

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ОНДУЛЯТОРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Н. А. КОРХМАЗЯН

Предельно упрощена формула для спектрального распределения ондуляторного излучения при „сильных“ полях. Рассмотрен конечный ондулятор и получено условие, при котором для него можно пользоваться более простыми формулами интенсивности, справедливыми для бесконечного ондулятора. Получено также условие малости случайных отклонений поля от синусоидального. Исследована поляризация ондуляторного излучения и показано, что степень поляризации такого излучения в области максимальной интенсивности находится в пределах $85 \div 100\%$, в то время как для синхротронного излучения она составляет $50 \div 85\%$.

В последние годы появился ряд работ [1—9], в которых показана возможность использования магнитных ондуляторов (а также мощного электромагнитного излучения в сантиметровом диапазоне) для генерации сильно направленного жесткого излучения и для регистрации одиночных заряженных частиц в области высоких энергий. Был выявлен ряд особенностей ондуляторного излучения и показано, что для конкретных целей оно имеет ряд преимуществ по сравнению с синхротронным и черенковским излучениями.

В настоящей работе рассмотрены некоторые детали теории ондуляторного излучения, которые должны быть учтены в возможных экспериментах. В частности, детально исследуются и сравниваются степени поляризации синхротронного и ондуляторного излучений во всей области генерируемых частот.

1. Как было показано в [7], для траектории релятивистской частицы в идеальном ондуляторе (синусоидальное поле) при условии $z_0 < 1$ (точнее при $z_0^2 \ll 4$) можно ограничиться приближением

$$\begin{aligned} x &= -x_0 \cos \Omega t, & x_0 &= \beta_0 e H_0 / M \gamma_0 \Omega^2, \\ z &= v_z t = (v_0 - \Delta v) t, & \Delta v &= x_0^2 \Omega^2 / 4 \beta_0 c, \end{aligned} \quad (1)$$

где $z_0 = e H_0 l / 2 \pi M c^2$, $\Omega = 2 \pi \beta_0 c / l$, $\gamma_0 = 1 / \sqrt{1 - \beta_0^2}$, $\beta_0 = v_0 / c$, H_0 и l — амплитуда и период поля, M и e — масса и заряд частицы, движущейся с первоначальной скоростью v_0 вдоль оси z . Поля, при которых $z_0 < 1$, но не $z_0 \ll 1$, мы называем сильными.

Формулу для спектральной интенсивности ондуляторного излучения при указанных условиях легче всего можно получить, совершив преобразование Лоренца от сопутствующей системы отсчета K^* к системе K , в которой электрон движется по закону (1). В системе же K^* траектория имеет вид

$$x^* = -x_0 \cos \Omega^* t^*, \quad y^* = z^* = 0. \quad (2)$$

Тогда для энергии, излученной с единицы пути пролета в единичном интервале частот в m -ой гармонике, получим выражение

$$\frac{dW}{d\omega dz} = \frac{e^2 \omega}{2\pi c^2} \left\{ \frac{\sigma_m^2}{\sin^2 \theta_m} \int_0^{2\pi} J_m^2(\alpha_m) \frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi} - \frac{1 + z_0^2/2}{\gamma_0^2} \int_0^{2\pi} J_m^2(\alpha_m) d\varphi \right\}, \quad (3)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{m\Omega}{\beta_{\parallel} \omega}, \quad \alpha_m = \frac{x_0}{c} \omega \sin \theta_m \cos \varphi, \quad \cos_m = \frac{1}{\beta_{\parallel}} - \sigma_m, \\ \beta_{\parallel}^2 \omega^2 \sin^2 \theta_m &= \frac{1 + z_0^2/2}{\gamma_0^2} (\omega - \omega_{1,m}) (\omega_{2,m} - \omega), \\ \omega_{1,m} &= \frac{m\Omega}{1 + \beta_{\parallel}} = \frac{m\Omega}{2}, \quad \omega_{2,m} = \frac{m\Omega}{1 - \beta_{\parallel}} = \frac{2m\Omega \gamma_0^2}{1 + z_0^2/2}. \end{aligned} \quad (4)$$

При этом мы воспользовались разложением $1/\gamma_{\parallel}^2 = (1 + z_0^2/2)/\gamma_0^2$. Формула (3) совпадает с формулой (1) работы [7].

