

## К АНАЛИЗУ ПРОЦЕССА ВОЗБУЖДЕНИЯ ПАРАМЕТРОНА

С. Г. ХАЛПАХЧЯН

Предлагается простой графо-аналитический метод, позволяющий выявить картину переходного процесса в двоичном параметроне. Определяется режим работы, обеспечивающий максимальное быстродействие. Оценивается длительность процесса возбуждения.

Двоичный параметрон находит ряд перспективных применений в радиотехнике [1—4]. Это связано с использованием свойств параметрона, которые можно выявить при анализе процесса его возбуждения. Хотя и теория таких процессов хорошо разработана ([1—3] и др.), настоящее исследование, дополняющее работу [1], возможно, представляет еще и некоторый интерес с точки зрения методики.

Выражения, с помощью которых выявляется характер переходного процесса и его длительность, получены аналогично тому, как это делалось в работе [1]. Анализ производится на основе эквивалентной (для частоты сигнала  $\omega$ ) схемы, приведенной на рис. 1. В параметронах целесообразно использование диодов с резким  $p$ - $n$ -переходом, для которых

$$C = C_0 \sqrt{\varphi/(\varphi + E + u)},$$

где  $\varphi$  — контактная разность потенциалов,  $E$  — смещение и  $u$  — переменное напряжение на диоде. В контур вводится э.д.с. накачки  $e = U \sin(2\omega t + \nu_n)$ .

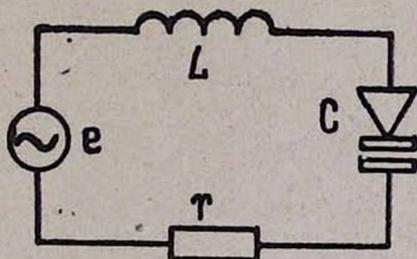


Рис. 1.

Используя обозначения

$$C_- = C_0 \sqrt{\varphi/(\varphi + E)}, \quad X = U/(\varphi + E),$$

$$\delta = r/L, \quad q = 2 C_0 \sqrt{\varphi} (\sqrt{\varphi + E + u} - \sqrt{\varphi + E}),$$

дифференциальное уравнение, описывающее процессы в настроенном на частоту сигнала  $\omega = 1/\sqrt{LC_-}$  контуре, можно записать в виде

$$\ddot{x} + \delta \dot{x} + \omega^2 x + \frac{\omega^2 x^2}{2} = \frac{\omega^2 X}{2} \sin(2\omega t + \nu_n),$$

где  $x = q/2 C_- (\varphi + E)$  — относительный переменный заряд емкости. Реше-

ние приведенного нелинейного дифференциального уравнения второго порядка, полученное методом [5], во втором приближении имеет вид

$$x = a \cos(\omega t + \nu) - \frac{X}{6} \sin(2\omega t + \nu_{II}) - \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{12} \cos(2\omega t + \nu_{II}),$$

позволяющий определить амплитуду и фазу колебаний обеих частот, а также возникающее на емкости дополнительное смещение.

Амплитуда  $a$  и фаза  $\nu$  колебания сигнальной частоты являются решениями системы так называемых укороченных дифференциальных уравнений, выраженных через добротность контура,

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\omega}{8} a \left[ \frac{4}{Q} + \frac{X}{3} \cos(2\nu - \nu_{II}) \right],$$

$$\frac{d\nu}{dt} = -\frac{\omega}{8} \left[ \frac{1}{Q^2} + \frac{5}{6} a^2 - \frac{X}{3} \sin(2\nu - \nu_{II}) \right].$$

Рассматриваемые укороченные уравнения не разделяются относительно  $a$  и  $\nu$  и обычными методами не решаются, однако общую картину переходного процесса можно выявить следующим простым качественным методом. На рис. 2 изображены  $\ln'a$  и  $\nu'$  как функции фазы  $\nu$ , отсчитываемой от половины фазы накачки  $\left(\frac{1}{2}\nu_{II}\right)$ . Поскольку в интервале  $\pi < \nu \leq 2\pi$  картина повторяется, достаточно рассмотреть изображенный интервал  $0 < \nu \leq \pi$ . На смежном интервале лишь фаза установившегося колебания меняется на противоположную.

