})\,d\mathbf{x},$$

$$H_{\text{эф.}}(\mathbf{x}) = \psi_\alpha^+(\mathbf{x})\,\xi_{\alpha\beta}\,\psi_\beta(\mathbf{x}) + \frac{\gamma}{2}\left(\psi_\alpha^+(\mathbf{x})(\sigma h)_{\alpha\beta}\,\psi_\beta(\mathbf{x}) + \Delta(\mathbf{x})\,\psi_\uparrow^+(\mathbf{x})\,\psi_\downarrow(\mathbf{x}) + \right.$$
$$+ \Delta^*(\mathbf{x})\,\psi_\downarrow(\mathbf{x})\,\psi_\uparrow(\mathbf{x}), \tag{1}$$

где $\xi_{\alpha\beta}$ — одноэлектронный гамильтониан без взаимодействия поля со спином электрона, γ — гиромагнитное отношение, $\mathbf{h}$ — магнитное поле, $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ — матрицы Паули, $\Delta(\mathbf{x})$ — потенциал спаривания, определяемый при термодинамическом равновесии условием сомосогласования

$$\Delta(\mathbf{x}) = g\,\mathrm{Sp}\left[w_0\,\psi_\uparrow(\mathbf{x})\,\psi_\downarrow(\mathbf{x})\right], \tag{2}$$

g—константа взаимодействия электронов, а усреднение ведется по распределению Гиббса w_0 с гамильтонианом $H_{\text{эф.}}$.

Для обобщения задачи на неравновесный случай предположим, что вид гамильтониана сохраняется и в переменном поле, но усреднение в соотношении (2) проводится теперь по статистическому оператору, который возникает из равновесного распределения при включении переменного поля, т. е.

$$\Delta(\mathbf{x},\ t) = \mathrm{Sp}\left[w(t)\, \psi_{\uparrow}(\mathbf{x})\, \psi_{\downarrow}(\mathbf{x})\right], \tag{3}$$

где $w(t)$ удовлетворяет уравнению

$$i\,\frac{\partial w(t)}{\partial t} = \left[H_{\text{эф.}},\ w(t)\right]_{-} \tag{4}$$

с начальным условием $w(t_0) = w_0$.

Поскольку $H_{\text{эф.}}$ представляет собой билинейную форму операторов, задачу можно упростить, введя матричную величину

$$\hat{\rho}(\mathbf{x}|\mathbf{x}',\ t) = \mathrm{Sp}\, w(t) \times$$

$$\times \left\| \begin{matrix} \psi_{\uparrow}^{+}(x')\psi_{\uparrow}(x) & \psi_{\downarrow}^{+}(x')\psi_{\uparrow}(x) - \psi_{\uparrow}(x)\psi_{\uparrow}(x') & \psi_{\uparrow}(x)\psi_{\downarrow}(x') \\ \psi_{\uparrow}^{+}(x')\psi_{\downarrow}(x) & \psi_{\downarrow}^{+}(x')\psi_{\downarrow}(x) - \psi_{\downarrow}(x)\psi_{\downarrow}(x') & \psi_{\downarrow}(x)\,\psi_{\downarrow}(x') \\ \psi_{\uparrow}^{+}(x')\psi_{\uparrow}^{+}(x) & \psi_{\downarrow}^{+}(x')\psi_{\uparrow}(x) - \psi_{\uparrow}^{+}(x)\psi_{\uparrow}(x') & \psi_{\uparrow}(x)\,\psi_{\downarrow}(x') \\ -\psi_{\uparrow}^{+}(x')\psi_{\downarrow}(x) & -\psi_{\downarrow}^{+}(x')\psi_{\downarrow}(x) \quad \psi_{\downarrow}^{+}(x)\,\psi_{\downarrow}(x') & -\psi_{\downarrow}^{+}(x)\,\psi_{\downarrow}(x') \end{matrix} \right\|, \tag{5}$$

$$\Delta(\mathbf{x},\ t) = g\hat{\rho}_{14}(\mathbf{x}|\mathbf{x}, t). \tag{6}$$

Уравнение для $\hat{\rho}$ получается дифференцированием по времени каждой компоненты $\hat{\rho}$ и использованием (4). В итоге получим

$$i\,\frac{\partial\rho}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}]_{-}. \tag{7}$$

