Изв. АН Армянской ССР, Физика, 9, 312—315 (1974)

ОПТИКА ЕСТЕСТВЕННО-ГИРОТРОПНЫХ СРЕД В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

О. С. ЕРИЦЯН

Рассмотрено отражение электромагнитной волны на границе раздела изотропной среды с оптически активной средой, помещенной в магнитное поле. Показано, что при соблюдении определенных условий обе отраженные волны превращаются в поверхностные,

Решение дисперсионного уравнения для естественно-гиротропной среды, помещенной в магнитное поле, имеет вид [1]

$$k^{\pm 2} = \frac{\omega^2}{c^2}\mu\left[\varepsilon \pm (\gamma + g\cos\alpha) + \frac{1}{2}\left(\sigma - \frac{g^2}{\varepsilon}\right)\sin^2\alpha\right]. \tag{1}$$

Это решение получается в предположении [2], что $\sigma \sim \frac{g^2}{\varepsilon}$. В (1) величина ε есть диэлектрическая проницаемость вдоль осей x и y, $\sigma = \varepsilon_{zz} - \varepsilon$, где ε_{zz} —диэлектрическая проницаемость вдоль оси z, γ—параметр оптической активности, g—величина вектора гирации, направленного вдоль оси z, α — угол между волновым вектором $\vec{k}$ ($\vec{k}^+$ или $\vec{k}^-$ в зависимости от выбора верхнего или нижнего знака в (1)) и осью z. В (1) не учтены члены порядка $\left(\frac{\gamma}{\varepsilon}\right)^3$, $\left(\frac{g}{\varepsilon}\right)^3$ и выше.

Пусть плоская волна

$$\vec{E}^+(\vec{r}, t) = \vec{E}_0^+ \exp i(\vec{k}^+\vec{r} - \omega t) \tag{2}$$

распространяется в оптически активной среде, помещенной в магнитное поле и занимающей область $z \leqslant 0$. Угол между волновым вектором $\vec{k}^+$ волны (2) и осью z обозначим через α^+, причем ось z перпендикулярна к границе раздела. Совместим плоскость xz с плоскостью распространения волны. Тангенциальная компонента волнового вектора волны (2) будет определяться из равенства

$$k_x^{+2}(\alpha^+) = \frac{\omega^2}{c^2}\mu\left[\varepsilon + (\gamma + g\cos\alpha^+) + \frac{1}{2}\left(\sigma - \frac{g^2}{\varepsilon}\right)\sin^2\alpha^+\right]\sin^2\alpha^+. \tag{3}$$

Функция $k_x^{+2}(\alpha^+)$ имеет максимум при угле $\alpha^+ \approx \arccos\frac{g}{2\varepsilon}$.

Пусть волновой вектор $\vec{k}^+$ составляет угол $\alpha^+ = \alpha_m^+$ с осью z, где α_m^+ определяется из соотношения

$$\cos\alpha_m^+ = \frac{g}{a\varepsilon}, \tag{4}$$

а величина a близка к 2 (интервал значений a будет определен ниже). При $g>0$ угол α_m^+ меньше $\frac{\pi}{2}$, т. е. этот угол будет определять направление волны, падающей на границу.

Найдем направления распространения отраженных волн. Условие непрерывности тангенциальной компоненты волнового вектора имеет вид

$$\frac{\omega^2}{c^2}\mu\left[\varepsilon\pm(\gamma+g\cos\alpha)+\frac{1}{2}\left(\sigma-\frac{g^2}{\varepsilon}\right)\sin^2\alpha\right]\sin^2\alpha=k_x^{+2}(\alpha_m^+). \qquad (5)$$

Подставив в (3) значение $\cos\alpha_m^+=\frac{g}{a\varepsilon}$ и вычислив $k_x^{+2}(\alpha_m^+)$, уравнение (5) можно записать в виде

$$G\cos^4\alpha-g\cos^3\alpha-(\varepsilon+\gamma+2G)\cos^2\alpha+g\cos\alpha-\frac{g^2(a-1)}{a^2\varepsilon}=0, \qquad (6a)$$

$$G\cos^4\alpha+g\cos^3\alpha-(\varepsilon-\gamma+2G)\cos^2\alpha-g\cos\alpha-\left[\frac{g^2(a-1)}{a^2\varepsilon}+2\gamma\right]=0, \qquad (6б)$$

где $G=\frac{1}{2}\left(\sigma-\frac{g^2}{\varepsilon}\right)$; уравнения (6*а*) и (6*б*) соответствуют верхнему и нижнему знакам в (5).

