Изв. АН Армянской ССР, Физика, 9, 374—380 (1974)

МЕССБАУЭРОВСКАЯ ОПТИКА КРИСТАЛЛОВ С ПРОИЗВОЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Ю. М. АЙВАЗЯН

Рассмотрено распространение мессбауэровского излучения в кристаллах с произвольной структурой электрических и магнитных полей на резонансных ядрах. Получены общие выражения для комплексных показателей преломления и векторов поляризации собственных волн. Рассмотрен частный случай комбинированного взаимодействия.

Как известно [1—3], мессбауэровское излучение, прошедшее через оптически толстый кристалл, содержит информацию о структуре магнитных и электрических полей на ядрах мессбауэровских изотопов. Эта информация является достаточно полной и в ряде случаев может быть с успехом использована для экспериментального определения структуры полей на ядрах [4].

Распространение мессбауэровского излучения в оптически толстых кристаллах рассматривалось в ряде работ [1, 2, 5]. В этих работах оптические характеристики мессбауэровской среды были найдены для случая кристалла с одним значением магнитного поля [5] и одного значения ГЭП [1] в узлах, содержащих мессбауэровские ядра. В работе [2] развита динамическая теория распространения мессбауэровского излучения в магнитоупорядоченных кристаллах и рассмотрены все основные типы магнитного упорядочения.

В настоящей работе рассматриваются поляризации собственных волн и комплексные показатели преломления для мессбауэровского излучения в кристаллах с произвольной электрической и магнитной структурой в случае разрешенных мессбауэровских подуровней в пренебрежении релеевским рассеянием. Для мессбауэровских оптических констант таких кристаллов получены общие выражения, позволяющие достаточно просто рассматривать многочисленные частные случаи, которые могут иметь место в кристаллах с различной симметрией. В качестве примера применения общих выражений рассмотрен случай комбинированного взаимодействия (магнитное поле направлено вдоль главной оси тензора ГЭП общего вида).

1. Мессбауэровское излучение, распространяющееся в некотором направлении в кристалле, может быть представлено в виде суперпозиции двух собственных волн с определенными поляризациями и комплексными показателями преломления. Интенсивность и поляризация излучения, прошедшего через кристалл, при известных собственных волнах могут быть рассчитаны аналогично тому, как это делается в оптике [6]. Собственные волны в случае комбинированного взаимодействия в кристалле могут быть найдены методом, развитым в работе [2].

Собственные волны в кристалле определяются через амплитуду когерентного рассеяния вперед на элементарной ячейке кристалла волны с вектором поляризации $\vec{n}$ и волновым вектором $\vec{k}$ в волну с вектором поляризации $\vec{n}'$. Для этой амплитуды имеем

$$F(\vec{k},\ \vec{n},\ \vec{n}') = B\vec{n}'^{*}T\vec{n}, \tag{1}$$

где T — тензор мессбауэровского рассеяния на элементарной ячейке кристалла, а B—резонансный множитель, зависящий от энергии γ-кванта, ширины и энергии подуровня, через который идет рассеяние. Векторы поляризации собственных волн $\vec{\tilde{n}}$ определяются условием

$$\vec{\tilde{n}}\,|T\vec{\tilde{n}}| = T\vec{\tilde{n}}, \tag{2}$$

означающим, что поляризация собственной волны в результате когерентного рассеяния вперед не меняется. Уравнение (2) определяет два вектора поляризации собственных волн $\vec{\tilde{n}}_\sigma$ $(\sigma=1{,}2)$. Комплексный показатель преломления $\varkappa_\sigma$ волны с вектором поляризации $\vec{\tilde{n}}_\sigma$ имеет вид [7, 2]

$$\varkappa_\sigma = 1 + \frac{2\pi}{k^2V}BF_\sigma(\vec{k},\ \vec{\tilde{n}}_\sigma,\ \vec{\tilde{n}}_\sigma) = 1 + \frac{2\pi}{k^2V}B\,|T\vec{\tilde{n}}_\sigma|, \tag{3}$$

где V — объем элементарной ячейки кристалла.

