Изв. АН Армянской ССР, Физика, 10, 275—282 (1975)

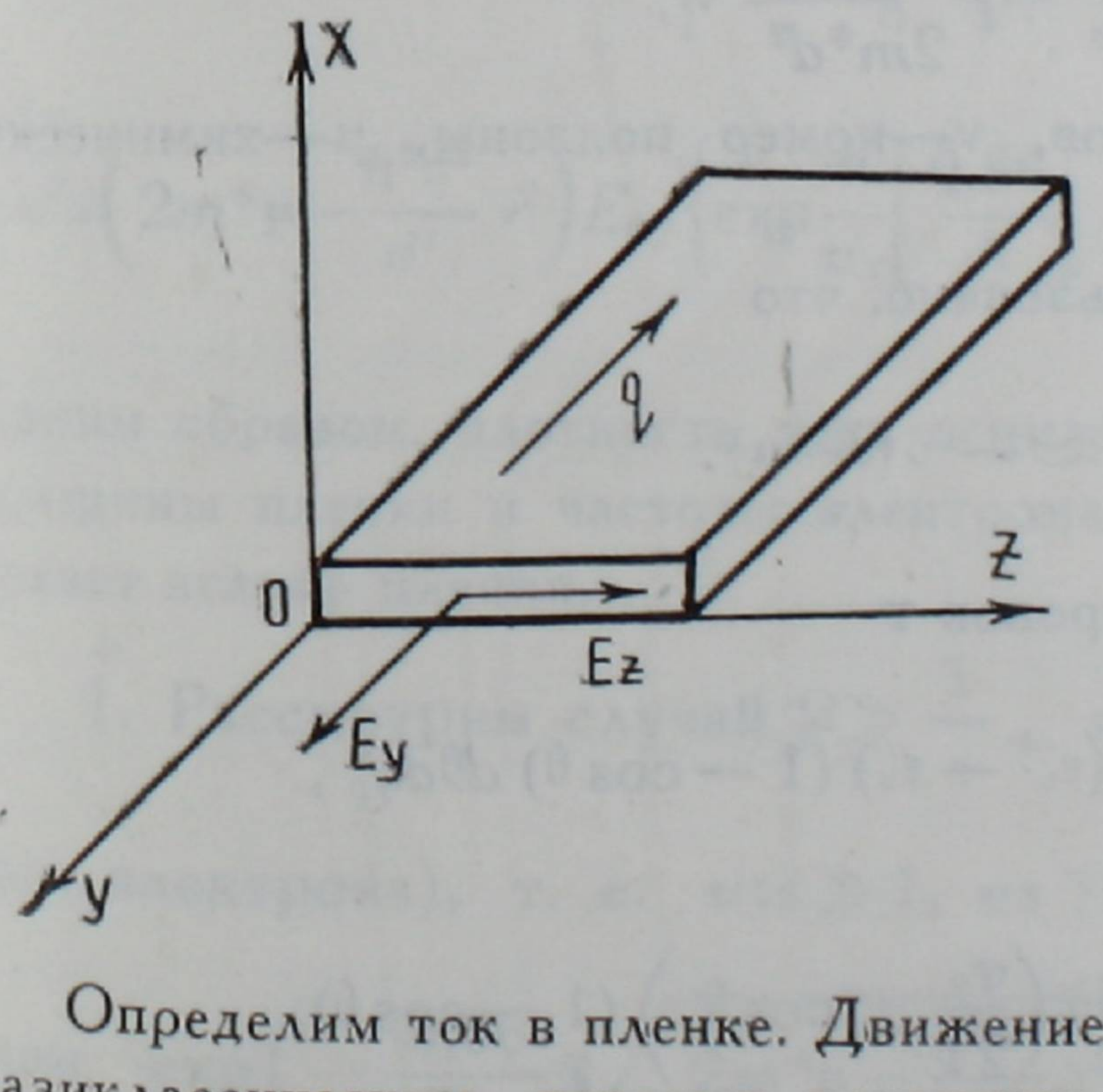
К ТЕОРИИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ И ЗВУКОВЫХ ВОЛН В УСЛОВИЯХ РАЗМЕРНОГО КВАНТОВАНИЯ

