

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНА В СИНХРОТРОНЕ С УЧЕТОМ АВТОФАЗИРУЮЩЕГО ПОЛЯ. I. ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ

Р. А. МЕЛИКЯН, Ю. Ф. ОРЛОВ, С. А. ХЕЙФЕЦ

Исследуется квантовомеханическое движение частицы в неоднородном постоянном магнитном поле в присутствии бегущей автофазирующей электромагнитной волны. Найдены волновые функции и собственные значения энергии частицы.

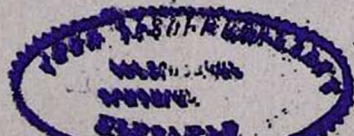
1. Введение

В настоящей работе изучается движение частицы в магнитном и электрическом полях с квантовомеханической точки зрения. Необходимость квантового рассмотрения несмотря на явную квазиклассичность движения стала ясна после работы А. А. Соколова и И. М. Тернова [1], в которой было обнаружено явление квантовой раскачки радиальных колебаний частиц.

Долгое время после этого отсутствовало последовательное описание поперечного движения частицы: раскачка колебаний описывалась квантовым или квазиклассическим способом, тогда как затухание колебаний в квантовом расчете не улавливалось. Затем в работах [2, 3] было показано наличие затухания поперечных колебаний в квантовомеханическом движении. Содержащаяся в работе [2] ошибка в зависимости декремента затухания от неоднородности магнитного поля была исправлена в работе [4]. Во всех этих работах не рассматривалось ускоряющее электрическое поле и связанные с ним синхротронные колебания частиц. Между тем представляет интерес провести квантовый анализ также и для продольных колебаний, которые имеют ту нетривиальную особенность, что их эффективная масса отрицательна [5].

Для упрощения задачи о движении частицы при одновременном действии магнитного и электрического полей мы будем рассматривать двухмерное движение в плоскости $z = 0$, предполагая наличие у полей этой плоскости симметрии. Далее, мы будем пока пренебрегать спинными эффектами и в связи с этим ограничимся решением уравнения Клейна-Гордона.

В настоящей работе находятся волновые функции и уровни энергии для частицы, движущейся в неоднородном постоянном аксиально-симметричном магнитном поле и в поле автофазирующей электромагнитной волны, фазовая скорость распространения которой близка к скорости частицы (мы ограничиваемся при этом изучением релятивистской частицы).



2. Поля и уравнение движения

Движение удобно рассматривать в цилиндрических координатах R, θ, z . Электромагнитное поле, описывающее как неоднородное магнитное поле, так и бегущую автофазирующую волну, можно записать в виде

$$H_R = -A q^2 \frac{\omega_0}{cR} z I_q(qx) \sin \Phi + 2GRz, \quad E_R = -A \frac{d}{dR} I_q(qx) \sin \Phi, \\ H_0 = -A q \frac{\omega_0}{c} z \frac{d}{dR} I_q(qx) \cos \Phi, \quad E_0 = -A \frac{q}{R} I_q(qx) \cos \Phi, \quad (1)$$

$$H_z = H + GR^2 - 2Gz^2, \quad E_z = -Az q^2 \frac{\omega_0^2}{c^2} I_q(qx) \sin \Phi.$$

Здесь константы H и G связаны с напряженностью и градиентом магнитного поля, A — с напряженностью электрического поля; $\omega_0 = \frac{v_0}{R_0}$ — частота обращения равновесной частицы по окружности радиуса R_0 , q — кратность высокочастотного поля, $\Phi = q(\theta - \omega_0 t)$ — фаза волны; $I_q(qx)$ — функция Бесселя первого рода порядка q , $x = \frac{\omega_0 R}{c}$. Для равновесной частицы последняя величина имеет смысл относительной скорости $\frac{v_0}{c}$.