2. Рассмотрим случай, когда в элементарной ячейке кристалла имеется L кристаллографически эквивалентных мессбауэровских ядер с одинаковыми резонансными условиями. Волновую функцию в l-ом кристаллографическом положении представим в виде разложения по $|j_i, \mu_{im}\rangle$-функциям с заданными значениями полного момента j_i и его проекции μ_{im} на направление наибольшего собственного значения ГЭП, принимаемого за ось z_l системы координат, связанной с ядром l [8],

$$\Psi_{i,\,l}^{\gamma\delta} = \sum_m C_{im,\,l}^{\gamma\delta}\,|j_i,\ \mu_{im}\rangle. \tag{4}$$

Волновая функция $\Psi_{i,\,l}^{\gamma\delta}$ соответствует подуровню с энергией E_i^γ ядра l, индекс i определяет основное ($i=0$) и возбужденное ($i=1$) состояния ядер, γ—номер подуровня, δ—номер вырожденного состояния ядра, если имеется вырождение, $C_{im,\,l}^{\gamma\delta}$ — коэффициенты разложения. Суммирование по m проводится по проекциям полного момента j_i на ось z_l.

Выражение $T\vec{\tilde{n}}$, входящее в формулу (2), с учетом разложения (4) и результатов работ [8, 9] может быть представлен в следующем виде:

$$T\vec{\tilde{n}} = 1/g \sum_{\substack{\alpha,\,\tau,\,l\\ r,\,q,\,s,\,p}} C_{oq,\,l}^{*\alpha\tau}\,C_{or,\,l}^{\alpha\tau}\,C_{1s,\,l}^{*\beta\varkappa}\,C_{ip,\,l}^{\beta\varkappa}\,\vec{n}_{pq}^{\,l}\,(\vec{n}_{sr}^{\,*l}\,\vec{\tilde{n}})\sqrt{I_{sr}^{l}I_{pq}^{l}}\;e^{i(M_{pq}-M_{sk})\varphi_l}. \tag{5}$$

Здесь $\vec{n}_{pq}$ $(\vec{n}_{sr})$ и I_{pq} (I_{sr}) — вектор поляризации и интенсивность излучения γ-кванта, испускаемого в переходе $j_1, \mu_{1p} \to j_0, \mu_{0q}$ $(j_1, \mu_{1s} \to j_0, \mu_{0r})$, $M_{pq} = \mu_{1p} - \mu_{0q}$, $M_{sr} = \mu_{1s} - \mu_{0r}$, φ_l — азимутальный угол вектора $\vec{k}$ в системе координат $(x, y, z)_l$, связанной с главными осями тензора ГЭП в точке l, g — степень вырождения рассматриваемого подуровня основного состояния ядра. В (5) проведены суммирование по конечным и усреднение по начальным состояниям ядер с учетом возможного вырождения промежуточного и начального состояний ядер. Суммирование по l от 1 до L проводится в пределах элементарной ячейки кристалла по всем ядрам, принимающим участие в мессбауэровском рассеянии. Введя вместо индексов p, q (s, k) один индекс π (σ) и используя обозначения

$$\beta^l_{\pi\sigma} = 1/g \sum_{\tau,\,\varkappa} b^{\tau\varkappa}_{\pi,\,l}\, b^{*\tau\varkappa}_{\sigma,\,l}, \quad b^{l\varkappa}_{\pi,\,l} = C^{*\alpha\tau}_{0q,\,l}\, C^{\beta\varkappa}_{1p,\,l} \sqrt{I^l_{pq}}\; e^{iM_{pq}\varphi_l}, \tag{6}$$

запишем выражение (5) в более компактной форме

$$\hat{T}\vec{n} = \sum_{\pi,\,\sigma,\,l} \beta^l_{\pi\sigma}\, \vec{n}^l_\pi (\vec{n}^{*l}_\pi \vec{n}). \tag{7}$$

Вектор поляризации $\vec{n}^l_\pi$ имеет вид [9]

$$\vec{n}^l_\pi = \hat{\chi}^{(l)}_2 \cos\alpha^l_\pi + i\hat{\chi}^{(l)}_1 \sin\alpha^l_\pi, \quad \hat{\chi}^{(l)}_2 = \frac{\vec{k} \times \hat{\chi}^{(l)}_1}{|\vec{k} \times \vec{z}_l|}, \quad \hat{\chi}^{(l)}_1 = \frac{\vec{k} \times \vec{z}_l}{|\vec{k} \times \vec{z}_l|}, \tag{8}$$

где единичные векторы $\hat{\chi}^{(l)}_1$, $\hat{\chi}^{(l)}_2$ и вектор $\vec{k}$ составляют правую тройку векторов, а $\vec{z}_l$ — единичный вектор вдоль положительного направления оси z системы координат, связанной с ядром l. Входящие в выражение (8) параметры α_π зависят от мультипольности ядерного перехода и разности проекций $M_\pi = M_{pq}$ возбужденного и основного состояний ядра на ось z_l и приведены в таблице для переходов с мультипольностями $M(1)$ и $E(2)$. Выражения для интенсивности переходов I_{pq} приведены в работе [9].