В. С. САРДАРЯН, М. М. АРАКЕЛЯН

Рассмотрено распространение в полупроводнике электромагнитной волны в условиях размерного квантования. Методом кинетического уравнения получены выражения для плотности тока, проводимости, глубины проникновения электромагнитных волн и найдены дисперсионные уравнения для двух предельных случаев. В случае больших частот ($\Omega \gg \frac{1}{\tau}$, τ — время релаксации электронов) при $\Omega = s_x v_x$ (s—волновой вектор электромагнитной волны, v—скорость электрона) имеет место затухание Ландау электромагнитных волн. Рассмотрено также прохождение через пленку звуковой волны, когда звук играет роль внешнего поля, действующего на электроны.

В одномерно квантованных пленках в условиях сильного вырождения и заполнения одного пленочного уровня квазиклассические состояния становятся двумерными. Поэтому вопросы распространения электромагнитных и звуковых волн в таких пленках представляют несомненный интерес. Характерные параметры задачи при этом сильно отличаются от параметров массивных проводящих сред, например, роль трехмерной плотности играет величина $N = \frac{s}{4V}\left(\frac{3n}{\pi}\right)^{2/3}$.

Пусть имеется вырожденная полупроводниковая пленка и электромагнитная волна падает перпендикулярно к плоскости пленки, так что $E = (E_y\ E_z)$. Звук направляется в плоскости пленки параллельно оси y (см. рисунок).



Пленка в поле электромагнитной и звуковой волн: q — волновой вектор звука, E — напряженность переменного электромагнитного поля.

Определим ток в пленке. Движение электронов вдоль пленки является квазиклассическим, поэтому применим метод кинетического уравнения Больцмана. В приближении времени релаксации кинетическое уравнение имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v}\,\frac{\partial t}{\partial \mathbf{r}} + e\mathbf{E}\,\frac{\partial f}{\partial p} = \frac{f - f_0}{\tau}. \quad (1)$$

Функцию распределения будем искать в виде

$$f = f_0 - \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\,\Psi(\mathbf{k},\ \mathbf{r}), \quad (2)$$

где f_0 — равновесное фермиевское распределение, $\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\Psi(\mathbf{k},\ \mathbf{r})$ — отклонение истинного распределения от равновесного.

Электрический ток выражается через функцию распределения следующим образом:

$$\mathbf{j} = 2e\int \mathbf{v} f\,\frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3},$$

где $\mathbf{v}$ — скорость электронов, p — квазиимпульс электронов.

Для пленки при заселении электронами одной подзоны задача в $\mathbf{k}$-пространстве становится двумерной. Поэтому

$$\mathbf{j} = \frac{2es}{(2\pi\hbar)^2 V}\int p\,dp\,f\,\mathbf{v}\int_0^{\pi/2} d\theta. \quad (3)$$

Здесь V—объем, e—заряд электрона, s—площадь поверхности пленки.

Подставляя (2) в (3), находим

$$j_\alpha = \frac{2es}{(2\pi\hbar)^2 V}\int p\,dp\,v_\alpha\int_0^{\pi/2} d\theta\,\delta\left(\frac{p^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2\pi^2}{2m^* d^2}\nu^2 - \mu\right)\Psi, \quad (4)$$

где

$$\varepsilon_\nu(p) = \frac{p^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2\pi^2}{2m^* d^2}\nu^2,$$

m^*—эффективная масса электронов, ν—номер подзоны, μ—химический потенциал.

