

ШТАРКОВСКОЕ УШИРЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ В ПОЛЕ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН

А. Ж. МУРАДЯН

Рассмотрено прохождение встречных интенсивных монохроматических волн одинаковой частоты через резонансную газовую среду. Показано, что в таком поле спектральные линии неоднородно уширяются. Простые соображения позволяют также построить квантовую теорию многофотонной отдачи атома в поле встречных волн.

1. Введение

Если двухуровневый атом находится в поле резонансного излучения, то хорошо известно, что энергетические уровни сдвигаются и в приближении квадратичного Штарк-эффекта сдвиг уровней дается формулой

$$\Delta E = \frac{\hbar \varepsilon}{4} \xi, \quad (1)$$

где $\xi = \frac{4|d|^2 |E|^2}{\hbar^2 \varepsilon^2}$ — безразмерный параметр интенсивности, $\varepsilon = \omega_0 - \omega$ —

расстройка резонанса, ω_0 — частота резонансного перехода, ω — частота света, d — дипольный момент атома, E — амплитуда напряженности электрического поля. Сдвиг энергетических уровней в поле одной интенсивной монохроматической волны неоднократно наблюдался как в линиях поглощения [1], так и в линиях излучения [2].

В настоящей работе показано, что в поле двух интенсивных встречных волн кроме обычного штарковского сдвига энергетические уровни одновременно уширяются. Природу такого уширения легко понять на основе формулы (1). В указанном случае $\xi = \xi_1 + \xi_2 + 2\sqrt{\xi_1 \xi_2} \cos 2kz$, где ξ_1 и ξ_2 — безразмерные параметры интенсивности отдельных волн, $k = \frac{\omega}{c}$ —

волновой вектор волны (предполагается, что волны имеют одну и ту же частоту). В поле стоячей волны ΔE осциллирует с z . Мини-

мальный сдвиг соответствует $\Delta E_{\min} = \frac{\hbar \varepsilon}{4} (\sqrt{\xi_1} - \sqrt{\xi_2})^2$, а мак-

симальный — $\Delta E_{\max} = \frac{\hbar \varepsilon}{4} (\sqrt{\xi_1} + \sqrt{\xi_2})^2$. Такой сдвиг имеют атомы,

которые находятся в узлах и пучностях волны. Для остальных атомов

$$\Delta E_{\min} < \Delta E < \Delta E_{\max}. \quad (2')$$

Такой переменный по z сдвиг атомных уровней в процессах поглощения и излучения должен проявиться как неоднородное уширение линий,

причем максимально возможная ширина есть $\gamma_{\max} = \frac{2}{\hbar} (\Delta E_{\max} - \Delta E_{\min})$.

Реальная ширина, естественно, определяется из конкретной формы линий и основная задача данной работы — определить форму линий в поле двух встречных волн.

Приведенные простые соображения позволяют также построить квантовую теорию многофотонной отдачи атома в поле стоячей волны. Этот вопрос с точки зрения классической траектории атома в последнее время дискутируется в литературе [4—9] и может найти некоторые интересные применения.

2. Прохождение встречных интенсивных монохроматических волн

Рассмотрим плоскую одномерную задачу, предполагая следующий вид для электрического поля волны:

$$E(t, z) = E_1(z) e^{i(kz - \omega t)} + E_2(z) e^{-i(kz + \omega t)} + \text{к. с.}, \quad (3)$$

где $E_{1,2}(z)$ — независимые от времени комплексные функции, слабо зависящие от z . Ограничиваясь дипольным приближением для взаимодействия излучения с двухуровневыми атомами, гамильтониан системы представим в виде

$$H = H_0 - dE, \quad (4)$$

где H_0 — гамильтониан изолированного атома, d — оператор дипольного момента перехода. Поляризационными эффектами не будем интересоваться и рассмотрим скалярный случай.

Решение уравнения Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H \Psi \quad (5)$$

будем искать в виде

$$\Psi = a\psi e^{-i/\hbar \varepsilon_1 t} + b\varphi e^{-i/\hbar \varepsilon_2 t + i\varepsilon t}, \quad (6)$$

где $\hbar\omega_0 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$, ψ и φ — волновые функции изолированного атома соответственно в основном и возбужденном состояниях, так что

$$H_0 \psi = \varepsilon_1 \psi, \quad H_0 \varphi = \varepsilon_2 \varphi. \quad (7)$$

Для неизвестных амплитуд a и b имеют место следующие уравнения:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} a = d(E_1^* e^{-ikz} + E_2^* e^{ikz}) b, \quad (8)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} b = \hbar\varepsilon b + d^*(E_1 e^{ikz} + E_2 e^{-ikz}) a. \quad (9)$$

Система (8), (9) допускает решение типа $e^{-i\nu t}$ с возможными значениями

$$\nu_{1,2} = \frac{\varepsilon}{2} (1 \pm \sqrt{1 + \lambda(z)}), \quad (10)$$

где

$$\lambda(z) = \xi_1 + \xi_2 + \frac{4|d|^2}{\hbar^2 \varepsilon^2} (E_1^* E_2 e^{-2ikz} + E_1 E_2^* e^{2ikz}). \quad (11)$$

Нижний знак в (10) соответствует основному состоянию атома до взаимодействия.