3. Найдем решения уравнения (2), которое определяет поляризации собственных волн. Вектор $\vec{n}$ будем искать в виде

$$\vec{n} = \hat{e}_2 \cos x + i\hat{e}_1 \sin x, \quad \hat{e}_2 = \frac{\vec{k} \times \hat{e}_1}{|\vec{k} \times \hat{e}_1|}, \tag{9}$$

где $\hat{e}_1$ и x — орт вектора поляризации и параметр, которые нужно найти. Для решения уравнения (2) подставим в него $\hat{T}\vec{n}$ из выражения (7), используя явный вид векторов поляризации (8). В полученном уравнении отделим мнимые и действительные части, а затем умножим

Таблица

Значения $\cos\alpha_\pi^l$ и $\sin\alpha_\pi^l$ для ядерных переходов $M(1)$ и $E(2)$

(θ_l — угол между векторами $\vec{k}$ и $\vec{z}_l$)

$M_\pi =$	$M(1)$		$E(2)$	
$=\mu_{1p}-\mu_{0q}$	$\cos\alpha_\pi^l$	$\sin\alpha_\pi^l$	$\cos\alpha_\pi^l$	$\sin\alpha_\pi^l$
0	0	1	1	0
± 1	$\frac{1}{\sqrt{1+\cos^2\theta_l}}$	$\frac{\pm\cos\theta_l}{\sqrt{1+\cos^2\theta_l}}$	$\frac{\mp\cos 2\theta_l}{\sqrt{\cos^2 2\theta_l+\cos^2\theta_l}}$	$\frac{\cos\theta_l}{\sqrt{\cos^2 2\theta_l+\cos^2\theta_l}}$
± 2	—	—	$\frac{\mp\cos\theta_l}{\sqrt{1+\cos^2\theta_l}}$	$\frac{1}{\sqrt{1+\cos^2\theta_l}}$

их скалярно на векторы $\hat{e}_1$ и $\hat{e}_2$. Таким образом получим систему связанных уравнений, решения которой имеют следующий вид:

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{\sum_l A_1^l \sin 2\gamma_l + \sum_l A_4^l \cos 2\gamma_l}{\sum_l A_1^l \cos 2\gamma_l - \sum_l A_4^l \sin 2\gamma_l},$$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{\sum_l A_2^l}{\sum_l A_1^l \cos 2\gamma_l - \sum_l A_4^l \sin 2\gamma_l}, \tag{10}$$

где ψ — угол между искомым вектором $\hat{e}_1$ и вектором $\hat{\chi}_l^{(1)}$, γ_l — угол между векторами $\hat{\chi}_1^{(1)}$ и $\hat{\chi}_1^{(l)}$, отсчитываемый от $\hat{\chi}_1^{(1)}$ вокруг вектора $\vec{k}$, и введены следующие обозначения для действительных величин A_i^l:

$$A_1^l = \sum_{\pi,\sigma} \beta_{\pi\sigma}^l \cos(\alpha_\pi^l + \alpha_\sigma^l), \quad A_2^l = \sum_{\pi,\sigma} \beta_{\pi\sigma}^l \sin(\alpha_\pi^l + \alpha_\sigma^l),$$
$$A_3^l = \sum_{\pi,\sigma} \beta_{\pi\sigma}^l \cos(\alpha_\pi^l - \alpha_\sigma^l), \quad iA_4^l = \sum_{\pi,\sigma} \beta_{\pi\sigma}^l \sin(\alpha_\pi^l - \alpha_\sigma^l). \tag{11}$$

Уравнения (10) определяют два вектора поляризации собственных волн $\vec{\tilde{n}}_\sigma$. Для их нахождения нужно найти одно решение первого уравнения (10) и, подставив его во второе, найти x_1 и $x_2 = x_1 + \pi/_2$. Величина $|\vec{\tilde{T}n_\sigma}|$, входящая в выражение для $\varkappa_\sigma$, зависит от величин A_i^l следующим образом:

$$|\vec{\tilde{T}n_\sigma}| = 1/2 \sum_l A_3^l + \frac{1}{2\sin 2x_\sigma} \sum_l A_2^l. \tag{12}$$

Выражения (10), (11) и (3) определяют в общем виде оптические характеристики кристалла—поляризацию и комплексные показатели преломления собственных волн.