При получении (4) было использовано, что

$$\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \approx -\delta(\varepsilon - \mu).$$

Определим время релаксации электронов τ

$$\frac{1}{\tau} = 2\,\frac{2\pi}{\hbar}\int |C_{\nu\nu'}|^2\,\delta(\varepsilon_{\nu'} - \varepsilon_\nu)(1 - \cos\theta)\,d\theta\,dq_\rho,$$

$$\frac{1}{\tau} = A\int_0^{2k} q_\rho\,dq_\rho\int_0^{2\pi} d\theta\,\delta\left(\frac{q_\rho}{2k} \pm \cos\theta\right)(1 - \cos\theta),$$

$$|C_{\nu\nu'}|^2 = \frac{16\pi^4 c_1^2 q_\rho \hbar \nu^4 (1 - \cos q_x d)}{\rho_0 V u\,[\pi^2(2\nu)^2 - q_x^2 d^2]^2 q_x^2 d^2}, \quad A = \frac{|C_{\nu\nu'}|^2 s m^*}{\pi\hbar^3 q_\rho}.$$

где $C_{\nu\nu'}$ — матричный элемент электрон-фононного взаимодействия в пленке [1], $\omega = uq$, u—скорость звука, c_1—константа электрон-фононного взаимодействия, ρ_0—плотность вещества, d—толщина пленки.

Возьмем $\nu = \nu'$, т. е. рассмотрим переходы в пределах одной подзоны. После интегрирования получаем

$$\frac{1}{\tau} = \frac{0{,}86\, pA}{\hbar}.$$

Подставляя предложенную форму f-функции в (1) и решая дифференциальное уравнение для случая зеркального отражения со следующими граничными условиями:

$$\text{при } x = 0, \quad v_x > 0 \quad \Psi = \text{const},$$

$$\text{при } x = d, \quad v_x < 0 \quad \Psi = \text{const } [2],$$

(для простоты положим const=0), получим

$$j_z = \frac{2e^2 s}{m^{*2}(2\pi\hbar)^2 V} \int \frac{p^2 \cos\theta \sin\theta}{v_x}\, p\, dp \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^d dx_1 E_y(x_1)\, e^{-L(x-x_1)} \times$$

$$\times\, \delta\left(\frac{p^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2\pi^2}{2m^* d^2}\nu^2 - \mu\right).$$

Пусть $E(t, x) = E_0 e^{i(\Omega t - s_x x)}$. После интегрирования получаем

$$j_z = \frac{-i \exp\left[i\Omega\left(t + \frac{|x|}{v_x}\right)\right] \exp\left(-\frac{0{,}86}{\hbar v_x}\sqrt{2m^*\mu - \frac{\hbar^2\pi^2}{d^2}\nu^2}\, A|x|\right)}{m^*(2\pi\hbar)^2 V\left[-i\frac{0{,}86}{\hbar}\sqrt{2m^*\mu - \frac{\hbar^2\pi^2}{d^2}\nu^2}\, A + \Omega - s_x v_x\right]} \times$$

$$\times\, e^2 s\left(2m^*\mu - \frac{\hbar^2\pi^2}{d^2}\nu^2\right) E_{oy}\left\{\exp\frac{d}{v_x}\left[\frac{0{,}86}{\hbar}\sqrt{2m^*\mu - \frac{\hbar^2\pi^2}{d^2}\nu^2}\, A + i\Omega - is_x v_x\right] - 1\right\}. \tag{5}$$

Таким образом, плотность тока осциллирует в зависимости от времени, толщины пленки и частоты электромагнитного поля. Кроме того, ток затухает вглубь пленки.

1. Рассмотрим случай $\Omega \gg \frac{1}{\tau}$, $sl \gg 1$ (l — длина свободного пробега электрона), т. е. $v\tau s \gg 1$, $vs \gg \frac{1}{\tau}$. Осциллирующую часть и член $\exp\left(-\frac{0{,}86}{\hbar v_x}\sqrt{2m^*\mu - \frac{\hbar^2\pi^2}{d^2}\nu^2}\, A|x|\right)$ не будем писать, считая, что все получаемые выражения нужно умножить на них. Отделяя действительную и мнимую части, имеем

$$j_z = -i\frac{\exp\left[-id\left(\frac{\Omega}{v_x}-s_x\right)\right](\Omega-s_x v_x)\,e^2 sE_{oy}\left(2m^*\mu-\frac{\hbar^2\pi^2}{d^2}\nu^2\right)}{Vm^*(2\pi\hbar)^2\left[(\Omega-s_x v_x)^2+\frac{0{,}86}{\hbar}\left(2m^*\mu-\frac{\hbar^2\pi^2}{d^2}\nu^2\right)A\right]}+$$

$$+\delta(\Omega-s_x v_x)\frac{e^2 sE_{oy}\left(2m^*\mu-\frac{\hbar^2\pi^2}{d^2}\nu^2\right)}{Vm^*(2\pi\hbar)^2\exp id\left(\frac{\Omega}{v_x}-s_x\right)}.$$

