ПРОХОЖДЕНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
ЧЕРЕЗ РЕЗОНАНСНУЮ СРЕДУ

Г. Г. АДОНЦ

Рассмотрено прохождение поляризованного излучения через резонансную среду с учетом вырождения атомных уровней. Среда состоит из двухуровневых атомов с энергией E_1 и моментом количества движения j_1 в основном состоянии; соответствующие характеристики в возбужденном состоянии — E_2 и j_2 . Найдены сдвиги уровней атома, а также показатели преломления среды для циркулярно- и линейно-поляризованных волн.

При взаимодействии интенсивного светового излучения с двухуровневой резонансной средой возникают некоторые нелинейные эффекты, которые можно разбить на 2 класса: эффекты самовоздействия и многофотонные явления. К эффектам самовоздействия, в частности, относится явление самофокусировки, которое в парах калия впервые наблюдалось в [1]. Основными многофотонными явлениями в двухуровневой резонансной среде являются трехфотонное рассеяние, которое наблюдалось в [2], и четырехфотонное параметрическое взаимодействие, изученное в работах [3, 4]. Интересной особенностью резонансной среды является также высокочастотный Штарк-эффект.

Теоретический анализ вышеуказанных эффектов обычно основывается на скалярных уравнениях резонансной среды. Однако в нелинейном случае возникают специфические поляризационные явления, изученные в некоторых случаях в [5]. В работе [6] для изучения поляризационных эффектов применен очень простой и наглядный метод: решается прямо уравнение Шредингера, затем вычисляется поляризуемость среды, входящая в уравнения Максвелла, и через параметры Стокса изучается изменение поляризации излучения при прохождении через резонансную среду. В этой же работе предсказаны процессы поглощения и комбинационного излучения и вычислены их поперечники. Все расчеты в работе [6] проведены без учета релаксации для резонансной среды двухуровневых атомов с моментами количества движения в основном и возбужденном состояниях, соответственно равными $1/2$ и $3/2$. Такая среда реализуется, например, в парах калия. Аналогичные расчеты для двухуровневых атомов с моментами количества движения $3/2$, $3/2$ проведены в [7].

В настоящей работе, используя метод вычисления [6], рассмотрена несколько более общая задача. В безрелаксационном приближении изучено прохождение поляризованного излучения через двухуровневую резонансную среду с произвольными моментами количества движения j_1 и j_2 , в частности, найдены сдвиги энергетических уровней атома и вычислены показатели преломления среды для циркулярно- и линейно-поляризованных волн.

Рассмотрим двухуровневый атом в поле излучения. Пусть в основном состоянии атом имеет энергию E_1 и момент количества движения j_1 , а в возбужденном состоянии — соответственно E_2 и j_2 .

Гамильтониан атома в поле волны представим в виде

$$H = H_0 - d\vec{E}, \quad (1)$$

где H_0 — гамильтониан изолированного атома, $\vec{d}$ — оператор дипольного момента атома, $\vec{E}$ — напряженность электрического поля волны, связанная с векторным потенциалом $\vec{A}_0$ соотношением

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}_0}{\partial t}. \quad (2)$$

Потенциал имеет вид

$$\vec{A}_0 = \vec{A} e^{i(kz - \omega t)} + \vec{A}^* e^{-i(kz - \omega t)}, \quad (3)$$

где ω — несущая частота, $\vec{k}$ — волновой вектор; k и ω связаны обычным соотношением

$$k = \frac{\omega}{c}. \quad (4)$$

Решение уравнения Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H\Psi \quad (5)$$

будем искать в виде

$$\Psi = a(m) \psi_m e^{-\frac{i}{\hbar} E_1 t} + b(\mu) \Phi_\mu e^{-\frac{i}{\hbar} E_2 t + i\varepsilon t},$$

$$m = \pm j_1, \pm (j_1 - 1), \dots,$$

$$\mu = \pm j_2, \pm (j_2 - 1), \dots, \quad (6)$$

где ψ_m и Φ_μ — волновые функции атома без поля, $\varepsilon = \omega_0 - \omega$ — расстройка резонанса.