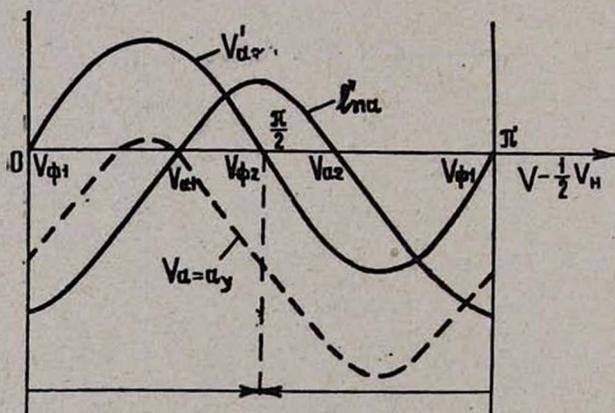


Рис. 2.

Определяя направление изменения фазы в начале процесса возбуждения по знаку  $\nu'_{a \approx 0}$ , убеждаемся, что рассматриваемый интервал образует зону притяжения фазы к значению  $\pi/2$ . Действительно, каким бы ни было начальное колебание в контуре в момент возбуждения, оно всегда может быть представлено суммой квадратурных составляющих, фаза одной из которых благоприятна для параметрического возбуждения. Сказанное под-

тверждается и тем, что  $\ln'a$  имеет максимальное значение в точке  $\pi/2$ , т. е. происходит регенерация составляющей именно с этой фазой, и имеет минимальное значение в точке  $0(\pi)$ , откуда вытекает, что эта квадратурная составляющая, будучи предоставлена самой себе, затухает из-за потерь в контуре. Поскольку составляющая с фазой  $0(\pi)$  затухает быстрее, чем возрастает составляющая с фазой  $\pi/2$  ( $|\ln'a_{0(\pi)}| > |\ln'a_{\pi/2}|$ ), то у сигналов с фазой  $v_c$  в интервалах  $0 < v_c < v_{a1}$  и  $v_{a2} < v_c < \pi \ln'a < 0$  и амплитуда в начале процесса установления падает. При значениях  $v_c$  в интервале  $v_{a1} < v_c < v_{a2}$  амплитуда возрастает сразу, так как затухающая составляющая с фазой  $0(\pi)$  мала. Ввиду того, что при анализе колебание сигнала учитывается только в момент включения накачки, а в действительности оно присутствует в контуре в течение всего переходного процесса, то на практике указанного спада амплитуды не будет. Во всех случаях фаза колебаний быстро притягивается к  $\pi/2$ . Дальнейшее изменение фазы происходит только при существенном возрастании амплитуды субгармоники. При этом начинает сказываться расстройка контура относительно частоты сигнала (член решения  $\frac{-a^2}{4}$ ), возникает фазовый сдвиг, что влечет за собой уменьшение скорости роста амплитуды. Из рис. 2 видно, что установившимся значением фазы может быть только значение  $v_y = v_{a1}$ , при котором обращаются в нуль обе производные  $\ln'a = v'_{a-a_y} = 0$ . Однако, если амплитуда субгармоники достигает своего установившегося значения  $a_y$  раньше, чем фаза стала равной  $v_{a1}$ , то дальнейшее увеличение амплитуды приводит к опусканию кривой  $v'$  (член  $\frac{5}{6} a^2$  в укороченном уравнении) и фаза колебаний, уменьшаясь, проходит точку  $v_{a1}$ . Но при  $v - \frac{1}{2} v_n < v_{a1}$   $\ln'a < 0$  и амплитуда колебания падает. При этом кривая  $v'$  поднимается и фаза возвращается к  $v_{a1}$ . Таким образом, на заключительном этапе процесс установления носит колебательный характер, причем амплитуда и фаза устанавливаются одновременно.

С увеличением значения величины  $QX$  кривая  $\ln'a$  поднимается и скорость роста составляющей с фазой  $\pi/2$  возрастает. Следовательно, амплитуда раньше достигает своего установившегося значения, но при этом усиливаются колебания  $a$  и  $v$  на заключительном этапе переходного процесса. С увеличением амплитуды начального колебания кривая  $v'$  на рис. 2 опускается и зоны притяжения фаз сдвигаются. Из системы укороченных уравнений при  $a' = v' = 0$  легко выявляется зависимость граничных фаз зон притяжения от амплитуды  $v_{\phi 1} = \frac{1}{2} v_n + \arcsin\left(a^2 + \frac{3}{Q^2 X}\right) + k\pi$ , а также определяются установившиеся значения фазы, амплитуды и условие возбуждения:

$$v_y = \frac{1}{2} \left[ v_n + \arccos\left(-\frac{12}{Q^2 X}\right) \right] + k\pi,$$

$$a_y^2 = \frac{6}{5} \left[ -\frac{1}{Q^2} + \frac{X}{3} \sqrt{1 - \left(\frac{12}{QX}\right)^2} \right],$$

$$QX > 12 \sqrt{1 + (1/4)Q^2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Перевод параметрона из одного стационарного состояния (с фазой  $v_{y1}$ ) в другое ( $v_{y2} = v_{y1} + \pi$ ) можно осуществить путем увеличения амплитуды субгармоники до значения

$$a_n = \sqrt{\frac{6}{5} \left( \frac{X}{3} - \frac{1}{Q^2} \right)^2}.$$

При этом кривая  $v'$  на рис. 2 полностью окажется ниже оси абсцисс.