Фигурирующий в (7) одночастичный гамильтониан $\hat{H}$ имеет вид

$$\hat{H} = \xi\hat{\gamma}_0 - \frac{\gamma}{2}\, h_z\hat{D}_3 + \frac{\gamma}{2}\left(h_x\hat{s}_1 - h_y\hat{D}_2\right) - \Delta\hat{p}_1, \tag{8}$$

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}(t).$$

Здесь использованы матрицы Дирака

$$\hat{\gamma}_0 = \left\| \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{matrix} \right\|,\quad \hat{p}_i = \left\| \begin{matrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{matrix} \right\|,\quad \hat{s}_i = \left\| \begin{matrix} \sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{matrix} \right\|,\quad \hat{D}_i = \left\| \begin{matrix} -\sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{matrix} \right\|.$$

Имея в виду рассматриваемую задачу, мы не включили в гамильтониан (8) взаимодействие поля с орбитальным движением, а также предположили, что Δ — действительная величина.

В равновесном случае ρ есть фермиевская функция от $\hat{H}_0$

$$\hat{\rho}_0 = \left[\exp\left(\frac{\hat{H}_0}{T}\right) + 1\right]^{-1}. \tag{9}$$

Решение (7) можно выразить через оператор эволюции системы $\hat{U}(t, t')$, описываемой гамильтонианом $\hat{H}$,

$$i\frac{\partial \hat{U}(t, t')}{\partial t} = \hat{H}(t)\,\hat{U}(t, t'),$$

$$\hat{U}(t, t) = 1. \tag{10}$$

Непосредственной проверкой можно убедиться, что имеет место соотношение

$$\hat{\rho} = \hat{\rho}_0 - i\int\limits_{t_0}^{t} \hat{U}(t, t')\,[\hat{V}(t'), \hat{\rho}_0]\,\hat{U}(t', t)\,dt'. \tag{11}$$

Если начальный момент t_0 взять на $-\infty$, то $\hat{\rho}$ можно привести к другому виду, в котором она выражается через запаздывающие и опережающие функции Грина системы с гамильтонианом $\hat{H}$,

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t} - \hat{H}\right)\hat{G}^{R(A)}(t, t') = \delta(t - t'),$$

$$\hat{G}^{R}(t < t') = \hat{G}^{A}(t > t') = 0. \tag{12}$$

Для проведения преобразования необходимо воспользоваться уравнениями для $\hat{G}^{R(A)}$ в интегральной форме, а также соотношениями

$$\hat{U}(t, t') = i[\hat{G}^{R}(t, t') - \hat{G}^{A}(t, t')],$$

$$\hat{\rho}_0 = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \rho(t')\,e^{-i\hat{H}_0 t'}\,dt', \tag{13}$$

$\rho(t')$ — фурье-компонента фермиевской функции распределения.

После простых алгебраических преобразований получим второе выражение для $\hat{\rho}$

$$\hat{\rho} = i\int\limits_{-\infty}^{t} dt_1\,[\hat{G}^{R}(t, t_1)\,\rho(t_1 - t) - \hat{G}^{A}(t_1, t)\,\rho(t - t_1)] +$$

$$+\int\limits_{-\infty}^{0} dt_1 \int dt_2\,\hat{G}^{R}(t, t_1)\,[\hat{V}(t_2) - \hat{V}(t_1)]\,\hat{G}^{A}(t_2, t_1)\,\rho(t_1 - t_2), \tag{14}$$

которое имеет ту же форму, что и в [2], с тем отличием, что число компонент функций Грина увеличилось в четыре раза из-за учета действия поля на спин электрона.