Если ограничиться значениями $z_0 < 2/3$, то, с одной стороны, хорошо выполняется условие применимости излагаемой здесь теории $z_0^2 \ll 4$, а с другой, как было показано в [4], можно ограничиться лишь первой гармоникой $m=1$. Нетрудно заметить, что при этом аргумент бесселевой функции $\alpha_1 \leq 0,6$. Поэтому используя приближение $J_1(\alpha_1) = \alpha_1/2$ и проинтегрировав (3) по φ , мы получим формулы для спектральных распределений энергии и числа квантов ондуляторного излучения в предельно простом виде ($x = \omega/\Omega \gamma_{\parallel}^2$, $0 \leq x \leq 2$)

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dx dz} &= \frac{\pi^2 e^2}{l^2} \gamma_0^2 \frac{z_0^2}{2(1 + z_0^2/2)^2} x [1 + (1-x)^2], \\ \frac{dN_{\gamma}}{dx dz} &= \frac{e^2}{\hbar c} \frac{\pi}{l} \frac{z_0^2}{4(1 + z_0^2/2)} [1 + (1-x)^2]. \end{aligned} \quad (5)$$

Кривые, приведенные на рис. 1, 2 работы [7], являются графиками этих функций. Проинтегрировав (5) по x , мы получим формулы для полной энергии и для полного числа квантов, излученных с единицы пути пролета, в виде

$$\frac{dW}{dz} = \frac{2e^4 H_s^2}{3M^2 c^4} \frac{\gamma_0^2}{(1 + z_0^2/2)^2}, \quad \frac{dN}{dz} = \frac{e^2}{\hbar c} \frac{\pi}{l} \frac{2z_0^2}{3(1 + z_0^2/2)}, \quad (6)$$

где $H_s = H_0/\sqrt{2}$. Если, например, $z_0 \approx 0,5$, $l = 2$ см и $H_0 = 10^4$ э, то с 1 м пробега испускается $\approx 0,15$ квантов с длиной волны $\lambda \sim l/\gamma_{\parallel}^2$. Если же удастся, сохранив значение z_0 , уменьшить l в некоторое число раз, то во столько же раз увеличится число испускаемых фотонов и энергия каждого из них.

2. Практически осуществить статические идеально синусоидальные поля невозможно. Поэтому в этом пункте рассматривается влияние малых

отклонений поля от синусоидального. Пусть поперечная компонента поля ондулятора имеет вид

$$H_y = [-H_0 + \Delta H(z)] \cos \frac{2\pi z}{l} \quad (7)$$

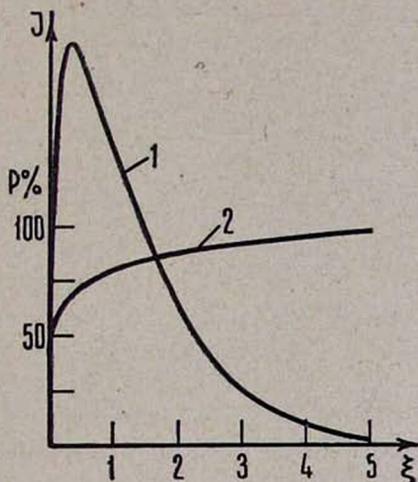


Рис. 1. Спектральное распределение синхротронного излучения в произвольном масштабе (кривая 1) и степень поляризации синхротронного излучения в процентах (кривая 2) в зависимости от безразмерной частоты $\xi = \omega/\omega_c$, где

$$\omega_c = \frac{3}{2} \frac{eH}{Mc} \gamma^2.$$

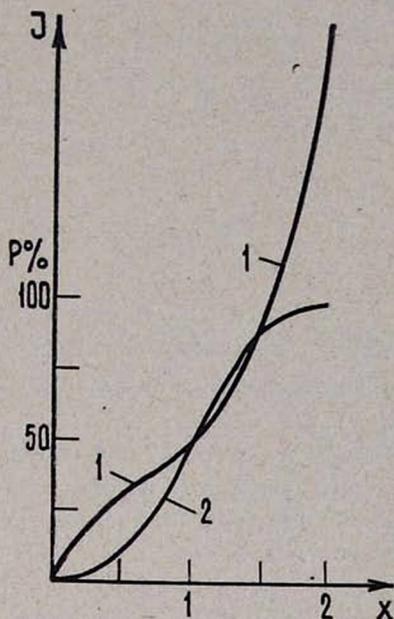


Рис. 2. Спектральное распределение ондуляторного излучения в произвольном масштабе (кривая 1) при $z_0 < 2/3$ и степень поляризации этого излучения в процентах (кривая 2) в зависимости от безразмерной частоты $x = \omega/\Omega\gamma_1^2$,