При оценке быстродействия параметрона целесообразно рассматривать случай больших  $Q$ , так как большим добротностям соответствуют большие скорости нарастания амплитуды. Для больших  $Q$  полученные ранее результаты существенно упрощаются:

$$a_y^2 = 0,4 X, \quad QX > 12, \quad v_y = \frac{1}{2} \left( v_n + \frac{\pi}{2} \right) + k\pi.$$

Для удобства дальнейшего анализа примем фазу колебания накачки равной  $-\pi/2$ ; тогда  $v_y = k\pi$ . Полученные выражения для  $a_y$  и  $v_y$  позволяют представить установившееся решение в виде

$$x_y = \sqrt{0,4 X} \cos \omega t + 0,2 X \cos 2 \omega t - 0,1 X.$$

Этот результат позволяет оценить максимально допустимую интенсивность накачки  $X_m$ . Стремление максимально сократить время установления диктует целесообразность увеличения интенсивности накачки. Однако увеличение амплитуды накачки возможно лишь до предела, определяемого напряжением отпирания диода. Указанный предел соответствует минимальному значению переменного напряжения на диоде, равному  $u_{\min} = -(\varphi + E)$ , при котором минимально допустимое (предельное) значение относительного заряда  $x$  (как это следует из обозначений  $q$  и  $C_-$ ) оказывается равным

$x_{\text{пр}} = -1$ . Из выражения для  $x_y$  вытекает  $[x_{y \min}] = -\frac{1}{4} - 0,3 X$ . Увеличивая  $X$  до  $X_m$ , мы можем обеспечить режим, при котором

$x_{y \min} = x_{\text{пр}} = -1$ . Такому режиму соответствуют  $X_m = 2,5$ ,  $U_m = 2,5(\varphi + E)$ ,  $a_y = 1$ . При этом из условия самовозбуждения следует, что приведенные результаты справедливы для  $Q \gg 5$ .

Время установления целесообразно определить как время первого достижения амплитудой значения  $a_y$ . При дальнейшем увеличении амплитуды диод начинает открываться и осцилляции заключительного этапа гасятся. Для определения длительности переходного процесса и подтверждения проделанного качественного анализа укороченные уравнения были решены численно на машине «Наири-2». На рис. 3а, б, в показаны решения при различных значениях  $QX$ . По оси абсцисс отложено безразмерное время  $\tau = \omega t$ . Цифрами пронумерованы кривые, соответствующие различ-

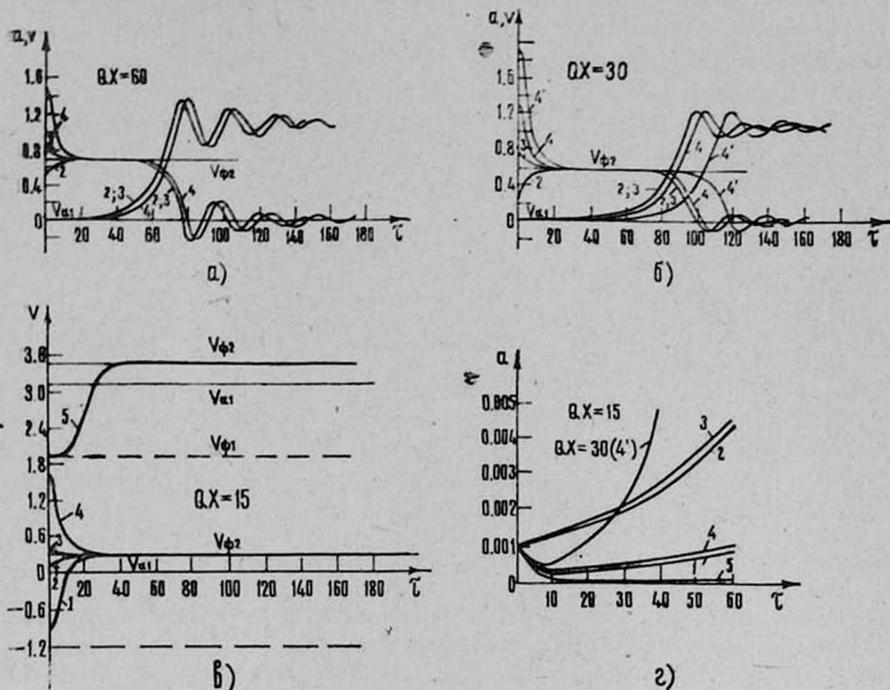


Рис. 3.