С помощью рядов функций Штурма [3] выясним, сколько действительных корней имеют уравнения (6*а*) и (6*б*), относящиеся к право- и левополяризованным волнам. Вычисления показали, что знак последней из пяти функций Штурма совпадает со знаком следующего выражения:

$$P=0{,}375\,\gamma^2g^4+1{,}5\,\varepsilon\gamma^2g^2G+\left(64\frac{a-1}{a^2}-16\right)\varepsilon^2g^2G^2+\varepsilon^3G^3)+$$
$$+\left(2{,}25\frac{a-1}{a^2}-0{,}5625\right)g^6+\left(21\frac{a-1}{a^2}-5{,}25\right)\varepsilon g^4G. \qquad (7)$$

Составляя таблицу знаков функций Штурма, получаем следующий результат. Если

$$P>0,\ G>0,\ \frac{1}{a}\gg\frac{g}{\varepsilon},\ \gamma>0, \qquad (8)$$

то уравнения (6*а*) и (6*б*) не имеют действительных корней в области $-1\leqslant\cos\alpha\leqslant 0$, а в области $0\leqslant\cos\alpha\leqslant 1$ уравнение (6*а*) имеет два действительных корня.

Заметим, что первое из условий (8) имеет следующий явный вид:

$$\frac{a-1}{a^2}>\frac{1}{4}-\frac{0{,}375\,\gamma^2g^4+1{,}5\,\varepsilon\gamma^2g^2G}{64(\varepsilon^2g^2G^2+\varepsilon^3G^3)+21\,\varepsilon g^4G+2{,}25\,g^6}. \qquad (9)$$

Найдем теперь приближенные значения корней уравнений (6*а*) и (6*б*). Вследствие расщепления на границе при падении правополяризованной волны отражаются как право-, так и левополяризованная волны. Косинусы углов отражения, вообще говоря, есть величины того же порядка, что и косинус угла падения. Считая косинусы углов отражения величинами, много меньшими единицы, в (6а) и (6б) первыми двумя членами можно пренебречь. Тогда получим следующие уравнения:

$$(\varepsilon+\gamma+2G)\cos^2\alpha-g\cos\alpha+\frac{g^2(a-1)}{a^2\varepsilon}=0, \tag{10а}$$

$$(\varepsilon-\gamma+2G)\cos^2\alpha+g\cos\alpha+\left[\frac{g^2(a-1)}{a^2\varepsilon}+2\gamma\right]=0. \tag{10б}$$

Уравнение (10а) имеет корни

$$\cos\alpha_{1,2}\cong\frac{g}{\varepsilon}\left[\frac{1}{2}\pm\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{a}\right)\right]. \tag{11}$$

Считая $g>0$, получаем, что $\cos\alpha_{1,2}>0$. Как видно из (11), $\cos\alpha_2$ совпадает с $\cos\alpha_m^+$.

Представив $\cos_{1,2}$ в виде

$$\cos\alpha_{1,2}=\zeta\pm\eta,\quad 1\gg\zeta>0,\quad \eta\ll 1,$$

для z-компонент волновых векторов получаем

$$(k_z)^2_{1,2}=k_x^{+2}(\alpha_m^+)(\zeta\pm\eta)^2. \tag{12}$$

Уравнение (10б) имеет следующие корни:

$$\cos\alpha'_{1,2}\cong-\frac{g}{2\varepsilon}\pm\sqrt{-\frac{2\gamma}{\varepsilon}}.$$