$$\text{где } \gamma_1^2 = \gamma_0^2(1 + z_0^2/2).$$

и, кроме того, $\max |\Delta H| = \Delta H_0 \ll H_0$. Наличие ΔH приводит к возмущению траектории на Δx и Δz и в формуле для интенсивности появится фактор $\exp i(\Delta x k_x + \Delta z k_z)$. Поэтому при выполнении условия $(\Delta x k_x + \Delta z k_z) \ll 1$ влияние отклонения поля от синусоидального будет мало.

Из уравнений движения имеем следующие оценки:

$$|\Delta x| \lesssim \frac{cz_0}{\Omega\gamma_0} \frac{\Delta H_0}{H_0}, \quad |\Delta z| \lesssim \frac{cz_0^2}{8\Omega\gamma_0^2} \frac{\Delta H_0}{H_0}. \quad (8)$$

Используя (4) и (8), найдем

$$\Delta H_0 \ll H_0, \quad z_0 \lesssim 2/3. \quad (9)$$

Таким образом, при выполнении условий (9) возмущением в (7) можно пренебречь.

3. Рассмотрим теперь ондулятор конечной длины и найдем условие, при котором для таких ондуляторов можно пользоваться более простыми формулами, полученными для интенсивности бесконечного ондулятора.

Пусть частица пролетает через ондулятор за конечный промежуток времени $(-T/2, +T/2)$, совершая колебания по закону (1). Тогда частица излучает лишь в течение конечного интервала времени T . Для определенности примем $T = N\tau = N2\pi/\Omega$, где τ — период пролета. Поступая в дальнейшем аналогично работе [1], получим

$$\frac{dW_m}{d\omega dO} = \frac{e^2 \omega^2}{\pi^2 c} \beta_{\parallel}^2 \left\{ \sin^2 \theta - 2\sigma_{\parallel} \cos \theta + \sigma_{\perp}^2 \frac{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi}{\sin^2 \theta \cos^2 \varphi} \right\} \times \quad (10)$$

$$\times J_m^2(x) \frac{\sin^2 \{[(1 - \beta_{\parallel} \cos \theta) \omega - m\Omega] N\tau/2\}}{[(1 - \beta_{\parallel} \cos \theta) \omega - m\Omega]^2}.$$

При $(N\tau/2) \rightarrow \infty$ последний множитель переходит в $(\pi \delta[(1 - \beta_{\parallel} \cos \theta) \omega - m\Omega])^2$. Если одну δ -функцию заменить на $T/2\pi$, то после соответствующих преобразований мы придем к формуле для бесконечного ондулятора.

Обозначим последний множитель в (10) через $\varphi_2(\omega)$, а произведение всех остальных множителей — через $\varphi_1(\omega)$. Функция φ_2 имеет основной максимум в интервале частот $\delta\omega \sim 2\Omega/N(1 - \beta_{\parallel} \cos \theta)$ вокруг частоты $\omega_{\max} \sim \Omega/(1 - \beta_{\parallel} \cos \theta)$. Имея в виду, что в рассматриваемом случае существенны углы $\theta \sim 1/\gamma_0$, для этого интервала можно написать

$$\delta\omega \sim \frac{2}{N} \Omega \gamma_0^2, \quad m = 1. \quad (11)$$

Для того, чтобы функцию φ_2 можно было заменить на квадрат δ -функции при конечных N , необходимо, чтобы функция φ_1 менялась незначительно в интервале частот (11), т. е. чтобы φ_1 в этом интервале была бы более «гладкой» функцией, чем φ_2 . Нетрудно убедиться, что условие постоянства функции φ_1 в интервале (11), т. е. условие $|\varphi_1(\omega_{\max} \pm \pm \delta\omega/2) - \varphi_1(\omega_{\max})| \ll |\varphi_1(\omega_{\max})|$, выполняется при $\delta\omega \ll \Omega \gamma_0^2$. Сопоставляя этот результат с условием (11), мы приходим к выводу, что при наличии ондулятора с $2N$ магнитами спектральное распределение можно вычислить, пользуясь формулой (10) для бесконечного ондулятора, если выполняется условие

$$N \gg 2. \quad (12)$$

При уменьшении же N до единицы интерференционные явления должны постепенно погашаться, а пик в спектре — сглаживаться. Аналогичная задача была рассмотрена в работе [5] для случая слабых поле $z_0 \ll 1$.