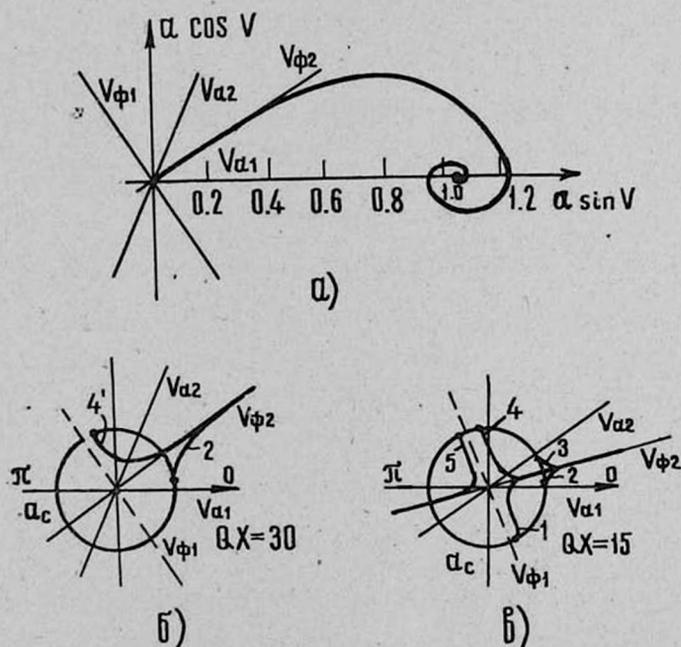


Рис. 4.

ным значениям начальной фазы  $v_c$ . Начальная амплитуда для всех случаев взята равной  $10^{-3}$ . Начальный период изменения амплитуды выделен более крупным масштабом на рис. 3г. По данным численного решения построен годограф (см. рис. 4а). Кривая одинакова для всех  $v_c$ . Различие проявляется лишь на начальном этапе, выделенном крупным масштабом на рис. 4б, в. Время установления определяется для случая большого значения  $QX = 60$  по рис. 3а и равно  $\approx 70$ , или в периодах субгармоники  $-n = \frac{\tau}{2\pi} \approx 11$ .

В заключение автор выражает благодарность инженеру А. А. Захарян, выполнившей трудоемкое решение нелинейного дифференциального уравнения, за участие в работе.

Ереванский политехнический  
институт

Поступила 22.XI.1972

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. И. Самойленко и др. Сб. Нелинейные узкополосные радиотехнические системы, Труды МАИ, вып. 166, Машиностроение, 1966.
2. В. П. Комолов, А. С. Рошаль, И. Т. Трофименко, Б. Я. Фельдман. Параметроны в цифровых устройствах, Библиография по автоматике, вып. 275, Энергия, 1968.
3. А. Е. Каплан, Ю. А. Кравцов, В. А. Рылов. Параметрические генераторы и делители частоты, Советское радио, 1966.
4. А. И. Вишневецкий, Г. М. Немецкий. Параметроны и их применение в устройствах связи, Связь, 1968.
5. Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний, Физматгиз, 1966.

ՊԱՐԱՄԵՏՐՈՆԻ ԳՐԳՈՄԱՆ ՊՐՈՑԵՍԻ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ս. Գ. ԽԱԼՊԱԽՉՅԱՆ

Առաջարկվում է պարզ գրաֆո-անալիտիկ մեթոդ, որը հնարավորություն է տալիս հայտնաբերել անցողիկ պրոցեսի պատկերը երկակի պարամետրոնում: Որոշված է առավելագույն արագությունը ապահովող աշխատանքային ռեժիմը: Գնահատված է գրգռման պրոցեսի տևողությունը:

#### ON THE ANALYSIS OF STIMULATING PROCESS OF PARAMETRON

S. G. KHALPAKHCHIAN

The simple graph-analytical method allowing to define the picture of transient process in double parametron is suggested. The regime of work ensuring maximum fast response is determined. The duration of transient process is estimated.