Изв. АН Армянской ССР, Физика, 9. 347—353 (1974)

МОДЕЛЬ СЛАБЫХ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ЛЕПТОНОВ, ОСНОВАННАЯ НА ГРУППЕ $SU(2) \times SU(2)$

А. Э. АСРАТЯН

Предлагается градиентная модель слабых и электромагнитных взаимодействий лептонов, основанная на группе $SU(2) \times SU(2)$. Право- и левополяризованные лептоны входят в схему симметрично, мюон μ^+ и электрон e^- включены в один неприводимый мультиплет. Кроме фотона и ответственного за наблюдаемые слабые процессы тяжелого заряженного векторного бозона в модели присутствует нейтральный векторный бозон и сверхтяжелый заряженный векторный бозон. В модели отсутствуют нейтральные токи типа $\widetilde{\mu^+}\mu^+$, $\widetilde{e^-}e^-$ и не возникают треугольные аномалии.

1. Введение

Основанные на группе $SU(2) \times U(1)$ градиентные модели [1, 2], обладая разумной «минимальностью», имеют, в то же время, два существенных недостатка [3]. Во-первых, в этих моделях право- и левополяризованные лептоны трактуются качественно совершенно различно (с этим связана необходимость введения двух независимых констант связи). Во-вторых, лептоны двух типов (мюонного и электронного) оказываются не связанными друг с другом, поскольку входят в различные неприводимые мультиплеты и преобразуются независимо.

Обе эти проблемы разрешены в работе [3], где построена модель, основанная на градиентной группе $SU(3) \times SU(3)$. В этой модели тяжелые лептоны отсутствуют, а наблюдаемые лептоны рассматриваются в рамках схемы Конопинского-Махмуда [5], образуя правый и левый неприводимые триплеты l_L и l_R

$$l_L = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\cdot l, \quad l_R = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\cdot l, \quad l = \begin{Vmatrix} \mu^+ \\ \nu \\ e^- \end{Vmatrix}.$$

Представление группы $SU(3) \times SU(3)$ реализуется согласно

$$l_L \to U_L \cdot l_L, \quad l_R \to U_R \cdot l_R,$$

где U_L и U_R — независимые унимодулярные унитарные матрицы.

Поскольку правый и левый триплеты входят в схему симметрично, естественно приравнять друг другу две (вообще говоря, различные) константы связи, соответствующие коммутирующим между собой подгруппам $SU(3) \times I$, $I \times SU(3)$, где I — единичная матрица.

Высокая степень симметрии и экономность модели в отношении лептонов достигнуты за счет отказа от минимальности в отношении векторных и скалярных бозонов: необходимо введение 16 действительных векторных градиентных полей (при этом для подавления ненаблюдаемых переходов большинство векторных бозонов делаются сверхтяжелыми) и большого количества физических скалярных бозонов.

В предлагаемой работе построена лептонная модель, которая, будучи лишена указанных выше недостатков простейших схем [1, 2], обладает несколько большей минимальностью, чем [3], в отношении векторных и скалярных бозонов.

Модель основана на градиентной группе $SU(2)\times SU(2)$ и является прямым обобщением первой модели Вайнберга [1].

Частицами считаются μ^+, ν, e^-, кроме того, вводятся два тяжелых нейтральных лептона X^0, Y^0.

Кроме фотона A и ответственного за наблюдаемые слабые процессы тяжелого векторного бозона $W_\pm$ в модели присутствует нейтральный векторный бозон Z и заряженный сверхтяжелый векторный бозон $W'_\pm$. Совокупность скалярных бозонов состоит из пяти нейтральных действительных и двух заряженных физических бозонов.

В модели отсутствуют нейтральные токи типа $\tilde{\mu}^+\mu^+$, $\tilde{e}^- e^-$ (в противоположность модели Ли-Прентки-Зумино [2], в которой отсутствуют нейтральные токи типа $\tilde{\nu}\nu$). Поэтому в отличие от [1] предлагаемая модель не приводит к отличающимся от обычных предсказаниям для процессов

$$\nu+e^-\to\nu+e^-, \quad \tilde{\nu}+e^-\to\tilde{\nu}+e^-.$$

Существенным отличием данной модели от модели Вайнберга [1] является то, что в ней не появляются треугольные аномалии. Это связано с тем, что любое представление группы $SU(2)\times SU(2)$ эквивалентно своему сопряженному [6].