Подставив (6) в (5) и учитывая (1), в приближении резонансности $\frac{|\varepsilon|}{\omega_0} \ll 1$ получим

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} a(m) = \frac{i\omega_0}{c} (\psi_m, \vec{d}\vec{A}^* e^{-ikz} \Phi_\mu) b(\mu),$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} b(\mu) = \hbar\varepsilon b(\mu) - \frac{i\omega_0}{c} (\Phi_\mu, \vec{d}\vec{A} e^{ikz} \psi_m) a(m). \quad (7)$$

Система уравнений (7) позволяет искать решение в виде

$$a(m) = a_m e^{-\frac{i}{\hbar} \lambda t}, \quad (8)$$

где λ определяет сдвиг энергетических уровней атома.

Перейдя к сферическим компонентам $A^{\pm} = A_x \pm iA_y$, $d_{\pm} = d_x \pm id_y$, из (7) получим следующее рекуррентное соотношение для α_m :

$$\lambda(\lambda - \hbar\varepsilon)\alpha_m = \frac{\omega_0^2}{4c^2} \left[|(f_+)^{j_1 j_2}|^2 |A^+|^2 + |(f_-)^{j_1 j_2}|^2 |A^-|^2 \right] \alpha_m +$$

$$+ (f_+)^{j_1 j_2} (f_-)^{j_1 j_2} (A^+)^* A^- \alpha_{m-2} + (f_-)^{j_1 j_2} (f_+)^{j_1 j_2} A^+ (A^-)^* \alpha_{m+2},$$

где введены обозначения

$$(\psi_m, d_{\pm} \Phi_{\mu}) = (f_{\pm})_m^{j_1 j_2} \delta_{m, \mu \pm 1}. \quad (10)$$

Решить (9) в общем случае эллиптически-поляризованной волны не удастся, поэтому рассмотрим циркулярно-поляризованную волну.

Для левополяризованной волны ($A^+ = 0$, $A^- = A$) подставляя в (9) значения $(f_-)^{j_1 j_2}$ (см. [8]), получим следующие значения для λ :

$$\lambda_{1m} = \frac{\hbar\varepsilon}{2} (1 - \sqrt{1 + \xi_m}),$$

$$\lambda_{2m} = \frac{\hbar\varepsilon}{2} (1 + \sqrt{1 + \xi_m}),$$

где введен безразмерный параметр интенсивности

$$\xi_m = \frac{\omega_0^2 |d|^2}{e^2 \hbar^2 c^2} \left\{ \frac{(j_1 - m)(j_1 + m + 1)}{j_1(2j_1 + 1)(j_1 + 1)} \delta_{j_1, j_2} + \right.$$

$$\left. + \frac{(j_2 + m)(j_2 + m + 1)}{j_2(2j_2 - 1)(2j_2 + 1)} \delta_{j_2, j_1 + 1} + \frac{(j_1 - m)(j_1 - m - 1)}{j_1(2j_1 - 1)(2j_1 + 1)} \delta_{j_2, j_1 + 1} \right\} |A|^2,$$

d — приведенный матричный элемент.

В присутствии волны состояния атома перепутываются: при $\lambda = \lambda_{1m}$ и $\lambda = \lambda_{2m}$ перепутываются состояния ψ_m и Φ_{m+1} . Такая картина перепутывания состояний условная, ибо при другом выборе оси квантования перепутываются другие состояния, хотя значения энергий при этом не меняются. При выключении поля $\lambda_{1m} \rightarrow 0$, а $\lambda_{2m} \rightarrow \hbar\varepsilon$, поэтому λ_{1m} соответствует сдвигу нижних энергетических уровней, а λ_{2m} — верхних уровней. Следовательно, в основном состоянии атом имеет энергию $(E'_1)_m$, а в возбужденном состоянии — $(E'_2)_\mu$, значения которых приведены ниже

$$(E'_1)_m = E_1 + \frac{\hbar\varepsilon}{2} (1 - \sqrt{1 + \xi_m}),$$

$$(E'_2)_\mu = E_2 - \frac{\hbar\varepsilon}{2} (1 - \sqrt{1 + \xi_{\mu-1}}),$$

где m принимает значения от $-j_1$ до $+j_1$, а μ — от $-j_2$ до $+j_2$. В дальнейшем будем предполагать, что до включения взаимодействия

