

О ПЕРЕХОДНОМ ИЗЛУЧЕНИИ В СРЕДЕ С ЯДЕРНОЙ ДИСПЕРСИЕЙ. I

В. А. ДЖРБАШЯН

Получено аналитическое выражение для спектрального распределения числа переходных квантов в случае комплексной диэлектрической постоянной. Рассмотрено влияние ядерной дисперсии для тонких пластин.

1. Введение

Вопрос влияния ядерных резонансов на излучение в области частот больше оптических неоднократно дискутировался [1—3]. В работе [1], где впервые обращено внимание на этот эффект, предлагалось мерить число переходных квантов, генерируемых быстрой частицей в тонкой пластине.

Вследствие требуемой малости [1] толщины пластины a относительно характерной длины поглощения резонансных квантов $2c/\omega \text{Im} \epsilon$ ($\sim 10^{-5}$ см для мёссбауэровского изотопа Fe^{57}) не произойдет значительного поглощения излучения в генераторе. Однако совместно с используемым условием $\gamma^2 |\epsilon - 1| \gtrsim 1$, предполагающим, что электроны достаточно быстрые, это эквивалентно требованию малости толщины пластины относительно зоны формирования в среде [4]. В результате интенсивность излучения оказывается малой величиной, стремящейся к нулю как a^2 . Таким образом, в случае очень тонких пластин к трудностям технического порядка, связанным с изготовлением образца, добавляется трудность, обусловленная малой интенсивностью излучения.

Ниже приводится аналитическое выражение для спектрального распределения числа переходных квантов с частотами ω больше оптических. Оно получено из известной формулы [5—8] интегрированием по углам излучения для среды с комплексной диэлектрической постоянной ϵ . Обсуждаются частные случаи. На основе выведенных выражений детально рассматривается вклад ядерных резонансов, когда $a \ll 2c/\omega |\epsilon - 1|$, $a \ll 2\gamma^2 c/\omega$. Благодаря резонансному характеру излучения, обусловленное ядром, можно наблюдать и при нарушении первого из этих условий.

2. Спектральное распределение числа квантов

Упомянутое выше интегральное представление для переходного излучения, образующегося при пролете ультрарелятивистской частицы через пластину, может быть записано в виде

$$\frac{dN}{d\omega} = \frac{4|\epsilon - 1|^2 e}{137 \pi \omega} e^{-\frac{a\omega \epsilon''}{2c}} \int_0^\pi \frac{\left[\text{ch} \frac{a\omega \epsilon''}{2c} - \cos \frac{a\omega}{2c} (\vartheta^2 + \gamma^{-2} + 1 - \epsilon') \right] \vartheta^3 d\vartheta}{(\vartheta^2 + \gamma^{-2})^2 [(\vartheta^2 + \gamma^{-2} + 1 - \epsilon')^2 + \epsilon''^2]}, \quad (1)$$

где ϑ — угол излучения, $\epsilon' = \text{Re} \epsilon$, $\epsilon'' = \text{Im} \epsilon$. Формула (1) исследована в работах [5, 6] для определенных значений входящих в нее параметров.

Введем обозначения

$$b = \frac{a^{(0)}}{2c} (\gamma^{-2} + 1 - \varepsilon'), \quad d = \frac{a^{(0)}}{2c} \varepsilon'', \quad g = \frac{a^{(0)}}{2c} \gamma^{-2}. \quad (2)$$