Дальнейшая процедура состоит в том, что надо найти общее решение для $\hat{G}^{R(A)}$ с произвольной функцией $\Delta(t)$, подставить его в (14) и из условия самосогласования найти Δ. Очевидно, что в общем случае сделать это не представляется возможным. Задача, однако, становится решаемой, если в качестве возмущения взять вращающееся поле

$$\mathbf{h} = (h_1 \cos \omega t,\ h_1 \sin \omega t,\ h_0).$$

В этом случае легко убедиться, что $\Delta(t)$ не зависит от времени. Это можно сделать, либо разлагая (14) по возмущению, либо в предположении о постоянстве Δ решить задачу и увидеть, что условие самосогласования не приводит к противоречию.

В соответствии со сказанным решение для гриновских функций найдем переходом к вращающейся системе координат

$$\hat{G}^{R\,(A)}(t,\ t') = e^{-\frac{i\omega}{2}\, t \hat{D}_3}\, \hat{\tilde{G}}^{R\,(A)}(t - t') e^{i\frac{\omega}{2} t' \hat{D}_3}, \tag{15}$$

где $\hat{\tilde{G}}^{R\,(A)}$ удовлетворяет уравнению

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} - \hat{\tilde{H}}\right) \tilde{G}^{R\,(A)}(t - t') = \delta(t - t') \tag{16}$$

с не зависящим от времени гамильтонианом $\hat{\tilde{H}}$

$$\hat{\tilde{H}} = \xi \hat{\gamma}_0 - \frac{(\omega_0 - \omega)}{2} \hat{D}_3 + \frac{\omega_1}{2} \hat{s}_1 - \Delta \hat{p}_1,\ \omega_0 = \gamma h_0,\ \omega_1 = \gamma h_1,$$

благодаря чему функции Грина для чистого сверхпроводника вычисляются переходом к компонентам Фурье.

Опуская промежуточные вычисления, приведем окончательный результат

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{4(2\pi)^3} \int \frac{d\mathbf{p}}{E} \left\{ \left(1 + \frac{\omega_0 - \omega}{\sqrt{(\omega_0 - \omega)^2 + \omega_1^2}}\right) \left[1 - \rho\left(E + \frac{\Omega^+}{2}\right) - \rho\left(E - \frac{\Omega^-}{2}\right) \right] + \left(1 - \frac{\omega_0 - \omega}{\sqrt{(\omega_0 - \omega)^2 + \omega_1^2}}\right) \left[1 - \rho\left(E - \frac{\Omega^+}{2}\right) - \rho\left(E + \frac{\Omega^-}{2}\right) \right] \right\}. \tag{17}$$

Здесь $E = \sqrt{\xi^2 + \Delta^2}$, $\Omega^\pm = \pm\omega + \sqrt{(\omega - \omega_0)^2 + \omega_1^2}$, ρ—фермиевская функция.

Положив в (17) $\Delta = 0$, можно определить зависимость критической температуры от параметров задачи.

Рассмотрим два частных случая.

1. $\omega = 0$. Уравнение (17) примет вид

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{2(2\pi)^3} \int \frac{d\mathbf{p}}{E} \left[1 - \rho\left(E + \frac{1}{2}\sqrt{\omega_0^2 + \omega_1^2}\right) - \rho\left(E - \frac{1}{2}\sqrt{\omega_0^2 + \omega_1^2}\right) \right], \tag{18}$$

что соответствует равновесной задаче с полем $h = \sqrt{h_0^2 + h_1^2}$.

2. $\omega_0 = \omega_1 = \omega$. В этом случае имеем

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{2(2\pi)^3} \int \frac{d\mathbf{p}}{E} \left[1 - \rho(E) - \frac{1}{2} \rho(E + \omega_0) - \frac{1}{2} \rho(E - \omega_0) \right]. \tag{19}$$

Следуя обычной процедуре, удобно выразить $\frac{1}{g}$ через критическую температуру сверхпроводника в отсутствии внешнего поля и представляя ρ в виде ряда по частотам

$$\rho(E) = \frac{1}{2} - T \sum_n \frac{E}{\omega_n^2 + E^2}, \quad \omega_n = 2\pi\left(n + \frac{1}{2}\right) T,$$

в (18) и (19) выполнить интегрирование по $\mathbf{p}$.