2. Взаимодействие лептонов с векторными бозонами

Генераторы, соответствующие подгруппе $I\times SU(2)$ группы $SU(2)\times SU(2)$, и ассоциируемые с ними градиентные поля обозначим через I_1, I_2, I_3 и A_1, A_2, A_3. Для подгруппы $SU(2)\times I$ введем аналогичные обозначения I'_1, I'_2, I'_3 и A'_1, A'_2, A'_3. Вообще говоря, инвариантность относительно $SU(2)\times SU(2)$ подразумевает наличие двух независимых констант связи g_1 и g_2; из соображений симметрии, однако, естественно положить их равными друг другу

$$g_1=g_2\equiv\sqrt{2}\,e. \tag{1}$$

Оператор электрического заряда положим равным

$$Q=I_3+I'_3. \tag{2}$$

Симметрия нарушается таким образом, что Q продолжает сохраняться.

При этом физические векторные бозоны имеют вид

$$W_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_1 \mp iA_2), \qquad A = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_3 + A_3'),$$
$$W_{\pm}' = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_1' \mp iA_2'), \qquad Z = \frac{1}{\sqrt{2}}(-A_3 + A_3'). \tag{3}$$

Лептонные состояния группируются в два синглета S_R, S_L и два неприводимых мультиплета Ψ_{ij}^L, Ψ_{ij}^R, преобразующихся согласно

$$\Psi_{ij}^{R,L} \to u_{il}' \cdot u_{jk} \cdot \Psi_{lk}^{R,L}. \tag{4}$$

Мультиплеты имеют следующий вид:

$$\left\|\begin{matrix}\Psi_{11}^R\\ \Psi_{12}^R\\ \Psi_{21}^R\\ \Psi_{22}^R\end{matrix}\right\| = \left\|\begin{matrix}R\cdot\mu^+\\ a\cdot R\cdot\nu + b\cdot R\cdot X^0\\ R\cdot Y^0\\ R\cdot e^-\end{matrix}\right\|, \quad \left\|\begin{matrix}\Psi_{11}^L\\ \Psi_{12}^L\\ \Psi_{21}^L\\ \Psi_{22}^L\end{matrix}\right\| = \left\|\begin{matrix}L\cdot\mu^+\\ L\cdot X^0\\ a\cdot L\cdot\nu + b\cdot L\cdot Y^0\\ L\cdot e^-\end{matrix}\right\|, \tag{5}$$
$$S_R = -b\cdot R\cdot\nu + a\cdot R\cdot X^0, \qquad S_L = -b\cdot L\cdot\nu + a\cdot L\cdot Y^0$$

где $a^2 + b^2 = 1$ и введены обозначения $R = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$, $L = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)$).

Взаимодействие лептонов с векторными бозонами имеет вид

$$\begin{aligned}
& e\cdot\{+A_\alpha\cdot[\tilde{\mu}^+\cdot\gamma^\alpha\cdot\mu^+ - \tilde{e}^-\cdot\gamma^\alpha\cdot e^-] + \\
& + Z_\alpha\cdot[(a\cdot\tilde{\nu} + b\cdot\tilde{X}^0)\cdot\gamma^\alpha R\cdot(a\cdot\nu + b\cdot X^0) - (a\cdot\tilde{\nu} + b\cdot\tilde{Y}^0)\cdot\gamma^\alpha\cdot L\times \\
& \times(a\cdot\nu + b\cdot Y^0) + \tilde{X}^0\cdot\gamma^\alpha\cdot L\cdot X^0 - \tilde{Y}^0\cdot\gamma^\alpha\cdot R\cdot Y^0]\} + \\
& + e\cdot\{+\tilde{\mu}\cdot\gamma^\alpha\cdot R\cdot(a\cdot\nu + b\cdot X^0)\cdot W_{+\alpha} + \tilde{e}^-\cdot\gamma^\alpha\cdot L\cdot(a\cdot\nu + b\cdot Y^0)\cdot W_{-\alpha} + \\
& + \tilde{\mu}^+\cdot\gamma^\alpha\cdot R\cdot Y^0\cdot W_{+\alpha}' + \tilde{e}^-\cdot\gamma^\alpha\cdot R\cdot Y^0\cdot W_{-\alpha} + \\
& + \tilde{\mu}^+\cdot\gamma^\alpha\cdot L\cdot X^0\cdot W_{+\alpha} + \tilde{e}^-\cdot\gamma^\alpha\cdot L\cdot X^0\cdot W_{-\alpha}' + \\
& + \tilde{\mu}^+\cdot\gamma^\alpha\cdot L\cdot(a\cdot\nu + b\cdot Y^0)\cdot W_{+\alpha}' + \tilde{e}^-\cdot\gamma^\alpha\cdot R\cdot(a\cdot\nu + b\cdot X^0)\cdot W_{-\alpha}' + h.c.\}.
\end{aligned} \tag{6}$$