В результате интегрирования по углам в выражении (1) получим

$$\begin{aligned} \frac{dN}{d\omega} = & \frac{2e^{-d}}{137\pi\omega} \left\{ \frac{1}{(b-g)^2 + d^2} \left\{ (b^2 - g^2 + d^2) \left\{ \cos(b-g) \operatorname{ci} g - \right. \right. \right. \\ & - \sin(b-g) \operatorname{si} g + \operatorname{ch} d \left[\ln \frac{\sqrt{b^2 + d^2}}{g} - \operatorname{Re} \operatorname{ci}(b+id) \right] + \\ & + \operatorname{sh} d \operatorname{Im} \operatorname{si}(b+id) \left. \right\} + 2gd \left\{ \operatorname{ch} d \left[\operatorname{arctg} \frac{d}{b} - \operatorname{Im} \operatorname{ci}(b+id) \right] - \right. \\ & - \operatorname{sh} d \operatorname{Re} \operatorname{si}(b+id) \left. \right\} \left. \right\} + 2g \left[\frac{\cos b - 1}{2g} + \cos(b-g) \operatorname{si} g + \sin(b-g) \operatorname{ci} g \right] + \\ & + 1 - \operatorname{ch} d + \frac{b}{d} \left\{ \operatorname{ch} d \left[\operatorname{Im} \operatorname{ci}(b+id) - \operatorname{arctg} \frac{d}{b} \right] + \operatorname{sh} d \operatorname{Re} \operatorname{si}(b+id) \right\} \left. \right\}. \quad (3) \end{aligned}$$

Здесь $\operatorname{si}(b+id)$ и $\operatorname{ci}(b+id)$ определяются степенными и асимптотическими рядами для интегрального синуса и интегрального косинуса [9] от комплексного аргумента $b+id$.

Заметим, что если мнимая часть диэлектрической постоянной ε'' равна нулю, то выражение (3) с учетом (2) сводится к хорошо известной формуле [10].

Пусть $|b| \ll 1$, $g \ll 1$, $|d| \ll 1$. Тогда из разложения формулы (3) в первом приближении получается

$$\frac{dN}{d\omega} = \frac{(b-g)^2 + d^2}{137\pi\omega} \left(\ln \frac{1}{g} - C + 0,5 \right), \quad (4)$$

где $C \approx 0,58$ — постоянная Эйлера.

Выражение (4) следует также из формулы Пафомова [11], использованной* в [1], и из микроскопической теории переходного излучения [12, 13]. Согласно (4) число квантов пропорционально квадратам параметров малости и, следовательно, в этом случае мало.

3. Влияние ядерной дисперсии в случае тонких пластин

Для полного числа квантов с энергиями в интервале $\left[E_1 - \frac{\Delta E}{2}, E_1 + \frac{\Delta E}{2} \right]$, наблюдаемых за пластиной, согласно (4) будем иметь

$$N = \frac{1}{137\pi E_1} \left(\frac{aE_1}{2\hbar c} \right)^2 \left(\ln \frac{2\gamma^2 \hbar c}{aE_1} - C + 0,5 \right) \int_{E_1 - \frac{\Delta E}{2}}^{E_1 + \frac{\Delta E}{2}} |\varepsilon - 1|^2 dE. \quad (5)$$

* В выражении, полученном в [1] и соответствующем (4), пропущена величина 0,5.

Диэлектрическая постоянная ϵ может быть представлена [1] в следующем виде*:

$$\epsilon = 1 - \frac{\mu}{2} \frac{\Gamma}{E - E_0 + i\Gamma/2} - \frac{\hbar^2 \omega_0^2}{E^2}, \quad (6)$$

где величина μ пропорциональна вероятности эффекта Мёссбауэра, E_0 и Γ — энергия и ширина резонансного ядерного уровня, ω_0 — плазменная частота, обусловленная электронами.

Используя выражение (6), для интеграла в (5) получим

$$\int_{E_1 - \frac{\Delta E}{2}}^{E_1 + \frac{\Delta E}{2}} |\epsilon - 1|^2 dE = \mu^2 \Gamma \left[\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2 \Delta E / \Gamma}{1 + \frac{4(E_1 - E_0)^2 - (\Delta E)^2}{\Gamma^2}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\mu^2} \left(\frac{\hbar \omega_0}{E_0} \right)^4 \frac{\Delta E}{\Gamma} \right]. \quad (7)$$