4. В качестве примера применения общих выражений рассмотрим случай комбинированного взаимодействия, когда магнитное поле направлено вдоль главной оси тензора ГЭП с параметром η. Волновые функции ядра со спином 3/2 в возбужденном состоянии и энергии подуровней в этом случае имеют следующий вид:

$$\Psi_1^1 = \frac{(\alpha + \operatorname{ch} z)\,|-3/2> + \alpha \operatorname{sh} z\,|1/2>}{\sqrt{2 \operatorname{ch} z (\alpha + \operatorname{ch} z)}},$$

$$\operatorname{sh} z = \frac{a\eta}{\sqrt{3}(2b+a)}, \quad \alpha = \operatorname{sign}(2b+a), \quad E_1^1 = b + |2b+a| \operatorname{ch} z,$$

$$\Psi_1^2 = \frac{(\alpha + \operatorname{ch} z)\,|-1/2> + \alpha \operatorname{sh} z\,|3/2>}{\sqrt{2 \operatorname{ch} z (\alpha + \operatorname{ch} z)}},$$

$$\operatorname{sh} z = \frac{a\eta}{\sqrt{3}(2b-a)}, \quad \alpha = \operatorname{sign}(2b-a), \quad E_1^2 = -b + |2b-a| \operatorname{ch} z,$$

$$\Psi_1^3 = \frac{(\alpha + \operatorname{ch} z)\,|1/2> - \alpha \operatorname{sh} z\,|-3/2>}{\sqrt{2 \operatorname{ch} z (\alpha + \operatorname{ch} z)}},$$

$$\operatorname{sh} z = \frac{a\eta}{\sqrt{3}(2b+a)}, \quad \alpha = \operatorname{sign}(2b+a), \quad E_1^3 = b - |2b+a| \operatorname{ch} z,$$

$$\Psi_1^4 = \frac{(\alpha + \operatorname{ch} z)\,|3/2> - \alpha \operatorname{sh} z\,|-1/2>}{\sqrt{2 \operatorname{ch} z (\alpha + \operatorname{ch} z)}},$$

$$\operatorname{sh} z = \frac{a\eta}{\sqrt{3}(2b-a)}, \quad \alpha = \operatorname{sign}(2b-a), \quad E_1^4 = -b - |2b-a| \operatorname{ch} z.$$

Здесь $b = 1/2\, g\mu_n H$, $a = 1/4\, e^2 q Q$, $e^2 q Q$ — константа квадрупольного взаимодействия ядра, η — параметр асимметрии, $\eta = (\Phi_{xx} - \Phi_{yy}) \Phi_{zz}^{-1}$, $0 \leqslant \eta \leqslant 1$, Φ — потенциал электрического поля. Волновые функции основного состояния со спином 1/2, отвечающие энергиям E_0^1 и E_0^2, соответственно есть $|-1/2>$ и $|1/2>$.

Рассмотрим только случай, когда мессбауэровское рассеяние идет через переход $E_1^1 \rightleftarrows E_0^1$. Вычисления дают (для ядерного перехода $M(1)$)

$$\operatorname{tg} 2x = -2c \cos\theta \,\{[(f + d\cos 2\varphi) - (f - d\cos 2\varphi)\cos^2\theta]^2 + $$
$$+ 4d^2 \cos^2\theta \sin^2 2\varphi\}^{-1/2}, \tag{13}$$

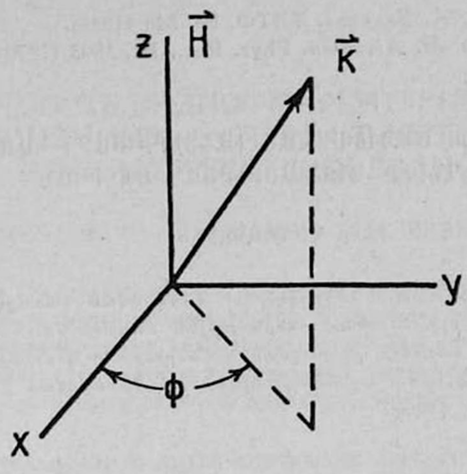
$$A_\sigma = 1/2 a_0 [(f + d\cos 2\varphi) + (f - d\cos 2\varphi)\cos^2\theta][1 + \operatorname{sign}(c \sin 2x_\sigma \cos\theta)], \tag{14}$$

