Изв. АН Армянской ССР, Физика, 9, 306—311 (1974)

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ЧЕТЫРЕХФОТОННЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ТРЕХУРОВНЕВОЙ РЕЗОНАНСНОЙ СРЕДЕ

Г. Г. АДОНЦ, Л. М. КОЧАРЯН, Н. В. ШАХНАЗАРЯН

В безрелаксационном приближении рассмотрено прохождение в одном направлении сильной и слабой волн через резонансную среду, состоящую из трехуровневых атомов. Найдены штарковские сдвиги атомов в поле сильной монохроматической волны. Показано, что учет третьего уровня приводит к новым областям четырехфотонного параметрического усиления.

Прохождение интенсивного светового излучения через резонансную среду сопровождается значительным изменением частотного и углового составов. Это может быть объяснено четырехфотонным вынужденным рассеянием (ЧВР), т. е. преобразованием двух падающих квантов в два рассеянных. Такое параметрическое (зависящее от фаз волн) взаимодействие может привести к значительной перекачке энергии мощной волны в другие частоты.

Ввиду того, что ЧВР носит резонансный характер, при его теоретическом исследовании ограничиваются моделью двухуровневого атома (см., напр., [1] и др.). Однако такая модель не в состоянии объяснить появление некоторых частот или областей частот, наблюдаемых в экспериментах по прохождению сильной квазимонохроматической волны в парах щелочных металлов. Линия $\lambda=\lambda_{\text{пад.}}=39{,}04\text{A}^{\circ}$, впервые наблюденная в [2—4], объясняется лишь в трехуровневой модели как вынужденное комбинационное рассеяние на электронных уровнях $4P_{3/2}\leftrightarrow 4P_{1/2}$ (ВЭКР). В резонансе с падающим излучением находится переход $4S_{1/2}\leftrightarrow 4P_{3/2}$.

Как показывает качественный анализ законов сохранения энергии и импульса, учет третьего уровня при параметрическом четырехфотонном взаимодействии приводит к появлению новых областей усиления, которые наблюдались в работе [5].

В настоящей работе квазиклассическим методом исследуется влияние третьего уровня на ЧВР. Мы ограничимся случаем $\tau_{\text{имп.}}\ll\tau_{\text{рел.}}$. При этом, чтобы не получить ложных эффектов, необходимо корректно включать взаимодействие [6, 1]. Кроме того, мы рассматриваем распространение слабой волны вдоль направления распространения интенсивной волны, поскольку благодаря когерентности ЧВР происходит в основном в направлении распространения сильной волны.

Трехуровневый атом в поле монохроматической волны

Рассмотрим трехуровневый атом в поле излучения. Пусть основной уровень атома обладает энергией E_1 и четностью l_1, два возбужденных близко расположенных уровня обладают соответственно энергиями E_2 и

E_3 и четностями $l_2=l_3$. Гамильтониан атома в поле излучения представим в виде

$$H=H_0-\vec{d}\vec{E}, \tag{1}$$

где $\vec{d}$ — оператор дипольного момента атома, $\vec{E}$ — электрический вектор, который определяется соотношением

$$\vec{E}=\vec{E}_1 e^{i(kx-\omega' t)}+\vec{E}_1^* e^{-i(kx-\omega' t)}, \tag{2}$$

H_0 — гамильтониан изолированного атома.

Нами рассматривается скалярная задача, т. е. предполагается, что направления $\vec{d}$ и $\vec{E}$ совпадают. Все дальнейшие вычисления проведены в системе единиц, в которой $\hbar=c=1$. Решение уравнения Шредингера

$$i\frac{\partial\Psi}{\partial t}=H\Psi \tag{3}$$

будем искать в виде

$$\Psi=a_0 e^{-iE_1 t}\psi_1+b_0 e^{-iE_1 t+i\varepsilon_2 t}\psi_2+c_0 e^{-iE_1 t+i\varepsilon_3 t}\psi_3, \tag{4}$$

где

$$\varepsilon_2=\omega_0-\omega', \qquad \omega_0=E_2-E_1,$$

$$\varepsilon_3=\omega_1-\omega', \qquad \omega_1=E_3-E_1,$$

ψ_1, ψ_2 и ψ_3 — волновые функции изолированного атома.