атом находился в основном состоянии. Тогда из (7) получаются следующие волновые функции атома в поле волны:

$$\Psi_m = \alpha_m \left[\psi_m e^{-\frac{i}{\hbar} E_1 t} + \frac{i \omega_0 d^* e^{ikz}}{\varepsilon \hbar c (1 + \sqrt{1 + \xi_m})} \times \right. \quad (14)$$

$$\times A \left(\sqrt{\frac{(j_1 - m)(j_1 + m + 1)}{j_1(j_1 + 1)(2j_1 + 1)}} \delta_{j_1, j_2} - \sqrt{\frac{(j_2 + m)(j_2 + m + 1)}{j_2(2j_2 - 1)(2j_2 + 1)}} \delta_{j_2, j_1 + 1} + \right. \\ \left. + \sqrt{\frac{(j_1 - m)(j_1 - m - 1)}{j_1(2j_1 - 1)(2j_1 + 1)}} \delta_{j_1, j_2 + 1} \right) \Phi_{m+1} e^{-\frac{i}{\hbar} E_2 t + i \varepsilon t} \Big] e^{-\frac{i}{\hbar} \lambda_1 m t}$$

с условием нормировки

$$|\alpha_m|^2 = \frac{1 + \sqrt{1 + \xi_m}}{2\sqrt{1 + \xi_m}}. \quad (15)$$

Помимо циркулярно-поляризованной волны можно определить сдвиги уровней и волновые функции также для линейно-поляризованной волны. В этом случае удобно провести все вычисления в системе координат, ось x которой направлена вдоль направления распространения волны, а ось z — по направлению вектора-потенциала ($A_x = A$). Тогда из (7) и (8) получим следующее соотношение для α_m :

$$\lambda (\lambda - \hbar \varepsilon) \alpha_m = \frac{\omega_0^2}{c^2} |(f_z)_m^{j_1 j_2}|^2 |A|^2 \alpha_m, \quad (16)$$

где обозначено

$$(\psi_m, d_z \Phi_\mu) = (f_z)_m^{j_1 j_2} \delta_{m, \mu}. \quad (17)$$

Подставив значения $(f_z)_m^{j_1 j_2}$ (см. [8]), из (16) для λ получим

$$\lambda_{1m} = \frac{\hbar \varepsilon}{2} (1 - \sqrt{1 + \xi_m}), \quad (18)$$

$$\lambda_{2m} = \frac{\hbar \varepsilon}{2} (1 + \sqrt{1 + \xi_m}),$$

где

$$\xi_m = \frac{4\omega_0^2 |d|^2}{\varepsilon^2 \hbar^2 c^2} \left\{ \frac{m^2}{j_1(j_1 + 1)(2j_1 + 1)} \delta_{j_1, j_2} + \right. \\ \left. + \frac{j_2^2 - m^2}{j_2(2j_2 - 1)(2j_2 + 1)} \delta_{j_2, j_1 + 1} + \frac{j_1^2 - m^2}{j_1(2j_1 - 1)(2j_1 + 1)} \delta_{j_1, j_2 + 1} \right\} |A|^2. \quad (19)$$

При $\lambda = \lambda_{1m}$ перепутываются состояния ψ_m и Φ_μ . Ниже приведены значения энергии атома соответственно в основном и возбужденном состояниях

$$(E'_1)_m = E_1 + \frac{\hbar\varepsilon}{2} (1 - \sqrt{1+\xi_m}),$$

$$(E'_2)_\mu = E_2 - \frac{\hbar\varepsilon}{2} (1 - \sqrt{1+\xi_\mu}).$$
(20)