Первый член в квадратных скобках обусловлен ядерной дисперсией и вдали от области резонанса $|E_1 - E_0| \gg \Delta E$ — порядка $\Delta E \Gamma / 4(E_1 - E_0)^2$, т. е. мал. В области, охватывающей резонансную линию, т. е. при $E_1 = E_0$, этот член равен $\operatorname{arctg} \Delta E / \Gamma$ и при $\Delta E / \Gamma > 1$ приближенно может быть представлен как $\pi/2 - \Gamma / \Delta E$. Для мёссбауэровского изотопа Fe^{57} второй член в квадратных скобках, обусловленный электронами среды, — порядка [2] $8 \cdot 10^{-3} \Delta E / \Gamma$. В результате влияние ядра сказывается на расстояниях, намного превосходящих Γ . Так, ядерная часть превалирует над электронной вплоть до $\Delta E \sim 200$ Г. Излучение, обусловленное ядром и носящее резонансный характер, можно почувствовать, измерив отношение числа квантов для $\Delta E \sim 200$ Г и $\Delta E \sim \Gamma$. Это отношение должно быть равно 4 при $E_1 = E_0$ и 200 при $|E_1 - E_0| \gg \Delta E$.

Таким образом, рассматриваемый случай тонких пластин удобен в том отношении, что число квантов явно может быть чувствительно к ядерной дисперсии. Последнее обусловлено пропорциональностью квадрату модуля диэлектрической восприимчивости. Однако интенсивность в этом случае небольшая. Как следует из (5), она пропорциональна $(\mu a E_1 / 2 \hbar c)^2$. А следующий, неучтенный в (5) член, согласно (3), пропорционален $(\mu a E_1 / 2 \hbar c)^3$, т. е. формула (5) верна лишь при $\mu a E_1 / 2 \hbar c \ll 1$. При $\mu a E_1 / 2 \hbar c \sim 1$, хотя приведенные выше количественные оценки нарушатся, отмеченный эффект качественно будет наблюдаться. Это следует из зависимости числа квантов от толщины пластины, полученной численным интегрированием [8] формулы (1).

Автор выражает благодарность проф. Г. М. Гарибяну за ценные советы, а также Ян Ши и Р. А. Сардаряну за полезное обсуждение.

* Выражение (6) не учитывает дифракционный характер реальной картины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. А. Перельштейн, М. И. Подгорецкий. ЯФ, 12, 1149 (1970).
2. А. В. Колпаков. ЯФ, 16, 1003 (1972).
3. Фам-Зун-Хуен. ЖЭТФ, 61, 359 (1971).
4. Г. М. Гарибян. Научное сообщение, ЕФИ—30 (73).
5. Г. М. Гарибян. Изв. АН АрмССР, Физика, 6, 3 (1971).
6. В. А. Аракелян, Г. М. Гарибян, Ян Ши. Изв. АН АрмССР, Физика, 9, 120 (1974).
7. М. М. Мурадян. Научное сообщение, ЕФИ-30 (73).
8. A. L. Avakian, G. M. Garibian, C. Yang. Nuclear Instruments and Methods (в печати).
9. A. Erdeli et al. Higher transcendental functions, New York, 1953, vol. 2.
10. Г. М. Гарибян. ДАН АрмССР, 33, 105 (1961); Изв. АН СССР, сер. физ., 36, 754 (1962).
11. В. Е. Пафомов. Труды ФИАН, 16, 94 (1961).
12. Г. М. Гарибян, Ян Ши. ЖЭТФ, 61, 930 (1971).
13. Г. М. Гарибян, Ян Ши. Научное сообщение, ЕФИ-1 (72).

**ՄԻՋՈՒԿԱՅԻՆ ԴԻՍՊԵՐՍԻԱՅՈՎ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ
ԱՆՅՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՄԱՍԻՆ: I**

Վ. Հ. ԶՐԲԱՇՅԱՆ

Ստացված է անալիտիկ արտահայտություն անցումային քվանտների թվի սպեկտրալ բաշխման համար, երբ դիէլեկտրիկ հաստատունը կոմպլեքս մեծություն է: Դիտարկված է միջուկային դիսպերսիայի ազդեցությունը բարակ թիթեղների դեպքում:

**ON THE TRANSITION RADIATION IN THE MEDIUM
WITH NUCLEAR DISPERSION. I**

V. A. DJRBASHIAN

An analitic expression for the spectral distribution in the number of transition quanta in the case of complex dielectric constant is obtained. The influence of nuclear dispersion for thin plates is considered.