где углы θ и φ показаны на рисунке, а

$$d = 2\sqrt{3} \sin Q \cos Q, \quad f = \sin^2 Q + 3\cos^2 Q, \quad c = \sin^2 Q - 3\cos^2 Q, \tag{15}$$

$$\cos Q = \frac{\alpha + \operatorname{ch} z}{\sqrt{2 \operatorname{ch} z (\alpha + \operatorname{ch} z)}}, \quad \sin Q = \frac{\alpha \operatorname{sh} z}{\sqrt{2 \operatorname{ch} z (\alpha + \operatorname{ch} z)}}, \quad \alpha = \operatorname{sign}(2b - a).$$

Величина a_0 может быть найдена подобно тому, как это делалось в [2]. Показатель преломления одной из собственных волн равен единице и затухание при сделанных выше предположениях отсутствует. Поляризация соб-



ственных волн зависит от углов θ и φ и в общем случае является эллиптической. Поляризации собственных волн остаются эллиптическими при $\theta=0$, так как из-за наличия ГЭП нет осевой симметрии. При $\theta=0$ поляризации будут циркулярными только при $\eta=0$. При $\theta=\pi/2$ поляризации, как и следовало ожидать, линейны. Аналогично могут быть рассмотрены другие переходы и более сложные случаи с $L\neq 1$.

5. Мы рассмотрели поляризацию и показатели преломления собственных волн в мессбауэровских средах с произвольной структурой магнитных и электрических полей на ядрах. Оптические свойства мессбауэровских кристаллов определяются, в основном, симметрией внутрикристаллических полей, мессбауэровским переходом, через который идет рассеяние, и мультипольностью ядерного перехода. Общие выражения позволяют довольно просто рассматривать различные частные случаи, которые могут встречаться в приложениях. Мы полностью пренебрегали релеевским рассеянием, учет которого не меняет поляризацию собственных волн, а только несколько изменяет показатели преломления. Полученные результаты могут быть использованы в экспериментах по определению структуры внутрикристаллических полей в узлах, содержащих мессбауэровские ядра, а также для расчета распространения мессбауэровского излучения в кристаллах, структура полей в которых известна.

ВНИИФТРИ

Поступила 20.X.1972
После переработки 15.VI.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. R. *M. Housley, R. W. Grant, U. Gonser*. Phys. Rev., 178, 514 (1969).
2. *Ю. М. Айвазян, Б. А. Беляков*. ФТТ, 13, 968 (1971).
3. *Yu. M. Aivazian*. Proceedings of the Conference on Mössbauer Spectrometry, Dresden, 1971, p. 660.
4. *R. W. Grant, R. M. Housley, U. Gonser*. Phys. Rev., 178, 523 (1969).
5. *M. Blume, O.C. Kistner*. Phys. Rev., 171, 417 (1968).
6. *D. T. Keating*. Phys. Rev., 178, 732 (1969).
7. *M. Lax*. Rev. Mod. Phys., 23, 287 (1951).

8. *Ю. М. Айвазян, В. А. Беляков.* ЖЭТФ, 56, 346 (1969).
9. *V. A. Belyakov, Yu. M. Aivazian.* Phys. Rev., B1, 1903 (1970).

ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԵՎ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏԵՐԻ ԲԱՐԴ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔՈՎ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐԻ ՄԵՍԲԱՈՒԵՐՅԱՆ ՕՊՏԻԿԱՆ

Յու. Մ. ԱՅՎԱԶՅԱՆ

Զարգացվում է ռեզոնանսային միջուկներում կամայական կառուցվածքի էլեկտրական և մագնիսական դաշտերով բյուրեղներում մեսբաուերյան ճառագայթման տարածման դինամիկ տեսությունը։ Սեփական դաշտերի բևեռացման վեկտորների և կոմպլեքս բեկման ցուցիչների համար ստացված են ընդհանուր արտահայտություններ։ Դիտարկված է կոմբինացված փոխազդեցության մասնավոր դեպքը։

MÖSSBAUER OPTICS OF CRYSTALS WITH ARBITRARY ELECTRIC AND MAGNETIC FIELDS STRUCTURE

Yu. M. AJVAZYAN

The propagation of Mössbauer radiation in crystals with arbitrary structure of electrical and magnetic fields in resonant nuclei is considered. The general expressions for the complex refractive index and the polarization vectors of proper waves are obtained. The special case of combined interaction is considered.