Поэтому введенная ранее константа e равна электромагнитной константе: $e^2/4\pi = 1/137$. Нейтральный векторный бозон Z вообще не взаимодействует с заряженными лептонами μ^+, e^-.

Из условия

$$\frac{e^2 a^2}{4m^2(W)} = \frac{1}{\sqrt{2}}G$$

следует, что $m(W) = a\cdot 52{,}8$ *Гэв*.

Для правильного описания распада мюона необходимо, чтобы заряженный векторный бозон $W_{\pm}'$ был сверхтяжелым: $m(W') \gg m(W)$.

3. Скалярные бозоны и спектр масс лептонов и векторных бозонов

Для нарушения симметрии введем следующие скалярные мультиплеты.

а) Комплексный мультиплет $\varphi_{ij} = r_{ij} + is_{ij}$, преобразующийся согласно

$$\varphi_{ij} \to u'_{ik} \cdot u_{jl} \cdot \varphi_{kl}.$$

Мультиплет включает действительные нейтральные поля r_{12}, r_{21}, s_{12}, s_{21} и заряженные поля

$$\Phi_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(r_{11} \pm is_{11}), \quad \Phi'_{\mp} = \frac{1}{\sqrt{2}}(r_{22} \pm is_{22}).$$

Пусть вакуумные средние имеют вид

$$\begin{Vmatrix} \langle r_{11} \rangle \\ \langle r_{12} \rangle \\ \langle r_{21} \rangle \\ \langle r_{22} \rangle \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0 \\ \sqrt{2}\lambda \\ 0 \\ 0 \end{Vmatrix}, \quad \langle s_{ij} \rangle = 0, \ i, j = 1, 2. \tag{7}$$

Легко видеть, что величина φ'_{ij}, определяемая согласно

$$\varphi'_{11} = \varphi^*_{22}, \ \varphi'_{12} = -\varphi^*_{21}, \ \varphi'_{21} = -\varphi^*_{12}, \ \varphi'_{22} = \varphi^*_{11}, \tag{8}$$

преобразуется по тому же закону, что и φ_{ij}.

б) Два действительных триплета $\vec{V} = \{V_1 V_2 V_3\}$ и $\vec{V}' = \{V'_1 V'_2 V'_3\}$.

Преобразование $\{U', U\}$ группы $SU(2) \times SU(2)$ действует на эти триплеты следующим образом:

$$\vec{V} \to T(U) \cdot \vec{V}, \quad \vec{V}' \to T(U') \cdot \vec{V}', \tag{9}$$

где $T(U)$, $T(U')$ — ортогональные матрицы, находящиеся в обычном соответствии с матрицами U, U'.

Поскольку $Q = I_3 + I'_3$, легко видеть, что триплеты включают действительные нейтральные поля V_3, V'_3 и заряженные поля

$$V_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(V_1 \mp iV_2), \quad V'_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(V'_1 \mp iV'_2). \tag{10}$$

Пусть вакуумные средние имеют вид

$$\begin{Vmatrix} \langle V_1 \rangle \\ \langle V_2 \rangle \\ \langle V_3 \rangle \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \\ \xi \end{Vmatrix}, \quad \begin{Vmatrix} \langle V'_1 \rangle \\ \langle V'_2 \rangle \\ \langle V'_3 \rangle \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \\ \xi' \end{Vmatrix}. \tag{11}$$

Скалярный потенциал P всегда можно подобрать так, чтобы вакуумные средние имели вид (7) и (11), причем λ, ξ, ξ' не связаны никакими соотношениями.