Подставляя это решение в (6), получим

$$\Psi = a_0 \left\{ \psi e^{-i/\hbar \varepsilon_1 t} + \frac{d^*}{\hbar \nu_1} (E_1 e^{ikz} + E_2 e^{-ikz}) e^{-i/\hbar \varepsilon_2 t + i \nu_1 t} \right\} e^{-i \nu_1 t}, \quad (12)$$

а из условия нормировки $\langle \Psi | \Psi \rangle = 1$ находим

$$|a_0|^2 = \frac{1 + \sqrt{1 + \lambda(z)}}{2 \sqrt{1 + \lambda(z)}}. \quad (13)$$

С помощью найденной волновой функции укороченное уравнение распространения для $E_1(z)$ принимает вид

$$\frac{dE_1(z)}{dz} = iq \left\{ \frac{E_1(z) + E_2(z) e^{-i2kz}}{\sqrt{1 + \lambda(z)}} \right\}_{\text{ср}}, \quad (14)$$

где $q = 2\pi \bar{N} \omega_0 |d|^2 / \hbar c \varepsilon$, $\bar{N}$ — плотность атомов, а усреднение правой части уравнения следует производить по пространственному периоду волны.

Уравнение для $E_2(z)$ получается из (14) заменой

$$z \rightarrow -z, \quad E_1 \leftrightarrow E_2.$$

При получении вышеприведенных формул мы пренебрегли однородным и неоднородным уширением уровней. Это возможно в газах при низких давлениях, когда ε много больше всех ширин (адиабатическое приближение [10]). Произведя пространственное усреднение, получаем, что интенсивности обеих волн при прохождении сохраняются, причем показатели преломления имеют вид

$$n_{1,2} = 1 + \frac{q}{\pi \omega \sqrt{1 + \bar{\xi}}} [2F(\eta) + \xi_{1,2}^{-1} [(1 + \bar{\xi}) E(\eta) - (1 + \xi_1 + \xi_2) F(\eta)]], \quad (15)$$

где F и E — полные эллиптические интегралы, $\eta = \sqrt{4\sqrt{\xi_1 \xi_2} / (1 + \bar{\xi})}$, $\bar{\xi} = \xi_1 + \xi_2 + 2\sqrt{\xi_1 \xi_2}$.

3. Прохождение слабых квазимонохроматических волн в присутствии сильных волн

Рассмотрим прохождение слабых квазимонохроматических встречных волн через газовую среду в присутствии встречных интенсивных монохроматических волн, т. е. вместо амплитуды E введем амплитуду

$$\tilde{E}(t, z) = E(t, z) + E_{\text{сл}}(t, z),$$

$$E_{\text{сл}}(t, z) = a_1(t, z) e^{i(kz - \omega t)} + a_2(t, z) e^{-i(kz + \omega t)} + \text{к. с.},$$

где $|a_{1,2}| \ll |E_{1,2}|$, $|\partial a_{1,2} / \partial t| \ll \omega |a_{1,2}|$.

Слабое поле будем учитывать по теории возмущений. Тогда укороченное уравнение распространения для спектральной составляющей слабого поля $a_1(\omega')$ принимает вид

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} - i \frac{\omega - \omega'}{c} - i Q \left(\omega' - \omega + \varepsilon \left(1 + \frac{\lambda}{2} \right) \right) \right\}_{\text{ср}} a_1(\omega') = \left\{ i Q \left[\left(\omega' - \omega + \varepsilon \left(1 + \frac{\lambda}{2} \right) \right) e^{-2ikz} a_2(\omega') - \frac{2c|d|^2}{\hbar^2 \varepsilon} (E_1 e^{ikz} + E_2 e^{-ikz})^2 (a_1^*(2\omega - \omega') e^{-2ikz} + a_2^*(2\omega - \omega')) \right] \right\}_{\text{ср}}, \quad (16)$$

в котором нужно производить усреднение по пространственному периоду интенсивного излучения,

$$Q = \frac{\varepsilon q}{\sqrt{1 + \lambda(z)} [\varepsilon^2 (1 + \lambda(z)) - (\omega' - \omega)^2]}. \quad (17)$$

Уравнение для $a_2(\omega')$ получается вышеуказанной заменой.

