Изв. АН Армянской ССР, Физика, 10, 217—219 (1975(

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

О ПРИНЦИПЕ МИНИМАЛЬНОЙ СИНГУЛЯРНОСТИ

С. Г. ХАРАТЯН

Поскольку поля и токи в квантовой теории поля являются обобщенными функциями, то одновременные произведения, коммутаторы или антикоммутаторы этих величин требуют доопределения посредством предельного перехода к равным временам. Одновременные коммутаторы в случае целого спина или антикоммутаторы в случае полуцелого спина, как правило, оказываются сингулярными и характер этой сингулярности, как было показано в [1], зависит от способа предельного перехода. Как отмечалось в [2—4], наиболее важным представляется вопрос о характере сингулярности одновременного коммутатора или антикоммутатора гейзенбергова поля $A(x)$ и тока $j(x)$.

В работе [3] был постулирован принцип минимальной сингулярности, утверждающий, что одновременной коммутатор или антикоммутатор имеет наименьшую допустимую сингулярность с точки зрения трансформационных свойств полей. Для скалярных полей он обращается в нуль, а для спинорных полей—сингулярен как $\delta(\vec{x}-\vec{y})$. В [2] из аксиом Леманна-Симанзика-Циммермана (ЛСЦ) и предположения о справедливости канонических коммутационных соотношений для поля $A(x)$ было доказано, что

либо $[A(x),\ j(y)]|_{x_0=y_0}=0$, либо $[A(x),\ j(y)]|_{x_0=y_0}\sim\delta(\vec{x}-\vec{y})$.

Нами будет показано, что принцип минимальной сингулярности выделяет некоторый подкласс класса Борхерса поля $A(x)$. Как показано в [5], все неприводимые члены класса Борхерса эквивалентны в подходе ЛСЦ и если для некоторых из них принцип минимальной сингулярности не выполняется, то это означает, что этот принцип является дополнительным постулатом относительно аксиом ЛСЦ, выделяющим допустимые экстраполяции за массовую поверхность.

Мы ограничимся рассмотрением коммутатора, соответствующего скалярному полю, поскольку, как будет видно из дальнейшего, случай спинорных и тензорных полей вполне аналогичен.

В [2] принцип минимальной сингулярности формально записывался так

$$[A(x),\ j(y)]|_{x_0=y_0}\sim\delta(\vec{x}-\vec{y}).$$

Распишем это соотношение

$$\underset{n\to\infty}{f_n}(x_0-y_0)\,[A(x),\ j(y)]\sim\delta(\vec{x}-\vec{y}),$$

$$f_n(x_0-y_0) \underset{n\to\infty}{\to} \delta(x_0-y_0).$$

Константа пропорциональности, как отмечалось в [2], может и расходиться. Поле $A_n(x)=A(x)+K_x^n A(x)$ локально относительно поля $A(x)$ и, как легко видеть, из асимптотического условия ЛСЦ для поля $A(x)$ следует справедливость асимптотического условия ЛСЦ для поля $A_n(x)$ и совпадение асимптотических полей. Поля $A(x)$ и $A_n(x)$ принадлежат одному классу Борхерса. Неприводимость поля $A_n(x)$ является элементарным следствием неприводимости поля $A(x)$. В подходе ЛСЦ поля $A(x)$ и $A_n(x)$ вполне эквивалентны. В рамках аксиом ЛСЦ поля и токи связаны следующим соотношением:

$$K_x A(x)=j(x), \quad K_x A_n(x)=j_n(x),$$
$$j_n(x)=j(x)+K_x^n j(x).$$

Покажем, что для $A_n(x)$ и $j_n(x)$ принцип минимальной сингулярности не выполняется, даже если он выполняется для $A(x)$ и $j(x)$. Имеем

$$f_k(x_0-y_0)[A_n(x),\ j_n(y)]=f_k(x_0-y_0)[A(x),\ j(y)]+$$
$$+f_k(x_0-y_0)K_x^n[A(x),\ j(y)]+f_k(x_0-y_0)K_y^n[A(x),\ j(y)]+$$
$$+f_k(x_0-y_0)K_x^n K_y^n[A(x),\ j(y)].$$

Если раскрыть клейнианы, то в сумму войдут члены вида

$$f_k(x_0-y_0)\frac{\partial^{2n}}{\partial x_\alpha^{2n}}[A(x),\ j(y)].$$

Поскольку выражение $\underset{k\to\infty}{f_k}(x_0-y_0)[A(x),\ j(y)]$ не менее сингулярно, чем $\delta(\vec{x}-\vec{y})$, то $\underset{k\to\infty}{f_k}(x_0-y_0)\ \frac{\partial^{2n}}{\partial x_\alpha^{2n}}[A(x),\ j(y)]$ не менее сингулярно, чем $\frac{\partial^{2n}}{\partial x_\alpha^{2n}}\delta(\vec{x}-\vec{y})$. Следовательно, в одновременном коммутаторе мы получим члены более сингулярные, чем δ-функция. В членах с временными производными эти производные естественно перебросить на $f_k(x_0-y_0)$, что приведет к изменению константы пропорциональности. Таким образом, нами показано, что для $A_n(x)$ и $j_n(y)$ принцип минимальной сингулярности не выполняется при любом выборе $f_k(x_0-y_0)$.