Спектр масс лептонов возникает из взаимодействия

$$m\cdot\tilde{\Psi}^R_{ij}\cdot\Psi^L_{ij}+g\cdot[\tilde{\Psi}^L_{ij}\cdot\varphi_{ij}\cdot S_R-\tilde{\Psi}^R_{ij}\cdot\varphi'_{ij}\cdot S_L]+$$
$$+f\cdot\tilde{\Psi}^R_{ij}\cdot(\vec{\tau}\cdot\vec{V})^k_j\cdot\Psi^L_{ik}+f'\cdot\tilde{\Psi}^R_{ji}\cdot(\vec{\tau}\cdot\vec{V}')^k_j\cdot\Psi^L_{ki}+h.c.. \quad (12)$$

При выполнении условий $m\cdot a-g\cdot b\cdot\lambda=0$, $f\cdot\xi=f'\cdot\xi'$, обеспечивающих исчезновение недиагональных билинейных членов, возникает спектр масс

$$m(\mu^+)=m+f\cdot\xi,\quad m(e^-)=m-f\cdot\xi,\quad m(X^0)=m(Y^0)=\frac{m}{b}\cdot \quad (13)$$

Массы векторных бозонов оказываются равными

$$m(W)=e\sqrt{\lambda^2+2\xi^2},\ m(W')=e\sqrt{\lambda^2+2\xi'^2},\quad m(Z)=\sqrt{2}e\lambda. \quad (14)$$

Пользуясь соотношениями $a^2+b^2=1$, $m(W)=a\cdot 52{,}8$ *Гэв*, получаем

$$m(X^0)=m(Y^0)=\frac{1}{2}\left[m(\mu^+)+m(e^-)\right]\Big/\sqrt{1-\left[\frac{m(W)}{52{,}8}\right]^2}\cdot \quad (15)$$

Можно показать, что поля

$$\frac{+\sqrt{2}\xi\cdot V_\pm+\lambda\cdot\Phi_\pm}{\sqrt{\lambda^2+2\xi^2}},\ \frac{+\sqrt{2}\xi'\cdot V_\mp-\lambda\cdot\Phi'_\mp}{\sqrt{\lambda^2+2\xi'^2}},\ s_{12} \quad (16)$$

соответствуют безмассовым голдстоуновским бозонам [4]. Поэтому в рассмотрении остаются действительные нейтральные (имеющие нулевые вакуумные средние) поля

$$V_3-\xi,\quad V'_3-\xi',\ r_{12}-\sqrt{2}\lambda,\ r_{21},\ s_{21} \quad (17)$$

и заряженные поля

$$\frac{-\lambda\cdot V_\pm+\sqrt{2}\xi\cdot\Phi_\pm}{\sqrt{\lambda^2+2\xi^2}},\ \frac{+\lambda\cdot V'_\mp+\sqrt{2}\xi'\cdot\Phi'_\mp}{\sqrt{\lambda^2+2\xi'^2}}. \quad (18)$$

Физические (диагонализующие массовую матрицу) поля есть некоторые линейные комбинации перечисленных; коэффициенты разложения и значения масс, разумеется, зависят от вида скалярного потенциала P.

4. Обсуждение

Как уже отмечалось, нейтральный векторный бозон вообще не взаимодействует с заряженными лептонами. Из соотношений (14) с учетом того, что $m(W)=a\cdot 52{,}8$ *Гэв*, следует, что $m(Z)<74{,}6$ *Гэв*. Поскольку справедливо равенство

$$m(X^0)=m(Y^0)=\frac{m(\mu^+)+m(e^-)}{2\sqrt{1-a^2}}, \quad (19)$$

получаем, что $a\approx 1$, $m(W)\cong 52{,}8$ *Гэв*.

Взаимодействие (6) содержит член

$$e\cdot a^2\cdot Z_\alpha\cdot\tilde{\nu}\cdot\gamma^\alpha\cdot\gamma_5\cdot\nu. \quad (20)$$

Взаимодействие такого типа приводит к распаду [8]

$$K^+ \to e^+ + \nu + \nu + \tilde{\nu}. \tag{21}$$

В работе [7] на основании экспериментальных данных (и с использованием расчетов, проведенных в работе [8]) получено, что если «четырехнейтринное» взаимодействие имеет вид

$$F \cdot (\tilde{\nu} \cdot \gamma_\alpha \cdot \nu) \cdot (\tilde{\nu} \cdot \gamma^\alpha \cdot \nu), \tag{22}$$

то справедливо $F/G < 1{,}8 \cdot 10^5$.