Из уравнения (16) (а также из уравнения для $a_2(\omega')$) видно, что даже при первоначальном отсутствии одной из слабых волн в дальнейшем она параметрически образуется, усиливаясь экспоненциально. Это вызвано когерентным отражением слабой волны на периодических неоднородностях среды, которые обусловлены образованием стоячей интенсивной монохроматической волны. Усреднение по пространственному периоду волны легко проводить при $\xi_{1,2} \ll 1$ ($\lambda(z) \ll 1$, приближение квадратичного Штарк-эффекта). Тогда (16) принимает вид

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} - i \frac{\varepsilon}{c} u - \Lambda_1(u) \right] a_1(u) = i [\Lambda_2(u) a_2(u) + L_1(u) a_1^*(\omega - \varepsilon u) + L_2(u) a_2^*(\omega - \varepsilon u)], \quad (18)$$

где

$$\Lambda_1(u) = \frac{q}{2} \left[\frac{3u - u^3 + 2}{R(u)} \right], \quad (19)$$

$$R(u) = \{[(1 + (\sqrt{\xi_1} - \sqrt{\xi_2})^2/2)^2 - u^2][(1 + (\sqrt{\xi_1} + \sqrt{\xi_2})^2/2)^2 - u^2]\}^{1/2},$$

$$u = \frac{\omega' - \omega}{\varepsilon}. \quad (20)$$

Члены в правой части (18) дают различные параметрические эффекты. В дальнейшем, однако, мы будем интересоваться только уширением спектральных линий и поэтому отбросим члены, описывающие параметрическое взаимодействие. Тогда для коэффициента поглощения получим следующее выражение:

$$\alpha_1(u) = \text{Im} \left\{ \frac{q(2 + 3u - u^3)}{R(u)} \right\}. \quad (21)$$

Из выражений (19)—(21) видно, что атомное поглощение имеет место при условии

$$\omega_0 + \frac{\varepsilon}{2} (V\bar{\xi}_1 - V\bar{\xi}_2)^2 < \omega' < \omega_0 + \frac{\varepsilon}{2} (V\bar{\xi}_1 + V\bar{\xi}_2)^2 \quad (22)$$

($\varepsilon > 0$) и в указанной области спектральная линия неоднородно уширяется. Коэффициент поглощения в этой области принимает вид

$$\alpha(\omega') = \frac{\varepsilon q}{V \left(\omega' - \omega_0 - \frac{\varepsilon}{2} (V\bar{\xi}_1 - V\bar{\xi}_2)^2 \right) \left(\omega_0 + \frac{\varepsilon}{2} (V\bar{\xi}_1 + V\bar{\xi}_2)^2 - \omega' \right)} \quad (23)$$

При $\xi_1 \rightarrow 0$ (или $\xi_2 \rightarrow 0$) область сужается в линию, сдвинутую за счет Штарк-эффекта [3]. Подчеркнем, что поглощение тем больше, чем ближе частота к границам области.

Спектральная линия неоднородно уширяется также в области частот трехфотонного излучения

$$2\omega - \omega_0 - \frac{\varepsilon}{2} (V\bar{\xi}_1 + V\bar{\xi}_2)^2 < \omega' < 2\omega - \omega_0 - \frac{\varepsilon}{2} (V\bar{\xi}_1 - V\bar{\xi}_2)^2, \quad (24)$$

причем коэффициент усиления в области (24) имеет вид

$$g(\omega') = \frac{3\varepsilon q \Delta^2/4}{V \left(\omega' - 2\omega + \omega_0 + \frac{\varepsilon}{2} (V\bar{\xi}_1 + V\bar{\xi}_2)^2 \right) \left(2\omega - \omega_0 - \frac{\varepsilon}{2} (V\bar{\xi}_1 - V\bar{\xi}_2)^2 - \omega' \right)}, \quad (25)$$

где $\Delta = (2\omega - \omega_0 - \omega') \sim \xi$. Как и в случае атомного поглощения, при $\xi_1 \rightarrow 0$ ($\xi_2 \rightarrow 0$) область сужается в линию и трехфотонное усиление тем больше, чем ближе частота к границам области.

Результаты для $a_2(\omega')$ аналогичны рассмотренному.