Формула (10) для конечного ондулятора впервые была получена Модем [10]. Однако в этой работе второй член в фигурных скобках (10) отсутствовал. Эта ошибка связана с тем, что при раскрытии квадрата модуля выражения (64) указанной работы был пропущен член, пропорциональный произведению единичных векторов $u_1 u_2 = -\sin \theta \cos \theta \cos \varphi$.

4. Одной из важных характеристик всякого излучения является его поляризация. Для вычисления интенсивности ондуляторного излучения, по-

ляризованного так, чтобы электрический вектор находился в плоскости колебания электрона (x, z), необходимо до интегрирования по времени спроектировать вектор $[\vec{n}\vec{v}]$ на ось y , так как он параллелен вектору \vec{H}_ω . Поляризованную таким образом часть излученной энергии обозначим через J_ω^\parallel , а перпендикулярную к ней компоненту — через J_ω^\perp . Тогда вместо (3) получим

$$J_\omega^\parallel = \frac{e^2 \omega}{2\pi c^2} \left\{ \frac{\sigma_\parallel^2}{\sin^2 \theta_m} \int_0^{2\pi} J_m^2(\alpha_m) \frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi} - \frac{1}{\gamma_\parallel^2} \int_0^{2\pi} J_m^2(\alpha_m) d\varphi \right\} -$$

$$- \frac{e^2 \omega}{2\pi c^2} \left\{ \int_0^{2\pi} \left(\frac{\sigma_\parallel^2}{\cos^2 \varphi} - \sin^2 \theta_m \cos^2 \varphi \right) J_m^2(\alpha_m) d\varphi - \right. \quad (13)$$

$$\left. - \left(\frac{1}{\gamma_\parallel^2} - 2\sigma_m \cos \theta_m \right) \int_0^{2\pi} J_m^2(\alpha_m) d\varphi \right\},$$

где первый член совпадает с (3), так что $J_\omega^\parallel = J_\omega - J_\omega^\perp$, а $J_\omega = dW/d\omega dz$. Вновь ограничившись случаем $z_0 < 2/3$ и разложив функцию Бесселя, после интегрирования (13) по φ для спектрального распределения степени поляризации найдем следующую простую формулу:

$$p = \frac{J_\omega^\parallel - J_\omega^\perp}{J_\omega^\parallel + J_\omega^\perp} \cdot 100\% = \frac{x^2}{2[1 + (1-x)^2]} \cdot 100\%, \quad (14)$$

где нижний предел области изменения частоты принят за нуль.

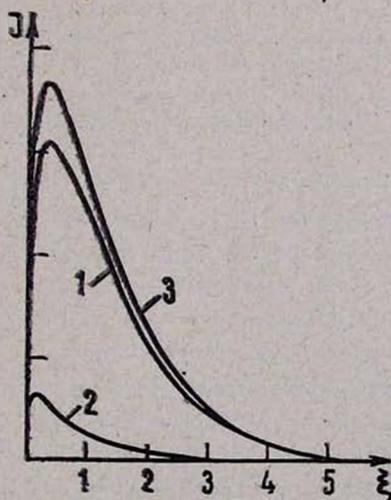


Рис. 3. Спектральные распределения продольно и поперечно поляризованных компонент синхротронного излучения (кривые 1 и 2 соответственно). Кривая 3 — спектральное распределение полного излучения. Поляризации определены обычным способом.

Для наглядного сопоставления с поляризацией синхротронного излучения приводятся рис. 1 и 2. На рис. 1 изображено спектральное распределение синхротронного излучения [11] в произвольном масштабе (кривая 1), а также построенная на основе результатов работы [12] (кривая 2)