Для атома, который до включения взаимодействия находился в основном состоянии, волновые функции в поле волны имеют вид

$$\Psi_m = \alpha_m \left[\psi_m e^{-\frac{i}{\hbar} E_1 t} + \frac{2i\omega_0 d^* e^{ikz}}{\varepsilon \hbar c (1 + \sqrt{1+\xi_m})} A \left(\sqrt{\frac{m^2}{j_1(j_1+1)(2j_1+1)}} \times \right. \right.$$

$$\times \delta_{j_1, j_2} + \sqrt{\frac{j_2^2 - m^2}{j_2(2j_2-1)(2j_2+1)}} \delta_{j_1, j_2+1} + \sqrt{\frac{j_1^2 - m^2}{j_1(2j_1-1)(2j_1+1)}} \times$$

$$\left. \left. \times \delta_{j_1, j_2+1} \right) \Phi_m e^{-\frac{i}{\hbar} E_2 t + i\omega t} \right] e^{-\frac{i}{\hbar} \lambda_1 m t}$$
(21)

с условием нормировки

$$|\alpha_m|^2 = \frac{1 + \sqrt{1+\xi_m}}{2\sqrt{1+\xi_m}}.$$
(22)

Рассмотрим теперь прохождение циркулярно- и линейно-поляризованных волн через среду, состоящую из вышеописанных атомов. Уравнение прохождения для векторного потенциала $\vec{A}_0$ имеет вид

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \vec{A}_0 = -\frac{4\pi n}{c} \frac{\partial}{\partial t} \langle \vec{d} \rangle,$$
(23)

где n — плотность атомов, а скобки в правой части означают квантовомеханическое среднее. Предположим, что до включения взаимодействия состояния ψ_m некогерентны с весом $\frac{1}{2j_1+1}$. Тогда

$$\langle \vec{d} \rangle = \frac{1}{2j_1+1} \sum_{m=-j_1}^{+j_1} (\Psi'_m, \vec{d} \Psi_m).$$
(24)

Подставляя (24) в (23) и учитывая, что волновые функции определяются соотношениями (14) и (21) соответственно для циркулярно- и линейно-поляризованных волн, можно получить уравнения прохождения для медленно меняющихся амплитуд векторного потенциала. Из этих уравнений находятся показатели преломления, представленные ниже. Для циркулярно-поляризованной волны ($A^- = A$) он имеет вид

$$n^{(-)} = 1 + \frac{qc}{\omega_0} \sum_{m=-j_1}^{+j_1} \left\{ \frac{(j_1+m+1)(j_1-m)}{\sqrt{1+\xi_m} j_1(j_1+1)(2j_1+1)^2} \delta_{j_1, j_2} + \right.$$

$$+ \frac{(j_2+m)(j_2+m+1)}{\sqrt{1+\xi_m} j_2(2j_2-1)^2(2j_2+1)} \delta_{j_1, j_2+1} + \frac{(j_1-m)(j_1-m-1)}{\sqrt{1+\xi_m} j_1(2j_1+1)^2(2j_1-1)} \times$$

$$\left. \times \delta_{j_1, j_2+1} \right\},$$
(25)

а для линейно-поляризованной волны ($A_z = A$) —

$$n_z = 1 + 2 \frac{qc}{\omega_0} \sum_{m=-j_1}^{+j_1} \left\{ \frac{m^2}{\sqrt{1+\xi_m} j_1 (j_1+1) (2j_1+1)^2} \delta_{j_1, j_2} + \right. \\ \left. + \frac{j_2^2 - m^2}{\sqrt{1+\xi_m} j_2 (2j_2-1)^2 (2j_2+1)} \delta_{j_1, j_1+1} + \frac{j_1^2 - m^2}{\sqrt{1+\xi_m} j_1 (2j_1+1)^2 (2j_1-1)} \delta_{j_1, j_2+1} \right\}. \quad (26)$$