Подставляя (4) в (3) и учитывая (1) и (2), в приближении резонансности $\frac{|\varepsilon_{2,3}|}{|\omega_{1,2}|}\ll 1$ получим

$$i\frac{\partial a_0}{\partial t}=-d_{12}E_1 b_0 e^{-ikx}-d_{13}E_1^* c_0 e^{-ikx},$$

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t}-\varepsilon_2\right)b_0=-d_{12}^* E_1 a_0 e^{ikx}, \tag{5}$$

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t}-\varepsilon_3\right)c_0=-d_{13}^* E_1 a_0 e^{ikx},$$

где d_{12}, d_{13} — матричные элементы оператора $\vec{d}$. В уравнениях (5) учтено, что $d_{23}=0$, так как состояния (2) и (3) обладают одинаковой четностью.

Система уравнений (5) допускает решения типа $e^{-i\lambda t}$. Возможные значения λ определяются уравнением третьего порядка

$$\lambda(\lambda-\varepsilon_2)(\lambda-\varepsilon_3)=|E_1|^2|d_{12}|^2(\lambda-\varepsilon_3)+|E_1|^2|d_{13}|^2(\lambda-\varepsilon_2). \tag{6}$$

Корни уравнения (6) в линейном приближении по безразмерным параметрам интенсивности $\xi_2=\frac{|d_{12}|^2|E_1|^2}{\varepsilon_2^2}$ и $\xi_3=\frac{|d_{13}|^2|E_1|^2}{\varepsilon_3^2}$ имеют вид

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\varepsilon_2\xi_2 - \varepsilon_3\xi_3, \\ \lambda_2 &= \varepsilon_2 + \varepsilon_2\xi_2, \\ \lambda_3 &= \varepsilon_3 + \varepsilon_3\xi_3. \end{aligned} \tag{7}$$

При выключении поля $\lambda_1 \to 0$, $\lambda_2 \to \varepsilon_2$ и $\lambda_3 \to \varepsilon_3$. Поэтому λ_1 соответствует сдвигу основного состояния, а λ_2 и λ_3—сдвигам возбужденных состояний (2) и (3) соответственно. Из (7) видно, что учет третьего уровня изменяет штарковские сдвиги энергетических уровней атома в поле волны.

В дальнейшем предположим, что до включения взаимодействия атом находился в основном состоянии. Тогда при $\lambda=\lambda_1$ из системы уравнений (5) следует, что

$$\Psi = C_1' \left\{ \psi_1 - \frac{d_{12}^* E_1}{\lambda_1 - \varepsilon_2} e^{i(kx - \omega' t)} \psi_2 - \frac{d_{13}^* E_1}{\lambda_1 - \varepsilon_3} e^{i(kx - \omega' t)} \psi_3 \right\} e^{-iE_1 t - i\lambda_1 t}, \tag{8}$$

где C_1' определяется из условия нормировки

$$|C_1'|^2 = \frac{1}{1 + \dfrac{|d_{12}|^2 |E_1|^2}{(\lambda_1 - \varepsilon_2)^2} + \dfrac{|d_{13}|^2 |E_1|^2}{(\lambda_1 - \varepsilon_3)^2}}. \tag{9}$$

Параметрические четырехфотонные взаимодействия

Рассмотрим прохождение сильной и слабой волн через среду из трехуровневых атомов. Электрический вектор волны в этом случае будет иметь вид

$$\vec{E} = [\vec{E}_1(x) + \vec{E}_2(x, t)]\, e^{i(kx - \omega' t)} + \text{к. с.}, \tag{10}$$

где $\vec{E}_1$— сильная монохроматическая волна, $\vec{E}_2$— слабая немонохроматическая волна, распространяющаяся в одном направлении с интенсивной волной.

Предполагается, что $|E_2| \ll |E_1|$. По аналогии с этим условием амплитуды состояний представим в виде $a_0 = a_1 + a_2$, $b_0 = b_1 + b_2$ и $c_0 = c_1 + c_2$, где $|a_2| \ll |a_1|$, $|b_2| \ll |b_1|$, $|c_2| \ll |c_1|$, и будем решать систему уравнений (5) в линейном по слабому полю приближении, считая, что a_1, b_1 и c_1 определяются соотношением (8). Тогда для амплитуд a_2, b_2 и c_2 получим систему уравнений

$$\begin{aligned} i\frac{\partial a_2}{\partial t} &= -(d_{12}b_2 + d_{13}c_2)\, E_1^* e^{-ikx} + \left(\frac{|d_{12}|^2}{\lambda_1 - \varepsilon_2} + \frac{|d_{13}|^2}{\lambda_1 - \varepsilon_3}\right) E_1 E_2^* C_1' e^{-i\lambda_1 t}, \\ \left(i\frac{\partial}{\partial t} - \varepsilon_2\right) b_2 &= -d_{12}^* E_1 a_2 e^{ikx} - d_{12}^* E_2 C_1' e^{ikx - i\lambda_1 t}, \\ \left(i\frac{\partial}{\partial t} - \varepsilon_3\right) c_2 &= -d_{13}^* E_1 a_2 e^{ikx} - d_{13}^* E_2 C_1' e^{ikx - i\lambda_1 t}. \end{aligned} \tag{11}$$

Разрешим систему (11), предполагая, что E_1 и E_2 имеют вид

$$E_1(x) = E_0 e^{ipx},$$
$$E_2(x,\ t) = \int F_2(x,\ \omega)\, e^{i(\omega' - \omega)t + \gamma t/2}\, d\omega, \tag{12}$$

где для правильного обхода полюсов мы ввели бесконечно малое затухание при $t = -\infty$.