Соответствующий полям (1) 4-потенциал, удовлетворяющий условию Лоренца, может быть выбран в виде

$$A_r = 0, \quad A_z = A q \frac{\omega_0}{c} z I_q(qx) \cos \Phi, \\ A_0 = \frac{HR}{2} + \frac{GR^2}{4} - GRz^2, \quad A_0 = A I_q(qx) \sin \Phi. \quad (2)$$

В уравнении Клейна-Гордона $(\hat{P}^2 + m^2 c^2) \Psi(R, \theta, z, t) = 0$ операторы обобщенных импульсов есть

$$\hat{P}_R = -i\hbar \frac{\partial}{\partial R} - \frac{e}{c} A_R, \quad \hat{P}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z} - \frac{e}{c} A_z, \\ \hat{P}_0 = -\frac{i\hbar}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{e}{c} A_0, \quad \hat{P}_0 = \frac{i\hbar}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{e}{c} A_0, \\ \hat{P}^2 = \frac{1}{R} \hat{P}_R (R \hat{P}_R) + \hat{P}_0^2 + \hat{P}_z^2 - \hat{P}_0^2,$$

и в плоскости $z = 0$ имеем

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - 2i \frac{e A_0}{\hbar c} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \right]$$

$$-2i \frac{eA_0}{\hbar c} \frac{\partial}{\partial t} - \left(\frac{eA_0}{\hbar c} \right)^2 + \left(\frac{eA_0}{\hbar c} \right)^2 - \left(\frac{mc^2}{\hbar} \right)^2 \Big] \Psi(R, \theta, t) = 0. \quad (3)$$

Выделим теперь из волновой функции $\Psi(R, \theta, t)$ бегущую волну $\Psi(R, \theta, t) = \exp\left(i \frac{Et}{\hbar} - i l \theta\right) \Psi(R, \theta)$ и перейдем от переменных R, θ к переменным x, Φ ; кроме того, произведем замену $\Psi(R, \theta) \rightarrow \frac{U(x, \Phi)}{\sqrt{x}}$.

Тогда в новых переменных будем иметь

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + q^2 \frac{1-x^2}{x^2} \frac{\partial^2}{\partial \Phi^2} + 2iq \left[\epsilon + aI_q(qx) \sin \Phi - \frac{l}{x^2} - \lambda - gx^2 \right] \frac{\partial}{\partial \Phi} + D(x, \Phi) + \frac{1}{4x^2} \right\} U(x, \Phi) = 0, \quad (4)$$

где для краткости введены следующие безразмерные величины:

$$a = \frac{eA}{\hbar \omega_0}, \quad \epsilon = \frac{E}{\hbar \omega_0}, \quad \mu = \frac{mc^2}{\hbar \omega_0}, \quad \lambda = \frac{eHc}{2\hbar \omega_0^2}, \quad g = \frac{eGc^3}{4\hbar \omega_0^4},$$

$$D(x, \Phi) = [\epsilon + aI_q(qx) \sin \Phi]^2 - \mu^2 - x^2 \left(\frac{l}{x^2} + \lambda + qx^2 \right)^2.$$

Наибольший физический интерес представляет рассмотрение малых отклонений величин x, Φ и ϵ от некоторых равновесных значений $(x_0, \Phi_0, \epsilon_0)$, которые будут установлены позже. Поэтому положим $x = x_0 + \xi$, $\Phi = \Phi_0 + \varphi$, $\epsilon = \epsilon_0 + \Delta \epsilon$. Сохраняя в уравнении (4) члены до второго порядка по ξ, φ и $\Delta \epsilon$, получаем следующее уравнение для функции $U(\xi, \varphi)$:

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + 2ib_1 \xi \frac{\partial}{\partial \varphi} + b_2 \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - b_3 \xi^2 - b_4 \varphi^2 + N\xi + 2iqM \frac{\partial}{\partial \varphi} + f_1 \varphi + f_2 \xi \varphi + f_3 \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} + f_4 \Delta \epsilon \varphi + f_5 \Delta \epsilon \xi + 2iq \Delta \epsilon \frac{\partial}{\partial \varphi} + D(x_0, \varphi_0) + \frac{1}{4x_0^2} \right\} U(\xi, \varphi) = 0, \quad (5)$$

