Изв. АН Армянской ССР, Физика, 10, 368—371 (1975)

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ НА ФОНОНАХ В ТОНКИХ КВАНТУЮЩИХ ПРОВОЛОКАХ

А. М. КАЗАРЯН

Исследуется рассеяние носителей заряда на акустических фононах в размерно-квантованных проволоках. Вычислено время релаксации и электропроводность вырожденного электронного газа. Получены явные зависимости времени релаксации и электропроводности от размеров проволоки, а также от энергии и концентрации электронов.

Квантовые размерные эффекты, хорошо изученные для систем, пространственно ограниченных в одном направлении (тонкие квантованные пленки [1]), в принципе могут проявляться и в тонких проволоках («усах») полупроводников и полуметаллов, тем более, что в последнее время были получены проволоки полуметаллов толщиной до 10^{-5} *см*. Следует ожидать, что квантовые размерные эффекты в «усах» будут отличаться от КРЭ в пленках, поскольку состояние квазичастиц в этом случае определяется двумя дискретными и одним непрерывным квантовыми числами и в некотором смысле аналогично явлениям в квантующем магнитном поле. Квантовым размерным эффектам в тонких проволоках посвящена работа [2], где вычислены электропроводность и продольное магнитосопротивление с учетом квазидискретного характера спектра носителей заряда в случае рассеяния на хаотически распределенных примесях с δ-образным потенциалом.

В настоящей работе вычисляется время релаксации электронов в размерно-квантованных проволоках в предположении фононного механизма рассеяния. Исследуется рассеяние носителей заряда на акустических фононах, взаимодействие с которыми описывается методом деформационного потенциала. При этом квантованием фононного спектра пренебрегается, что оправдано при выполнении условия $RT > \theta a$, где R — радиус проволоки, θ — температура Дебая, а a — межатомное расстояние.

Спектр электронов определяется из условия обращения волновой функции в нуль на границе проволоки. Решение зависит от формы сечения проволоки. При прямоугольном сечении волновые функции и спектр электронов в декартовых координатах имеют вид

$$\Psi_{n_1 n_2 k_z} = \frac{2}{\sqrt{V}} \sin\frac{\pi n_1 x}{d_x} \sin\frac{\pi n_2 y}{d_y} \exp(ik_z z),$$

$$E_{n_1 n_2 k_z} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^*}\left(\frac{n_1^2}{d_x^2} + \frac{n_2^2}{d_y^2}\right) + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*}\ . \qquad (1)$$

Здесь k_z — проекция квазиимпульса на направление оси проволоки z, $d_{x,y}$ — соответствующий размер, V — объем, n_1, $n_2 = 1, 2, \cdots$ — квантовые числа.

В случае круглого сечения проволоки решение в цилиндрических координатах выражается формулами

$$\Psi_{slk_z}(r, \varphi, z) = \frac{1}{\sqrt{V} J_{|l|+1}(\lambda_s^{|l|})} J_{|l|}\left(\lambda_s^{|l|} \frac{r}{R}\right) \exp(im\varphi) \exp(ik_z z),$$

$$E_{slk_z} = \frac{\hbar^2 (\lambda_s^{|l|})^2}{2m^* R^2} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*}, \tag{2}$$

где R—радиус «уса», квантовое число $l=0, \pm 1, \pm 2, \cdots$ нумерует функцию Бесселя, $\lambda_s^{|l|}$ — значение s-корня функции Бесселя.

Выражение для времени релаксации легко найти из соответствующего одномерного кинетического уравнения

$$\tau^{-1}(\varepsilon_{n_1 n_2 k_z}) = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{n_1' n_2' k_z'} \left(1 - \frac{k_z'}{k_z}\right) |\langle n_1' n_2' k_z' | V | n_1 n_2 k_z \rangle|^2 \times$$

$$\times \delta(E_{n_1' n_2' k_z'} - E_{n_1 n_2 k_z}), \tag{3}$$

где потенциал рассеяния V для интересующего нас случая есть

$$V = \operatorname{div} U$$

(U—вектор смещения акустической волны). В (3) отброшена энергия фонона, т. е. предполагается, что рассеяние носителей заряда на фононах приблизительно упругое.

Матричный элемент деформационного потенциала с волновыми функциями (1) можно представить в следующем виде:

$$\langle n_1' n_2' k_z' | V | n_1 n_2 k_z \rangle = -\frac{i\varepsilon_1}{c_0} \left(\frac{k_0 T}{2MN}\right)^{1/2} \frac{16\pi^4 n_1' n_2' n_1 n_2 q_x q_y d_x d_y}{[\pi^2 (n_1' + n_1)^2 - q_x^2 d_x^2]} \times$$

$$\times \frac{[(-1)^{n_1'+n_1} \exp(iq_x d_x) - 1]\,[(-1)^{n_2'+n_2} \exp(iq_y d_y) - 1]\,\delta_{k_z', k_z+q_z}}{[\pi^2 (n_1' - n_1)^2 - q_x^2 d_x^2][\pi^2 (n_2' + n_2)^2 - q_y^2 d_y^2][\pi^2 (n_2' - n_2)^2 - q_y^2 d_y^2]}, \tag{4}$$

где c_0— скорость продольных акустических волн, ε_1— постоянная величина, имеющая размерность энергии. Считая $n_1' = n_1 = n_2' = n_2 = 1$, т. е. предполагая, что в результате рассеяния электрона меняется только k_z, для матричного элемента получаем следующее выражение:

$$\langle k_z' | V | k_z \rangle =$$

$$= -16\pi^4 \frac{i\varepsilon_1}{c_0} \left(\frac{k_0 T}{2\rho}\right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{[\exp(iq_x d_x) - 1][\exp(iq_y d_y) - 1]}{q_x d_x d_y q_y (4\pi^2 - q_x^2 d_x^2)(4\pi^2 - q_y^2 d_y^2)} \delta_{k_z', k_z+q_z}, \tag{5}$$

где ρ — плотность материала проволоки.

