Изв. АН Армянской ССР, Физика, 8, 326—330 (1973)

ВОЗБУЖДЕНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА ЛИНЕЙНЫМ СГУСТКОМ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ЗАРЯДА

В. Л. СЕРОВ, Г. А. НАГОРСКИЙ

В приближении заданных токов рассмотрена задача о возбуждении цилиндрического резонатора нитевидным сгустком частиц с произвольным распределением плотности заряда внутри сгустка. Поле излучения представляется в виде набора собственных мод колебаний соленоидального типа. Получены формулы, описывающие энергетическое распределение частиц внутри сгустка и интегральные потери энергии сгустком для произвольной моды. Приведены некоторые результаты численных расчетов для релятивистских сгустков с равномерным и синусоидальным распределениями заряда.

Задача о возбуждении цилиндрического резонатора нитевидным сгустком заряженных частиц, движущимся с постоянной скоростью v вдоль оси z резонатора, решена в предположении о равномерном распределении заряда по длине сгустка [1—6]. В действительности же распределение заряда никогда не бывает равномерным. Поэтому представляет интерес рассмотреть более общую задачу об излучении сгустка конечной длины с произвольным распределением заряда внутри него.

Для решения поставленной задачи воспользуемся представлением поля излучения в виде набора собственных мод колебаний, продольная компонента электрического поля которых на оси резонатора имеет вид

$$E_{l,\,m}\left(T,\ \frac{z}{v}\right) = -\dot{q}_{l,\,m}(T)\, A_{l,\,m} \cos \omega_m \frac{z}{v}. \tag{1}$$

Функция $\dot{q}(T)$ выражается через решение уравнения

$$\ddot{q}_{l,\,m} + \omega_\lambda^2 q_{l,\,m} = j_{l,\,m}(T)$$

при нулевых начальных условиях следующим образом

$$\dot{q}_{l,\,m}(T) = \int\limits_0^T \cos \omega_\lambda (T - \tau) \cdot j_{l,\,m}(\tau)\, d\tau. \tag{2}$$

Здесь и в дальнейшем основные обозначения приняты такими же, как и в работах [1, 6].

Если длина сгустка меньше или равна длине резонатора, то функция $j_{l,\,m}(T)$ определена в трех интервалах времени: $0 < T < \frac{h_1}{v}$ — когда сгусток входит в резонатор, $\frac{h_1}{v} < T < \frac{h}{v}$ — когда он перемещается внутри резонатора и $\frac{h}{v} < T < \frac{h+h_1}{v}$ — когда выходит из него, и может быть записана в виде

$$j_{l,\,m}(\tau) = \frac{Qv^2 A_{l,\,m}}{h_1} \times \begin{cases} \int\limits_0^{\tau} f dx, \\ \int\limits_0^{\frac{h_1}{v}} f dx, \\ \int\limits_{\tau - \frac{h}{v}}^{\frac{h_1}{v}} f dx, \end{cases} \tag{3}$$

где

$$A_{l,\,m} = \frac{\sqrt{2}\, c\nu_e}{\sqrt{\pi\varepsilon_0 h}\, \omega_\lambda a^2 J_1(\nu_e)}, \quad f = \rho(x)\cos\omega_m(\tau - x),$$

$\rho(x)$ — нормированная на единицу плотность заряда в сгустке длиной h_1

$$\frac{v}{h_1}\int\limits_0^{\frac{h_1}{v}} \rho(x)\, dx = 1.$$

Изменение энергии отдельной частицы сгустка, влетевшей в резонатор в момент времени ξ, может быть представлено в виде

$$\Delta U_{l,\,m}(\xi) = ec \int\limits_{\xi}^{\xi + \frac{h}{v}} E_{l,\,m}\left(T, \frac{z}{v}\right) dT, \tag{4}$$

где $z = v(T - \xi)$.

После подстановки (1)—(3) в (4) и изменения порядка интегрирования получаем

$$\Delta U_{l,\,m}(\xi) = -\frac{ecv^2 \dot{Q} A_{l,\,m}^2}{h_1(\omega_\lambda^2 - \omega_m^2)}\left[\int\limits_0^{\frac{h_1}{v}} \rho(x) F(x, \xi)\, dx - 2\int\limits_0^{\xi} \rho(x)\, \Phi(x, \xi)\, dx\right], \tag{5}$$