Условие $\Omega = s_x v_x$ выражает тот факт, что электрон движется все время в фазе с волной. Причимая во внимание, что скорость электронов v_x меняется у нас от 0 до $v_{x\,\max}$, мы видим, что это условие может выполняться для какой-то группы электронов начиная лишь с достаточно малых частот, а именно $\Omega < sv\cos\theta$. Такое затухание, не связанное со столкновениями электронов (т. е. существующее и при $\tau\to\infty$), есть затухание Ландау. Если $\Omega = s_x v_x$, то j_z максимален, так как при этом электрон воспринимает поле как статическое и создаются условия для заметной перекачки энергии от волны к электронам. Если $\Omega \neq s_x v_x$ (пусть $\Omega \gg s_x v_x$), то, считая $2m\mu \gg \frac{\hbar^2\pi^2}{d^2}\nu^2$, имеем

$$j_z = -i\frac{e^2 sE_{oy}}{4m^*\Omega V}\left(\frac{3n}{\pi}\right)^{2/3} e^{-\frac{i\Omega d}{v_x}},$$

где n — плотность электронов. Отбрасывая осциллирующую часть, получаем

$$j_z = -i\frac{e^2 sE_{oy}}{4m^*\Omega V}\left(\frac{3n}{\pi}\right)^{2/3}.$$

Проводимость определяется как

$$\sigma = -i\frac{e^2 s}{4m^*\Omega V}\left(\frac{3n}{\pi}\right)^{2/3}.$$

Обозначив $\frac{s}{4V}\left(\frac{3n}{\pi}\right)^{2/3} = N$, где N — эффективная плотность электронов, имеем

$$\sigma = -i\frac{e^2 N}{m^*\Omega}.$$

Зная проводимость, можно получить дисперсионное уравнение, связывающее Ω и k,

$$k^2 = \frac{\Omega^2}{c^2}\varepsilon',$$

где c — скорость распространения электромагнитной волны, ε' — комплексная диэлектрическая проницаемость, равная $\varepsilon' = \varepsilon - i\frac{4\pi\sigma}{\Omega}$.

Тогда дисперсионное уравнение примет вид

$$\Omega^2 = \frac{\Omega_0^2}{\varepsilon} + \frac{k^2 c^2}{\varepsilon}, \ \Omega_0 = \sqrt{\frac{4\pi N e^2}{m^*}} = \sqrt{\frac{\pi \ e^2}{d \ m}\left(\frac{3n}{\pi}\right)^{2/3}}.$$

Обратно пропорциональная зависимость Ω_0 (плазменная частота) от толщины пленки получена также в работе [3]. Наличие такой зависимости обусловлено квантовым поведением электронов пленки, точнее, дискретностью их импульсов.

Глубина проникновения электромагнитной волны есть

$$\delta = \sqrt{\frac{c^2 \ m^*}{4\pi e^2 N}} = \sqrt{\frac{c^2 m^* d\pi^{2/3}}{\pi e^2 n^{2/3}}} \quad \text{при} \quad \frac{4\pi\sigma}{\Omega} \gg \varepsilon,$$

т. е. для больших частот глубина проникновения не зависит от частоты; это, очевидно, происходит потому, что электрон, редко сталкиваясь с ионами, возвращает энергию обратно волне, т. е. воздействует на нее слабо. Далее, поскольку характеристические потери в тонких пленках при $\Omega^2 \gg k^2 v^2$ обратно пропорциональны толщине пленки [3], то, естественно, глубина проникновения пропорциональна толщине пленки.