Учитывая, что взаимодействие

$$F \cdot (\tilde{\nu} \cdot \gamma_\alpha \cdot \gamma_5 \cdot \nu) \cdot (\tilde{\nu} \cdot \gamma^\alpha \cdot \gamma_5 \cdot \nu) \tag{23}$$

приводит к той же вероятности распада (21), что и (22), получим ограничение снизу на массу нейтрального векторного бозона

$$m(Z) > 0{,}3 \text{ Гэв}.$$

Модель допускает наличие (сильно подавленных) переходов $\mu^+ \to e^-$ через тяжелые нейтральные лептоны X^0, Y^0 с испусканием двух сверхтяжелых векторных бозонов.

Используя расчеты [9], легко получить, что вклад в аномальный магнитный момент мюона диаграмм с нейтральными тяжелыми лептонами в промежуточном состоянии пренебрежимо мал ($\Delta a_\mu < 10^{-8}$). Поэтому в отличие от модели Джорджи-Глэшоу [10] никаких ограничений сверху на массы нейтральных лептонов X^0, Y^0 наложить нельзя.

Автор благодарит Е. П. Шабалина за полезные обсуждения и интерес к работе.

Институт физических исследований
АН АрмССР

Поступила 30.XI.1973

ЛИТЕРАТУРА

1. *S. Weinberg*. Phys. Rev. Lett., 19, 1264 (1967); Phys. Rev. Lett., 27, 1688 (1971).
2. *B. W. Lee*. Phys. Rev., D6, 1188 (1972). *J. Prentki, B. Zumino*. Nucl. Phys., B47, 99 (1972). *J. D. Bjorken, C. H. Llewellyn-Smith*. Phys. Rev., D7, 887 (1973).
3. *S. Weinberg*. Phys. Rev., D5, 1962 (1972).
4. *S. Weinberg*. Phys. Rev., D7, 1068 (1973).
5. *E. S. Konopinski, H. M. Mahmoud*. Phys. Rev., 92, 1045 (1953).
6. *H. Georgi S. L. Glashow*. Phys. Rev., D6, 429 (1972).
7. *G. D. Cable* et al. Phys. Lett., 40B, 699 (1972).
8. *D. Yu. Bardin* et al. Phys. Lett., 32B, 121 (1970).
9. *J. R. Primack, H. R. Quinn*. Phys. Rev , D6, 3171 (1972).
10. *H. Georgi, S. L. Glashow*. Phys. Rev. Lett., 28, 1494 (1972).

$SU(2) \times SU(2)$ ԽՄԲԻ ՎՐԱ ՀԻՄՆՎԱԾ ՄՈԴԵԼ՝ ԼԵՊՏՈՆՆԵՐԻ ԹՈՒՅԼ ԵՎ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

Ա. Է. ՀԱՍՐԱԹՅԱՆ

Առաջարկված է $SU(2) \times SU(2)$ խմբի վրա հիմնված գրադիենտային մոդել լեպտոնների թույլ և էլեկտրամագնիսական փոխազդեցությունների համար։ Աջ և ձախ բևեռացված լեպտոնները սխեմայի մեջ մտնում են սիմետրիկ ձևով։ μ^+-մեզոնը և e^--էլեկտրոնը մտցված են մեկ չբերվող մուլտիպլետի մեջ։

THE $SU(2) \times SU(2)$ GROUP BASED MODEL OF WEAK AND ELECTROMAGNETIC INTERACTIONS OF LEPTONS

A. E. ASRATYAN

The $SU(2) \times SU(2)$ group based gauge model of weak and electromagnetic interactions of leptons is proposed. Right- and left-polarized leptons enter the model symmetrically; μ^+-meson and electron are included in the same irreducible multiplet. Besides the photon and the heavy charged vector boson responsible for the observed weak processes, the model incorporates a neutral vector boson and a superheavy charged vector boson.