При малых интенсивностях показатели преломления (25) и (26) принимают соответственно следующий вид:

$$n^{(-)} \cong 1 + \frac{2q}{3(2j_1+1)} \frac{c}{\omega_0} \left[1 - \frac{2j_1^2 + 2j_1 + 1}{j_1(j_1+1)(2j_1+1)} \xi^- \delta_{j_1, j_2} - \right. \\ \left. - \frac{6j_2^2 - 1}{j_2(2j_2-1)(2j_2+1)} \xi^- \delta_{j_1, j_1+1} - \frac{6j_1^2 - 1}{j_1(2j_1-1)(2j_1+1)} \xi^- \delta_{j_1, j_2+1} \right], \quad (27)$$

$$n_z \cong 1 + \frac{2q}{3(2j_1+1)} \frac{c}{\omega_0} \left[1 - 2 \frac{3j_1^2 + 3j_1 - 1}{j_1(j_1+1)(2j_1+1)} \xi_z \delta_{j_1, j_2} - \right. \\ \left. - 2 \frac{4j_2^2 + 1}{j_2(2j_2-1)(2j_2+1)} \xi_z \delta_{j_1, j_1+1} - 2 \frac{4j_1^2 + 1}{j_1(2j_1-1)(2j_1+1)} \xi_z \delta_{j_1, j_2+1} \right], \quad (28)$$

где

$$\xi_z^- = \frac{\omega_0^2 |d|^2}{5e^2 \hbar^2 c^2} |A_z^-|^2, \quad q = \frac{\pi |d|^2 \omega_0 n}{\epsilon \hbar c}.$$

Полученные формулы в частном случае атома с $j_1 = \frac{1}{2}$ и $j_2 = \frac{3}{2}$ переходят в формулы, полученные в [6], а для атома с $j_1 = j_2 = \frac{3}{2}$ — в формулы, полученные в [7].

В заключение выражаю глубокую благодарность В. М. Арутюняну и В. О. Чалтыкяну за постановку задачи и ценные обсуждения.

Ереванский государственный
университет

Поступила 26.IX.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Grishkowsky. Phys. Rev. Lett., 24, 866 (1970).
2. Н. Н. Бадалян, В. А. Ирадян, М. Е. Мовсесян. Письма ЖЭТФ, 8, 518 (1968).
3. Ю. М. Курин, С. Г. Раутиан, А. Е. Семенов, Б. М. Чернобород. Письма ЖЭТФ, II, 340 (1970).
4. Л. М. Бонч-Бруевич, В. А. Ходовой, В. В. Хромов. Письма ЖЭТФ, II, 431 (1970).
5. А. И. Алексеев. Докторская диссертация, М., 1969.
6. В. М. Арутюнян, Е. Е. Канецян, В. О. Чалтыкян. Препринт ИФИ, 71-02, 1971.
7. Г. Г. Адонц, А. Ж. Мурадян, В. Г. Коломиец. Изв. АН АрмССР, Физика (в печати).
8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Квантовая механика, том 4, 1963, стр. 119—122.

ԲԵՎԵՌԱՑՎԱԾ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԱՆՑՈՒՄԸ ՌԵԶՈՆԱՆՍԱՑԻՆ
ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՎ

Գ. Գ. ԱԴՈՆՑ

Աշխատանքում դիտարկված է բևեռացված ճառագայթման անցումը ուղղանսային միջավայրով հաշվի առնելով ատոմի մակարդակների ալլասեռումը: Միջավայրը բաղկացած է երկմակարդականի ատոմներից, որոնք ունեն հիմնական վիճակում F_1 և j_1 շարժման քանակի մոմենտ, իսկ զրոգված վիճակում համապատասխանաբար F_2 և j_2 : Գտնված են ատոմի մակարդակների շեղումներ, ինչպես նաև միջավայրի բեկման ցուցիչները շրջանազծայնորեն և դժայնորեն բևեռացված ալիքների համար:

PASSAGE OF POLARIZED RADIATION
THROUGH THE RESONANT MEDIUM

G. G. Adontz

The passage of polarized radiation through the resonant medium with due regard for the degeneration of atomic levels is examined. The medium consists of two-level atoms with energy E_1 and angular momentum j_1 in ground state and E_2 and j_2 accordingly in excited state. The atomic level shifts as well as the index of refraction of medium for circularly and linearly polarised waves are obtained.