2. Пусть $sl \ll 1, sv \ll \frac{1}{\tau}$, $\Omega \ll \frac{1}{\tau}$. Пренебрегая в (5) малыми членами и разлагая $\exp\left(-\frac{0,86d}{v_x \hbar} - A\sqrt{2m^*\mu}\right)$ в ряд, для плотности тока получаем

$$j_z = \frac{e^2 d^2 N E_{0y}}{\hbar}.$$

Проводимость в этом случае равна

$$\sigma = \frac{e^2 d^2 N}{\hbar},$$

дисперсионное уравнение имеет вид

$$\Omega^2 = \frac{k^2 c^2}{\varepsilon} + i \frac{\Omega \ m^* d^2}{\varepsilon \hbar} - \Omega_0^2,$$

а глубина проникновения определяется так

$$\delta = \frac{1}{\cos\frac{\pi}{4}} \frac{c}{\Omega_0 d} \sqrt{\frac{\hbar}{m^*\Omega}} \quad \text{при} \quad \frac{4\pi\sigma}{\Omega} \gg \varepsilon.$$

Таким образом, для малых частот глубина проникновения обратно пропорциональна частоте. Это объясняется тем, что при большей частоте электрон за то же время между столкновениями с ионами успевает забрать большую энергию у волны, и волна затухает быстрее.

Посмотрим теперь, какой ток возникает в результате прохождения звуковой волны. Возьмем случай $\omega\tau \ll 1$, ω—частота звуковой волны, т. е. звук играет роль внешнего поля, действующего на электроны.

Энергия электронов в звуковой волне приобретает добавку

$$\varepsilon(p, r, t) = \varepsilon(p) + \lambda_{ik}(p)\, u_{ik}(r, t),$$

$$u_{ik} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i}\right),$$

где u_{ik} — тензор деформации, $\mathbf{u}$ — вектор смещения среды в точке $\mathbf{r}$, λ_{ik} — тензор, называемый деформационным потенциалом.

Кинетическое уравнение имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{p}\,\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = I(f). \tag{6}$$

Здесь будем пользоваться другим приближением для интеграла столкновений [4]

$$I(f) = \frac{f - \overline{f}}{\tau},$$

где $\overline{f}$ означает среднее по направлениям импульса при заданной энергии

$$\overline{f} = \frac{\int f\,\frac{ds}{v}}{\int \frac{ds}{v}}.$$

Входящая в кинетическое уравнение производная $\dfrac{\partial \mathbf{p}}{\partial t}$ равна

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}} + e\mathbf{E}\ .$$

Первый член связан с действием поля звуковой волны, а второй — с возникающими при прохождении звука электрическими полями. В действительности вихревое электрическое поле дает вклад в поглощение звука того порядка, какой получается без учета члена с $\mathbf{E}$.

Решение кинетического уравнения будем искать в виде

$$f = f_0 - \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\psi. \tag{7}$$

При подстановке (7) в (6) получаем

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\Psi}{\tau} = \lambda_{ik}\, u_{ik}. \tag{8}$$

Предположим, что $u_{ik} = u_{iko}\, e^{i(q_y y - \omega t)}$, и будем искать Ψ в виде, пропорциональном той же экспоненте. Подставляя в (8), находим

$$\Psi = -\frac{i\omega u_{iko}\, e^{i(q_y y - \omega t)}\,\lambda_{ik}}{\frac{1}{\tau} + i(v_y q_y - \omega)}. \tag{9}$$

Рассмотрим сначала длинные волны $ql \ll 1$. Так как $l \sim v\tau$, $vq \ll \frac{1}{\tau}$, а неравенство $\omega\tau \ll 1$ предполагалось с самого начала, из (9) получаем

$$\Psi = -i\omega\lambda_{ik}\tau u_{lko}e^{i(q_y y - \omega t)}. \tag{10}$$

Подставив (10) в (4) и проведя интегрирование, находим

$$J_z = -i\frac{2es\omega c_1 u_{ik}}{1{,}72\pi^2\hbar A V}.$$

Для изотропного металла можно положить $\lambda_{ik} = \text{const} = c_1$.