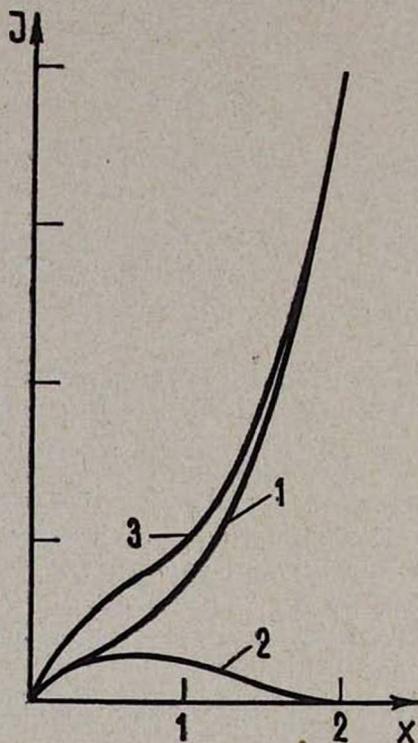


Рис. 4. Спектральные распределения продольно и поперечно поляризованных компонент ондуляторного излучения (кривые 1 и 2 соответственно). Кривая 3 — спектральное распределение полного излучения. Поляризации определены как в пункте 4.

зависимость степени поляризации от частоты $\xi = \omega/\omega_c$, где $\omega_c = 3eH\gamma^2/(2Mc)$. На рис. 2 изображено то же самое для ондуляторного излучения. Кривые 1 и 2 на рис. 2 построены при помощи формул (5) и (14). Как видно из рисунков, степень поляризации ондуляторного излучения в области максимальной интенсивности больше 85% и доходит до 100% в самом максимуме, в то время, как степень поляризации синхротронного излучения в области максимального излучения находится в пределах от 50 до 85%, а в самом максимуме равняется 65%. Для синхротронного излучения степень поляризации становится больше 90% лишь в области частот, при которых интенсивность пренебрежимо мала. Кроме того, на рис. 3 и 4 приведены спектральные распределения интенсивностей синхротронного и ондуляторного излучений для различных поляризаций.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Н. А. Корхмазян. Изв. АН АрмССР, Физика, 5, 418 (1970).
2. Н. А. Корхмазян, С. С. Элбакян. ДАН СССР, 203, 791 (1972).
3. А. И. Алиханян и др. Письма ЖЭТФ, 15, 142 (1972).
4. Н. А. Корхмазян. Изв. АН АрмССР, Физика, 7, 114 (1972).
5. Д. Ф. Алферов, Ю. А. Башмаков, Е. Г. Бессонов. ЖТФ, 42, 1921 (1972).
6. В. Л. Гинзбург. Письма ЖЭТФ, 16, 501 (1972).
7. Н. А. Корхмазян, С. С. Элбакян, А. М. Зверев. Научное сообщение, ЕФИ—3—72 (1972).
8. В. Л. Гинзбург. ФИАН, Краткие сообщения по физике, № 2, 40 (1972).
9. В. Н. Байер, В. М. Катков, В. М. Страховенко. Препринт ИЯФ 61—72 (1973).
10. H. Motz. J. Appl. Phys., 22, 527 (1951); С6. Миллиметровые и субмиллиметровые волны, ИЛ, М., 1959, стр. 194.
11. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля, Изд. Наука, М., 1967.
12. Г. М. Гарибян, И. И. Гольдман. Изв. АН АрмССР, Астрофизика, 7, 32 (1954).

ՕՆԴՈՒՎԱՏՈՐԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՈՐՈՇ ՀԱՐՑԵՐԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ն. Ա. ԳՈՐԽՄԱԶՅԱՆ

Ստացված և պարզեցված է օնդուլյատորային ճառագայթման սպեկտրալ բաշխման բանաձևը «ուժեղ» դաշտերի դեպքում: Քննարկված է վերջավոր օնդուլյատորը և ստացված է այն պայմանը, որի դեպքում կարելի է օգտվել անվերջ օնդուլյատորի ինտենսիվության համար գոյություն ունեցող ավելի պարզ բանաձևից: Ստացված է նաև դաշտի սինոսոիդական օրենքից պատահական շեղումների փոքրության պայմանը: Ոսումնասիրված է օնդուլյատորային ճառագայթման բեկոացումը և ցույց է տրված, որ օնդուլյատորային ճառագայթման բեկոացման աստիճանը մեծագույն ինտենսիվության շրջակայքում գտնվում է 85—100% սահմաններում, այն դեպքում, երբ սինխրոտրոնային ճառագայթման համար նա գտնվում է 50—85% սահմաններում:

ON THE THEORY OF UNDULATOR RADIATION

N. A. KORKHMASIAN

The formula for the spectral distribution of undulator radiation in „strong” fields is obtained.