Уравнения прохождения для медленно меняющихся амплитуд E_1 и E_2 в линейном по слабому полю приближении есть

$$\frac{\partial E_1}{\partial x} = i2\pi n\omega'(d_{12}a_1^* b_1 + d_{13}a_1^* c_1)\, e^{-ikx + i\omega' t},$$
$$\frac{\partial E_2}{\partial x} + \frac{\partial E_2}{\partial t} = i2\pi n\omega'\left[d_{12}(a_1^* b_2 + a_2^* b_1) + d_{13}(a_1^* c_2 + a_2^* c_1)\right] e^{-ikx + i\omega' t}. \tag{13}$$

Подставляя в (13) a_2, b_2 и c_2 из системы (11), а также (8) и (12), для амплитуды $F_2(x,\ \omega)$ получаем уравнение

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} + i(\omega' - \omega)\right] F_2(x,\ \omega) = iL\left\{R(\omega)\, F_2(x,\ \omega) + e^{2ipx} S(\omega)\, F_2^*(x,\ 2\omega' - \omega)\right\}, \tag{14}$$

где $L = 2\pi n\omega'$, а p, $R(\omega)$ и $S(\omega)$ в линейном по $\xi_{2,3}$ приближении равны

$$p = L\left[\frac{|d_{12}|^2}{\varepsilon_2}\left(1 - \frac{2\varepsilon_2\xi_2 + (\varepsilon_2 + \varepsilon_3)\xi_3}{\varepsilon_2}\right) + \frac{|d_{13}|^2}{\varepsilon_3}\left(1 - \frac{2\varepsilon_3\xi_3 + (\varepsilon_3 + \varepsilon_2)\xi_2}{\varepsilon_3}\right)\right],$$

$$R(\omega) = \frac{|d_{12}|^2\left[1 - 2\xi_2 - \xi_3 - \dfrac{2\varepsilon_3^2}{\varepsilon_2(\varepsilon_3 - \varepsilon_2)}\xi_3\right]}{\left(\omega' - \omega - \dfrac{i\gamma}{2}\right) + \varepsilon_2\left(1 + 2\xi_2 + \dfrac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}\xi_3\right)} +$$
$$+ \frac{|d_{13}|^2\left[1 - 2\xi_3 - \xi_2 - \dfrac{2\varepsilon_2^2}{\varepsilon_3(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)}\xi_2\right]}{\left(\omega' - \omega - \dfrac{i\gamma}{2}\right) + \varepsilon_3\left(1 + 2\xi_3 + \dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}\xi_2\right)}, \tag{15}$$

$$S(\omega) = \frac{|d_{12}|^2\varepsilon_3 + |d_{13}|^2\varepsilon_2}{\varepsilon_2\varepsilon_3}\left\{\frac{2\varepsilon_3^2\xi_2}{\left(\omega' - \omega - \dfrac{i\gamma}{2}\right)^2 - \varepsilon_2^2\left(1 + 4\xi_2 + 2\dfrac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}\xi_3\right)} + \right.$$
$$\left. + \frac{2\varepsilon_3^2\xi_3}{\left(\omega' - \omega - \dfrac{i\gamma}{2}\right)^2 - \varepsilon_3^2\left(1 + 4\xi_3 + 2\dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}\xi_2\right)}\right\}.$$

Как видно из (14), $F_2(x,\ \omega)$ определяется уравнением второго порядка, корни характеристического уравнения которого есть

$$r_{1,2} = -i\left[(\omega' - \omega) - p + \frac{L}{2}(R^*(2\omega' - \omega) - R(\omega))\right] \pm$$
$$\pm\sqrt{L^2 S^*(2\omega' - \omega)\, S(\omega) - \left[p - \frac{L}{2}(R^*(2\omega' - \omega) + R(\omega))\right]^2}. \tag{16}$$