Рассмотрим противоположный предельный случай $ql \gg 1$, т. е. $\frac{1}{\tau} \ll v_q$. Тогда

$$\Psi = \omega c_1 u_{ik}\left[\frac{\omega - v_y q_y}{(\omega - v_y q_y)^2 + \left(\frac{1}{\tau}\right)^2} - i\pi\delta(\omega - v_y q_y)\right].$$

Пусть $\omega = v_y q_y$. Выражение $\delta(\omega - v_y q_y)$ в общем случае произвольного направления звука имело бы вид $\delta(\omega - \mathbf{vq})$. Иными словами, поглощение связано с теми электронами, для которых $v_q \cos\theta \sim \omega$. Но так как $\omega = uq$, получаем $v\cos\theta = u$. Это значит, что поглощают звук электроны, движущиеся в фазе со звуковой волной (механизм поглощения Ландау). Так как $\frac{u}{v} \ll 1$, то эффективные электроны движутся почти перпендикулярно к $\mathbf{q}$.

Если $\omega \neq v_y q_y$, то для тока получаем

$$j = -\frac{esc_1 u_{ik} m^* \pi u}{(2\pi\hbar)^2 V}.$$

В нашем случае $v_y q_y \gg \frac{1}{\tau}$, $\frac{1}{\tau} \gg \omega$, т. е. $v_q \gg \omega$, что эквивалентно $v > 0$. Таким образом, создается режим усиления для фононов. Естественно, что в режиме усиления ток становится отрицательным.

Армянский государственный педагогический институт им. Х. Абовяна

Поступила 12.XI.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. Г. Коган, В. З. Кресин.* ФТТ, 11, 11 (1969).
2. *Ю. А. Романов.* ЖЭТФ, 47, 2132 (1964).
3. Поверхностные свойства твердых тел, под ред. Грина, 1972.
4. *Абрикосов.* Введение в теорию нормальных металлов, 1972.

ՉԱՓԱՅԻՆ ՔՎԱՆՏԱՑՄԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԵՎ ՁԱՅՆԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՏԱՐԱԾՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Վ. Ս. ՍԱՐԴԱՐՅԱՆ, Մ. Մ. ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ

Քննարկված է էլեկտրամագնիսական ալիքի տարածումը կիսահաղորդիչի ներսում չափային քվանտացման պայմաններում: Կինետիկ հավասարման մեթոդով ստացված են արտահայտություններ հոսանքի խտության, հաղորդականության, էլեկտրամագնիսական ալիքների թափանցման խորության համար: Երկու սահմանային դեպքերի համար գտնված են դիսպերսիոն հավասարումներ: Մեծ հաճախությունների համար տեղի ունի էլեկտրամագնիսական ալիքների մարում ըստ Լանդաուի: Քննարկված է նաև ձայնային ալիքի անցումը թաղանթով, երբ ձայնը կատարում է արտաքին դաշտի դեր, որն ազդում է էլեկտրոնների վրա: Հոսանքի խտության համար գտնված են բանաձևեր, երբ $ql \gg 1$ *(l—էլեկտրոնի ազատ վազքի երկարությունն է, q—ձայնի ալիքային վեկտորը) և երբ* $ql \ll 1$: *Կատարված է այդ արտահայտությունների վերլուծությունը:*

ON THE THEORY OF PROPAGATION OF ELECTROMAGNETIC AND SOUND WAVES UNDER THE DIMENSIONAL QUANTIZATION CONDITION

V. S. SARDARYAN, M. M. ARAKELYAN

The propagation of electromagnetic waves in a semiconductor under dimensional quantization condition is discussed. By means of the method of kinetic equation the expressions for the current density, conductivity and the penetration depth of the electromagnetic waves are obtained as well as dispersion equations for two boundary cases are found. For high frequencies the Landau damping of electromagnetic waves is shown to occur. The transition of sound waves through a film is considered when the sound acts on electrons as an external field. The expressions for the density of current in the cases of $ql \gg 1$ (l is the length ot the electron free path and q is a wave vector of the sound) and $ql \ll 1$ are found.