4. Отдача атома в поле встречных волн

Состояние Ψ характеризуется определенной энергией и некоторым распределением по импульсу центра тяжести атома. Его можно разложить по состояниям с определенными импульсами. Предполагая $E_{1,2}$ вещественными и $\xi_{1,2} \ll 1$, получим

$$\Psi = \Psi_c \exp \left(\frac{i\varepsilon t}{2} V\bar{\xi}_1 \bar{\xi}_2 \cos 2kz \right), \quad (26)$$

где в явном виде выписан множитель, зависящий неэкспоненциальным образом от координаты центра тяжести атома z . Подставим разложение

$$e^{iR \cos y} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m(R) e^{im y} \quad (27)$$

($J_m(R)$ — функция Бесселя) в (26). Тогда

$$\Psi = \Psi_c \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m \left(\frac{\varepsilon t}{2} \sqrt{\xi_1 \xi_2} \right) e^{i2mkz}.$$

В использованном приближении $\frac{\varepsilon}{2} \sqrt{\xi_1 \xi_2}$ дает частоту вынужденных переходов атома, так что аргумент бесселевой функции есть число переходов за время t (время взаимодействия). Если

$$\varepsilon \sim 10^{13} \text{ сек}^{-1}, t \sim 10^{-8} \text{ сек}, \xi \sim 0,1, \text{ то } R = \frac{\varepsilon t}{2} \sqrt{\xi_1 \xi_2} \sim 10^4. \quad (28)$$

Квадрат модуля бесселевой функции с индексом m определяет вероятность того, что при атомных переходах m фотонов вынужденно передаются из одного пучка в другой, что и приводит к ускорению атома. Атом может равновероятно ускоряться как по, так и против направления оси z . Для совокупности атомов это приводит к тому, что половина из общего числа атомов получит импульс по оси z , а другая половина — в обратном направлении. Суммарный импульс всех атомов при этом останется равным нулю.

Используя асимптотику

$$J_m(m\alpha) \simeq \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{2}{m} \right)^{1/3} \Phi \left[\left(\frac{m}{2} \right)^{2/3} (1 - \alpha^2) \right], \quad (29)$$

где $\Phi(x)$ — функция Эйри, $\Phi(0) = 0,629$, $m \gg 1$, $1 - \alpha \ll 1$, можно показать, что максимальную энергию отдачи получают те атомы, которые „перекачивают“ $m \approx \frac{\varepsilon t}{2} \sqrt{\xi_1 \xi_2}$ фотонов, и эта энергия увеличивается с

ростом интенсивности полей и времени взаимодействия. Для значений (28) $m \sim 10^4$, вероятность „перекачки“ 10^4 фотонов $\sim 10^{-3}$ и атом при этом получает энергию $E = (2\hbar km)^2 / 2M_{\text{ат}} \sim 10^{-1}$ эв.

В заключение автор считает своим долгом поблагодарить В. М. Арутюняна за постановку задачи и полезные обсуждения.

Ереванский государственный
университет

Поступила 31.XII.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. А. М. Бонч-Бруевич и др. ЖЭТФ, 56, 144 (1969).
2. В. М. Арутюнян и др. ЖЭТФ, 66, 509 (1974).
3. В. М. Арутюнян, Е. Г. Канециан, В. О. Чалтыкян. ЖЭТФ, 59, 195 (1970).
4. Г. А. Аскарьян. ЖЭТФ, 42, 1567 (1962).
5. А. Ashkin. Phys. Rev. Lett., 25, 1321 (1970).
6. А. П. Казанцев. ЖЭТФ, 63, 1628 (1972).
7. А. П. Казанцев. Письма ЖЭТФ, 17, 212 (1973).
8. А. П. Кольченко, С. Г. Раутиан, Р. И. Соколовский. ЖЭТФ, 55, 1864 (1964).
9. А. П. Казанцев. ЖЭТФ, 66, 1599 (1974).
10. D. Grischkowsky. Phys. Rev., 7A, 6, 2096 (1973).

ՍՊԵԿՏՐԱԼ ԳԾԵՐԻ ՇՏԱՐԿՅԱՆ ԼԱՅՆԱՑՈՒՄԸ
ՀԱՆԴԻՊԱԿԱՑ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԴԱՇՏՈՒՄ

Ա. Ժ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ

Աշխատանքում քննարկված է ինտենսիվ մոնոքրոմատիկ հանդիպակաց էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածումը ռեզոնանսային զաղային միջավայրում: Ցույց է տրված, որ հանդիպակաց ալիքների դաշտում բացի սովորական շտարկյան շեղումից սպեկտրալ գծերը նաև անհամասեռ լայնանում են: Բերված պարզ դատողությունները թույլ են տալիս կառուցել ատոմի բազմաֆոտոն ետհարվածի քվանտային տեսությունը հանդիպակաց ալիքների դաշտում:

STARK-BROADENING OF SPECTRAL LINES IN THE
FIELD OF OPPOSITE WAVES

A. J. MURADYAN

The propagation of intense monochromatic opposite electromagnetic waves through the resonance gas medium was investigated. It is shown, that in the field of opposite waves the spectral lines are non uniformly broadening. Based on a simple reasoning, one could construct the quantum theory of many-photon recoil of atoms in the field of opposite waves.