Исследуя подкоренное выражение в (16), находим, что вблизи частот ω', $\omega_{1,2}=\omega'\pm\sqrt{\frac{\varepsilon_3^3+\eta\varepsilon_2^3}{\varepsilon_3+\eta\varepsilon_2}}$ наблюдается экспоненциальное параметрическое усиление $\left(\eta=\frac{|d_{13}|^2}{|d_{12}|^2}\right.$ — отношение сил осцилляторов$\left.\right)$. При условии, что расстройки разонанса ε_2 и ε_3 имеют одинаковый знак, определим области усиления μ, δ_1 и δ_2 соответственно вблизи частот ω', ω_1 и ω_2

$$\mu=4|\varepsilon_2||\varepsilon_3|\sqrt{-\frac{(\varepsilon_3+\eta\varepsilon_2)(\xi_2+\xi_3)}{\varepsilon_3^3+\eta\varepsilon_2^3}}, \tag{17}$$

$$\delta_1=\delta_2=\frac{2}{\sqrt{\frac{\varepsilon_3^3+\eta\varepsilon_2^3}{\varepsilon_3+\eta\varepsilon_2}}}\left|(\varepsilon_2^2\xi_2+\varepsilon_3^2\xi_3)-\frac{\varepsilon_3^2\varepsilon_2^2(\xi_2+\xi_3)(\varepsilon_3+\eta\varepsilon_2)}{\varepsilon_3^3+\eta\varepsilon_2^3}\right|. \tag{18}$$

Нужно отметить, что в двухуровневой модели усиление наблюдалось только вблизи падающей частоты ω'. Учет третьего уровня приводит к двум новым областям параметрического усиления вблизи частот $\omega_{1,2}$. Оценим отношение $\mu/\delta_{1,2}$ для эксперимента, проведенного в работе [5]. Подставляя в (17) и (18) $\varepsilon_3=4\varepsilon_2$, $\eta=0{,}5$ и $\xi_2=0{,}1$, находим

$$\frac{\mu}{\delta_{1,2}}\simeq\frac{\sqrt{18}}{0{,}2}\,\frac{1}{\sqrt{\xi_2}}\simeq 70,$$

откуда следует, что область усиления вблизи частот $\omega_{1,2}$ много меньше области усиления вблизи падающей частоты ω'. Этот результат хорошо согласуется с экспериментальными данными, полученными в работе [5].

Авторы благодарны В. М. Арутюняну за постоянное внимание в процессе работы.

Ереванский государственный университет Поступила 29.V.1973

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. М. Арутюнян, Е. Г. Канецян, В. О. Чалтыкян.* ЖЭТФ, 59, 195 (1970).
2. *М. Е. Мовсесян, Н. Н. Бадалян, В. А. Ирадян.* Письма ЖЭТФ, 6, 631 (1971).
3. *P. P. Sorokin, N. S. Shiren, J. R. Lankard, E. C. Hammond, T. C. Kazayka,* Appl. Phys. Lett., 10, 44 (1967).
4. *H. Rokni, S. Vatsiv.* Phys. Lett., 24A, 277 (1967).
5. *Т. А. Папазян, А. В. Карменян, С. М. Саркисян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 9, 133 (1974).
6. *М. Л. Тер-Микаелян, А. О. Меликян.* ЖЭТФ, 58, 285 (1970).

ՊԱՐԱՄԵՏՐԻԿ ՔԱՌԱՖՈՏՈՆ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԵՌԱՄԱԿԱՐԴԱԿԱՆԻ ՌԵԶՈՆԱՆՍԱՅԻՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Գ. Հ. ԱԴՈՆՑ, Լ. Մ. ՔՈՉԱՐՅԱՆ, Ն. Վ. ՇԱՀՆԱԶԱՐՅԱՆ

Ոչ-ռելյակացիոն մոտեցմամբ դիտարկված է միևնույն ուղղությամբ շարժվող ուժեղ և թույլ ալիքների անցումը ռեզոնանսային միջավայրով, որը բաղկացած է եռամակարդականի ատոմ-

ների։ Ստացված են Շտարկի շեղումները ուժեղ մոնոքրոմատիկ ալիքի դաշտում։ Ցույց է տրված, որ երրորդ մակարդակի հաշվառումը բերում է քառաֆոտոն պարամետրիկ ուժեղացման նոր տիրույթների առաջացմանը։

FOUR-PHOTON PARAMETRIC INTERACTION IN THREE-LEVEL RESONANCE MEDIUM

G. G. ADONTS, L. M. KOCHARYAN, N. V. SHAKHNAZARYAN

The passage of weak and strong waves through resonance medium consisting of three-level atoms has been studied in non-relaxation approach. Stark shifts of atoms in the field of strong monochromatic wave are obtained. It is shown that the taking account of the third level leads to new intervals of four-photon parametric enhancement.