где

$$F(x, \xi) = \frac{\omega_m}{2}\left(x - \xi - \frac{h}{v}\right)\sin\omega_m(\xi - x) + \frac{\omega_\lambda^2}{\omega_\lambda^2 - \omega_m^2}\left[\cos\omega_m(x - \xi) - \right.$$

$$\left. - (-1)^m \cos\omega_\lambda\left(x - \xi - \frac{h}{v}\right)\right],$$

$$\Phi(x, \xi) = \frac{\omega_m}{2}(x - \xi)\sin\omega_m(\xi - x) + \frac{\omega_\lambda^2}{\omega_\lambda^2 - \omega_m^2}\left[\cos\omega_m(x - \xi) - \cos\omega_\lambda(x - \xi)\right].$$

Выражение (5) описывает изменение энергии частиц сгустка, имеющих разные ξ-координаты, возникающее из-за возбуждения l, m-ой моды после пролета цилиндрического резонатора, и является обобщением эффекта „голова-хвост“ в одиночном сгустке, рассмотренного ранее [6] для случая равномерного распределения $\rho(x) = 1$.

Суммарная энергия, теряемая всеми частицами сгустка на l, m-ой моде, равна

$$U_{l,\,m} = \frac{Qv}{eh_1}\int\limits_0^{\frac{h_1}{v}} \rho(\xi)\,\Delta U_{l,\,m}(\xi)\,d\xi. \qquad (6)$$

Подставляя выражение (5) в (6) и учитывая, что

$$\int\limits_0^{\frac{h_1}{v}} \rho(\xi)\,d\xi \int\limits_{\xi}^{\frac{h_1}{v}} \rho(x)\,\Phi(x,\,\xi)\,dx = \int\limits_0^{\frac{h_1}{v}} \rho(\xi)\,d\xi \int\limits_0^{\xi} \rho(x)\,\Phi(x,\,\xi)\,dx,$$

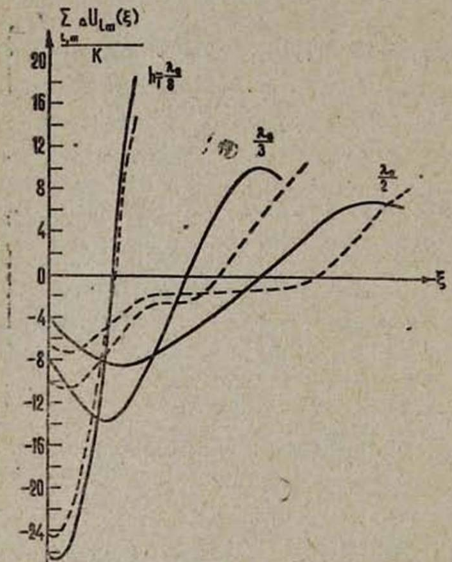

Рис. 1. Распределения частиц по энергии после выхода из резонатора длиной $h = \frac{\lambda_0}{2}$ для сгустков различной длины с учетом первых 25 мод колебаний. Сплошные кривые — для случая $\rho(x) = \frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi v}{h_1}x$, пунктир — для $\rho(x) = 1$; ξ — момент влета частицы в резонатор, λ_0 — длина волны на основной моде, $K = \frac{Q}{\pi\varepsilon_0\lambda_0}$. До входа в резонатор энергии частиц одинаковы.

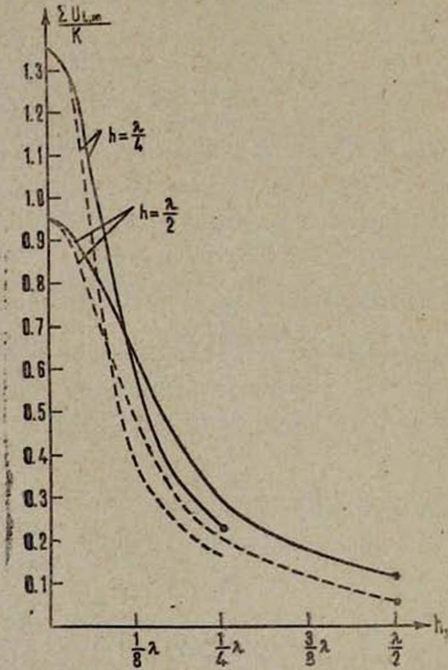

Рис. 2. Суммарные потери энергии сгустками заряженных частиц в цилиндрическом резонаторе в зависимости от длины сгустков h_1 $\left(h = \frac{\lambda_0}{2}, \frac{\lambda_0}{3}\right.$ и $\left.\frac{\lambda_0}{4}\right)$. Сплошные кривые — для случая $\rho(x) = \frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi v}{h_1}x$, пунктир — для $\rho(x) = 1$; a — радиус резонатора, $K = \frac{8\,Q^2}{\pi\varepsilon_0 a}$.