В результате (18) переходит в выражение

$$\ln \frac{T_{c_0}}{T_c} = \chi^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\left(n + \frac{1}{2}\right)\left[\left(n + \frac{1}{2}\right)^2 + \chi^2\right]},$$

а из (19) получаем

$$\ln \frac{T_{c_0}}{T_c} = \chi^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\left(n + \frac{1}{2}\right)\left[\left(n + \frac{1}{2}\right)^2 + 2\chi^2\right]},$$

h — амплитуда поля, $\chi = \frac{\gamma h}{4\pi T_c}$.

Появление перед χ^2 двойки целиком меняет картину. Действительно, поскольку при $\chi \gg 1$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\left(n + \frac{1}{2}\right)\left[\left(n + \frac{1}{2}\right)^2 + \chi^2\right]} \cong \frac{1}{\chi^2} \ln \chi\pi,$$

то в равновесном случае имеем

$$\ln \frac{T_{c_0}}{T_c} = \ln \frac{\gamma h^*}{4 T_c}, \tag{20}$$

или $h^* = \frac{4T_c}{\gamma}$, что налагает ограничение на допустимую величину поля, в то время, как в неравновесном случае

$$\ln \frac{T_{c_0}}{T_c} = \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{2}\gamma h}{4 T_c},$$

или

$$T_c = T_{c_0} \frac{h^*}{\sqrt{2}\, h}, \quad \frac{h^*}{h} \ll 1, \tag{21}$$

т. е. при выполнении условия $\omega_0 = \omega_1 = \omega$ сверхпроводимость существует при произвольных полях.

Полученный результат сохраняется и при введении в сверхпроводник немагнитных примесей, если пренебрегается спин-орбитальным взаимодействием. Это происходит потому, что в парамагнитном пределе рассеяние на таких примесях не связывает орбитальное движение с движением спина.

Отметим, наконец, что интерес к изучению поведения сверхпроводников в сильных высокочастотных полях связан с надеждой, что такие поля могут стимулировать сверхпроводимость. Как видно из вышеизложенного, в рассмотренном случае это имеет место.

В заключение выражаю благодарность Л. П. Горькову за ценные замечания.

Институт физических исследований
АН АрмССР

Поступила 20.XII.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *P. Fulde.* Adv. in Phys., 22, 667 (1973).
2. *Л. П. Горьков, Г. М. Элиашберг.* ЖЭТФ, 54, 612 (1968); 56, 1297 (1969).
3. *П. Де Жен.* Сверхпроводимость металлов и сплавов, Изд. Мир, 1968.

ՓՈՔՐ ՉԱՓԵՐԻ ԳԵՐՀԱՂՈՐԴԻՉԸ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ

Թ. Կ. ՄԵԼԻՔ-ԲԱՐԽՈՒԴԱՐՈՎ

Աշխատանքում հետազոտված է պարամագնիսական սահմանին բավարարող գերհաղորդիչների վարքը բարձր հաճախականության դաշտերում։ Հաշվի առնելով էլեկտրոնների սպինների վրա դաշտի ազդեցությունը, դուրս են բերված գերհաղորդիչների ոչ գծային էլեկտրադինամիկայի հավասարումները և լուծված է խնդիրը պտտվող դաշտի դեպքում։ Ցույց է տրված, որ ռեզոնանսի պայմանի առկայության դեպքում փոփոխական դաշտը առաջացնում է ստիպողական գերհաղորդականություն։

SMALL SIZE SUPERCONDUCTOR IN ALTERNATING MAGNETIC FIELD

T. K. MELIK-BARKHUDAROV

The behaviour of superconductors in the strong, high frequency magnetic fields is studied in the paramagnetic limit. The derivation of the equations of non-linear electrodynamics of the superconductors allowing for the action of the field on electrons spins is given and the problem is solved in the case of rotating magentic field. It is shown that the alternating field stimulates superconductivity in the resonance case.