Переходя в (3) от суммирования по k_z' к интегрированию, с учетом (5) получаем окончательное выражение для времени релаксации

$$\tau^{-1} = \frac{9m^* \varepsilon_1^2 k_0 T}{4\hbar^3 k_z c_0^2 \rho} \frac{1}{d_x d_y}.$$

Из полученного выражения следует, что, как и в массивных образцах, $\tau \sim 1/T$. С другой стороны, в проволоках время релаксации зависит от сечения проволоки, $\tau \sim d_x d_y$, а также от k_z. Однако в отличие от массивных образцов, где $\tau \sim 1/k$, в проволоках зависимость между временем релаксации и квазиимпульсом прямо пропорциональная*. Это вполне естественно, так как отношение $\tau_{пр}/\tau_{мас}$ должно быть функцией безразмерной величины $d_x d_y k_z k$.

Вычислим проводимость по направлению оси проволоки. Запишем выражение для плотности тока

$$j_z = \frac{e}{\pi d_x d_y} \int v_z f(k)\, dk_z, \tag{6}$$

где

$$f_1(k) = e\tau(k) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} v_z E_z = \frac{4e\hbar^3 c_0^2 \rho |k_z| d_x d_y}{9m^* \varepsilon_1^2 k_0 T} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} v_z E_z. \tag{7}$$

В приближении сильного вырождения электронного газа имеем

$$\sigma_z = \frac{8e^2 \hbar c_0^2 \rho}{9\pi m^* \varepsilon_1^2 k_0 T} \int \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*} \delta \left[\frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^*} \left(\frac{1}{d_x^2} + \frac{1}{d_y^2} \right) + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*} - \mu_F \right] d\left(\frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*} \right). \tag{8}$$

Простые вычисления с использованием выражения для энергии Ферми в проволоках [3] для электропроводности окончательно дают

$$\sigma_z = \frac{4\pi e^2 \hbar^3 c_0^2 \rho}{9m^{*2} \varepsilon_1^2 k_0 T} n^2 d_x^2 d_y^2, \tag{9}$$

где n — концентрация электронов. Заметим, что зависимость электропроводности от концентрации электронов, которая в массивных образцах имеет вид $\sigma_{мас.} \sim n^{2/3}$, в проволоках есть $\sigma_{пр} \sim n^2 d_x^2 d_y^2$. Полученную зависимость электропроводности от концентрации электронов в проволоках легко понять, исходя из общих соображений размерностей ($[d] = [n^{-1/3}]$, следовательно $[n^2][d_x^2][d_y^2] = [n^{2/3}]$).

Для цилиндра круглого сечения (формулы (2)) нетрудно показать, что характер зависимостей τ и σ от физических параметров остается тем же самым.

В заключение выражаю благодарность Э. М. Казаряну за обсуждение полученных результатов.

Ереванский государственный университет

Поступила 25.XI.1974

---

* В тонких квантованных пленках в случае рассеяния на фононах τ не зависит от квазиимпульса [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Б. А. Тавгер, В. Я. Демиховский.* УФН, 96, 61 (1968).
2. *Б. А. Тавгер, М. Д. Блох, Е. Л. Фишман.* ФММ, 33, 1137 (1972).
3. *В. Я. Демиховский, Б. А. Тавгер.* ФТТ, 6, 960 (1964).

ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ՑՐՈՒՄԸ ՖՈՆՈՆՆԵՐԻ ՎՐԱ ԲԱՐԱԿ ՔՎԱՆՏԱՑՎԱԾ ԼԱՐԵՐՈՒՄ

Ա. Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ

Աշխատանքում հետազոտվում է լիցքակիրների ցրումը ակուստիկ ֆոնոնների վրա չափային քվանտացված լարերում։ Հաշվված են այլասերված էլեկտրոնային գազի ռելակսացիայի ժամանակամիջոցը և էլեկտրահաղորդականությունը։ Ստացված է ռելակսացիայի ժամանակամիջոցի և էլեկտրահաղորդականության բացահայտ կախումը լարի չափսերից, ինչպես նաև էլեկտրոնների էներգիայից և կոնցենտրացիայից։

SCATTERING OF ELECTRONS ON LOW-FREQUENCY PHONONS IN THIN QUANTIZING WIRES

A. M. KAZARYAN

The scattering of charge carriers on low-frequency phonons in dimension-quantised wires is studied. The relaxation time and the electric conductivity of the degenerate electron gas are calculated. The dependencies of the relaxation time and of the electric conductivity on wire dimensions as well as on the energy and the concentration of electrons are obtained in explicit form.