получим

$$U_{l,m} = B_{l,m} \int\limits_0^{\frac{h_1}{v}} \rho(\xi)\, d\xi \int\limits_0^{\frac{h_1}{v}} \rho(x) \cos \omega_\lambda (x - \xi)\, dx,$$

$$B_{l,m} = \frac{Q^2 v^3 c\, \omega_\lambda^2 A_{l,m}^2}{h_1^2 (\omega_\lambda^2 - \omega_m^2)^2} \left[1 - (-1)^m \cos \omega_\lambda \frac{h}{v} \right]. \tag{7}$$

На основе формул (7) и (5) нами проведены численные расчеты полных потерь энергии и эффекта „голова-хвост“ для случая синусоидального распределения $\rho(x) = \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi v}{h_1} x \left(0 \leqslant x \leqslant \frac{h_1}{v}\right)$, которое более или менее соответствует реальному распределению. Результаты расчетов с учетом первых 25 мод колебаний ($l = 1 \div 5$, $m = 0 \div 4$) приведены на рис. 1 и 2 (сплошные кривые). Для сравнения приведены некоторые результаты для случая равномерного распределения $\rho(x) = 1$ (пунктир). Отличие результатов в интегральных потерях связано, в основном, с уменьшением эффективной длины сгустка, что и приводит к увеличению полных потерь при синусоидальном распределении. Энергетические распределения для коротких сгустков практически не зависят от их формы (см. рис. 1). С увеличением длины сгустков максимальный разброс по энергии при синусоидальном распределении (в отличие от равномерного) приходится не на крайние частицы.

Формулы (5) и (7), полученные в данной работе, могут быть использованы для нахождения оптимальных распределений заряда вдоль сгустка при различных режимах взаимодействия его с резонатором (ускорение, генерация волн и т. д.).

Авторы благодарны Ю. Ф. Орлову за постановку задачи и интересные обсуждения.

Поступила 29.VIII.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. О. *А. Колпаков, В. И. Котов.* ЖТФ, 34, 1387 (1964).
2. *О. А. Колпаков, В. И. Котов, Ом Сан Ха.* ЖТФ, 35, 26 (1965).
3. *Г. В. Воскресенский, В. Н. Курдюмов.* Труды VII Международной конференции по ускорителям заряженных частиц, Ереван, 1970.
4. *А. К. Орлов, А. Б. Рябцев.* Сб. Электрофизическая аппаратура, вып. 6, Атомиздат, 1967.
5. *Г. В. Воскресенский, Ю. М. Майоров.* Сб. Ускорители, вып. 12, Атомиздат, 1970.
6. *В. Л. Серов, А. И. Барышев.* Изв. АН АрмССР, Физика, 7, 406 (1972).

ԼԻՑՔԵՐԻ ԿԱՄԱՅԱԿԱՆ ԲԱՇԽՈՒՄ ՈՒՆԵՑՈՂ ԳԾԱՅԻՆ ԹԱՆՁՐՈՒԿՆԵՐԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ՌԵԶՈՆԱՏՈՐՈՒՄ

Վ. Լ. ՍԵՐՈՎ, Գ. Ա. ՆԱԳՈՐՍԿԻ

Քննարկված է գլանային ռեզոնատորի գրգռման խնդիրը լիցքերի ներքին կամայական բաշխում ունեցող թելանման թանձրուկով, տրված հոսանքի մոտավորությամբ։ Ճառագայթ-

ված դաշտը ներկայացվում է որպես սեփական տեսքի սոլենոիդալ տատանումների հավաքածու։ Ստացված են բանաձևեր, որոնք որոշում են մասնիկների էներգետիկ բաշխվածությունը թանձրուկի ներսում և տատանման կամավոր տեսքի համար թանձրուկի էներգիայի գումարային կորուստը։ Բերված է թվային հաշվարկների մի քանի արդյունքներ լիցքերի համասեռ և սինուսոիդալ բաշխմամբ ռելյատիվիստիկ թանձրուկների համար։

THE RADIATION IN CYLINDRICAL RESONATOR FROM LINEAR BUNCH WITH ARBITRARY DISTRIBUTION OF CHARGE

V. L. SEROV, G. A. NAGORSKY

In the approximation of given currents the problem of excitation of cylindrical resonator by tread-like bunch of particles with arbitrary distribution of charge density inside is considered. The radiation field is presented as a set of natural oscillation modes of solenoidal type. The formulae describing the energetic distribution of particles inside the bunch and integral lasses of energy by the bunch for the arbitrary mode are obtained. Some results of numerical calculations for the relativistic bunches with uniform and „sinusoidal" distribution of the charge are given.