Очевидно, что предыдущее рассмотрение является содержательным лишь в случае, когда $j(x)=K_x A(x)\neq 0$, т. е. когда поле $A(x)$ не является свободным.

Наше предыдущее рассмотрение было основано на неоднозначности в выборе локальных величин. Известно, что унитарное продолжение S-матрицы за массовую поверхность, вообще говоря, неединственно. Покажем, что классу Борхерса эрмитова гейзенбергова тока $j(x)$, который образован варьированием унитарной вне массовой поверхности S-мартицы по асимптотическому полю $\varphi(x)$, принадлежит эрмиров ток $j_\lambda(x)$, который не может быть получен варьированием по полю $\varphi(x)$ никакого унитарного продолжения за массвоую поверхность S. Это значит, что неоднозначность в классе Борхерса шире, чем неоднозначность в унитарном продолжении S-матрицы за массовую поверхность.

Рассмотрим ток $j_\lambda(x) = j(x) + \lambda K_x j(x)$, $\lambda = \bar{\lambda}$. Ток $j_\lambda(x)$, очевидно, принадлежит классу Борхерса тока $j(x)$, $j_\lambda(x)$ неприводим, если неприводим $j(x)$, и $j_\lambda(x)$ эрмитов, если эрмитов $j(x)$. Как доказано в [4], если ток получен варьированием S-матрицы, унитарной вне массовой поверхности, то он необходимо должен удовлетворять условию разрешимости. Для тока $j(x)$ условие разрешимости имеет вид

$$\frac{\delta j(x)}{\delta \varphi(y)} - \frac{\delta j(y)}{\delta \varphi(x)} = i\,[j(x),\ j(y)].$$

Легко видеть, что если условие разрешимости справедливо для $j(x)$, то оно не может быть справедливым для $j_\lambda(x)$ хотя бы при некоторых λ. Это следует из того, что левая часть условия разрешимости линейна по λ, а правая зависит квадратично от λ.

Институт математики
АН АрмССР

Поступила 12.VII.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *H. Lehmann, K. Pohlmeyer*. Preprint Desy 70/26, 1970.
. *В. Я. Файнберг*. Международная зимняя школа теоретической физики при ОИЯИ, Дубна, 1964.
3. *В. Я. Файнберг*. ЖЭТФ, 47, 2289 (1964).
4. *Б. Л. Воронов*. Кандидатская диссертация, ФИАН, 1970.
5. *H. J. Borchers*. Nuovo Cim., 19, 787 (1960).
6. *Н. Н. Боголюбов, Б. В. Медведев, М. К. Поливанов*. Вопросы теории дисперсионных соотношений, Физматгиз, М., 1958.

ՄԻՆԻՄԱԼ ՍԻՆԳՈՒԼՅԱՐՈՒԹՅԱՆ ՍԿԶԲՈՒՆՔԻ ՄԱՍԻՆ

Ս. Հ. ԽԱՐԱՏՅԱՆ

Աշխատանքում ցույց է տրված, որ Բորխերսի դասի տարբեր ներկայացուցիչներ բավարարում են, ընդհանուր առմամբ, ժամանակի միևնույն պահի համար գրված տարբեր կոմուտացիոն առնչությունների, որտեղից հետևում է, որ մինիմալ սինգուլյարության սկզբունքը կախված չէ Լեման-Սիմանզիկ-Ցիմերմանի աքսիոմներից։ Ցույց է տրվում նաև, որ Բորխերսի դասի դիտարկված անդամները չեն համապատասխանում զանգվածային մակերևույթից դուրս ունիտար էքստրապոլյացիային։

ON THE PRINCIPLE OF MINIMAL SINGULARITY

S. G. KHARATYAN

Different members of Borchers' class are shown to satisfy different equal time commutation relations whence follows that the principle of minimal singularity is independent as regards Lemann—Symanzik—Zimmerman axioms. It is also shown that the considered members of Borchers' class don't correspond to the unitary extrapolation beyond the mass shell.