Считая $\gamma>0$, можно представить $\cos\alpha'_{1,2}$ в виде

$$\cos\alpha'_{1,2}=-\zeta'\pm i\eta',\quad \zeta'>0,\quad \zeta'\ll|\eta'|\ll 1. \tag{13}$$

В результате для z-компонент волновых векторов получаем

$$(k'_z)_{1,2}\cong\pm i\,k_x^+(\alpha_m^+)\sqrt{|\eta'|}, \tag{14}$$

откуда следует, что амплитуда отраженных волн будет расти при удалении от границы, если в (14) выбрать верхний знак; в случае нижнего знака амплитуда отраженных волн будет убывать, т. е. отраженные волны будут превращаться в поверхностные.

Из соотношений между корнями и коэффициентами, записанных для уравнений (6а) и (6б), следует, что остальные два корня этих уравнений являются величинами порядка $\frac{\varepsilon}{g}$, т. е. эти корни не имеют реального смысла. Можно убедиться, что в принятом приближении все полученные корни удовлетворяют исходным уравнениям. Заметим, что для модулей $\cos\alpha'_{1,2}$ получили величину порядка $\sqrt{\frac{\gamma}{\varepsilon}}$, в то время, как для косинуса угла падения имеем величину порядка $\frac{\gamma}{\varepsilon}$.

Таким образом, если имеют место соотношения (8), (9), а также неравенства $\gamma>0$ и $g>0$, то при падении волны (2) под углом α_m^+ обе отраженные волны превращаются в поверхностные.

Если $\gamma<0$ и $g<0$, то превращение отраженных волн в поверхностные будет иметь место для левополяризованной волны, падающей под углом $\alpha_m^- = \arccos \frac{g}{a^2}$; интервал значений a определяется неравенством (9). Что же касается совпадения знаков γ и g, то его можно достичь надлежащим выбором направления магнитного поля.

При $\gamma \sim 10^{-4}$ и $g \sim 10^{-4}$ получаем $\varphi \sim 10^{-5}$, где $\varphi = \frac{\pi}{2} - \alpha_m$. При этом амплитуда поверхностных волн уменьшается в e раз уже на расстоянии порядка 10λ от границы, где λ—длина волны света в вакууме.

Малость значений γ и g затрудняет наблюдение указанного превращения падающей волны в поверхностную из-за малости угла φ. В связи с этим вещество, пригодное для наблюдения указанного превращения, целесообразно было бы искать, по-видимому, среди холестерических жидких кристаллов, обладающих большой естественной активностью [4].

Ереванский государственный
университет

Поступила 29.XII.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *О. С. Ерицян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 3, 217 (1968).
2. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц.* Электродинамика сплошных сред, Физматгиз, М., 1959.
3. *И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев.* Справочник по математике, М., 1957.
4. *И. Г. Чистяков.* Жидкие кристаллы, М., 1969.

ԲՆԱԿԱՆ ՀԻՐՈՏՐՈՊ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐԻ ՕՊՏԻԿԱՆ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՄԲ

Հ. Ս. ԵՐԻՑՅԱՆ

Քննարկված է էլեկտրամագնիսական ալիքի անդրադարձումը մագնիսական դաշտում գտնվող բնական հիրոտրոպ միջավայրի սահմանից։ Ցույց է տրված, որ աշխատանքում նշված պայմանների բավարարման դեպքում աջ և ձախ բևեռացած անդրադարձած երկու ալիքներն էլ մակերևույթային ալիք են։ Ստացված են անդրադարձած ալիքների ալիքային վեկտորների այն բաղադրիչների արժեքները, որոնք բաժանման սահմանին ուղղահայաց են։

THE OPTICS OF NATURAL-GYROTROPIC MEDIA IN THE PRESENCE OF EXTERNAL MAGNETIC FIELD

H. S. ERITSYAN

The reflection of electromagnetic wave on the boundary of natural-gyrotropic medium placed in the magnetic field is discussed. It is shown that under our conditions the reflected waves transform to the surface ones. The image components of the wave-vectors of reflected waves are calculated.