где

$$D(x_0, \varphi_0) = (1 - x_0^2) [\epsilon_0 + aI_q(qx_0) \sin \Phi_0]^2 - \mu^2 + 2\Delta \epsilon \times \\ \times [\epsilon_0 + aI_q(qx_0) \sin \Phi_0] + (\Delta \epsilon)^2,$$

$$b_1 = q \left[\frac{2l}{x_0^3} - 2qx_0 + aI_q'(qx_0) \sin \Phi_0 \right] \approx \frac{q\epsilon_0}{x_0},$$

$$b_2 = q^2 \frac{1 - x_0^2}{x_0^2} \approx \frac{q^2}{x_0^2} \left(\frac{mc^2}{E_0} \right)^2,$$

$$b_{\varphi} = aI_q(qx_0) \sin \Phi_0 [\xi_0 + aI_q(qx_0) \sin \Phi_0] \approx -\xi_0^2 \frac{eE_0^{max} R_0 \sin \Phi_0}{E_0 q},$$

$$b_{\xi} = \frac{3l^2}{x_0^4} + (\lambda + gx_0^2)^2 + 2lg + 2gx_0^2(5\lambda + 7gx_0^2) - \frac{3}{4} \frac{1}{x_0^4} -$$

$$-a^2[I_q(qx_0)]^2 - aI_q(qx_0) \sin \Phi_0 [\xi_0 + aI_q(qx_0) \sin \Phi_0] \approx \xi_0^2 (1-n);$$

$$N = \frac{2l^2}{x_0^3} - 4lgx_0 - 4gx_0^3(\lambda + gx_0^2) - 2x_0(\lambda + gx_0^2)^2 + 2aI_q(qx_0) \sin \Phi_0 \times \\ \times [\xi_0 + aI_q(qx_0) \sin \Phi_0] - \frac{1}{2x_0^3},$$

$$M = \xi_0 + aI_q(qx_0) \sin \Phi_0 - \frac{l}{x_0^2} - \lambda - gx_0^2;$$

$$f_1 = 2aI_q(qx_0) [\xi_0 + aI_q(qx_0) \sin \Phi_0] \cos \Phi_0,$$

$$f_2 = 2aI_q'(qx_0) [\xi_0 + aI_q(qx_0) \sin \Phi_0] \cos \Phi_0,$$

$$f_3 = 2iqaI_q(qx_0) \cos \Phi_0, \quad f_4 = 2aI_q(qx_0) \cos \Phi_0,$$

$$f_5 = 2aI_q'(qx_0) \sin \Phi_0.$$

Здесь n — показатель спада магнитного поля, $n = -\left(\frac{\partial H_z / \partial R}{H_z / R}\right)_{R=R_0} =$

$= -\frac{4gx_0^2}{\lambda + 2gx_0^2}$ (как обычно, $0 < n < 1$); E_0^{max} — амплитудное значение напряженности продольной компоненты электрического поля, штрих означает производную по x .

3. Решение волнового уравнения

В уравнении (5) переменные можно разделить с помощью следующих канонических преобразований:

$$\hat{Q}_1 = \xi + i\beta \frac{\partial}{\partial \varphi}, \quad \hat{P}_1 = -\frac{\hbar}{\gamma - \beta} \left(\varphi + i\gamma \frac{\partial}{\partial \xi} \right),$$

$$\hat{Q}_2 = \varphi + i\beta \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad \hat{P}_2 = -\frac{\hbar}{\gamma - \beta} \left(\xi + i\gamma \frac{\partial}{\partial \varphi} \right),$$

в которых константы γ и β будут определены ниже. Операторы $\hat{Q}_i$ и $\hat{P}_i$ ($i=1,2$) удовлетворяют обычным коммутационным соотношениям

$$[\hat{P}_i, \hat{Q}_k] = -i\hbar \delta_{ik}, \quad [\hat{Q}_i, \hat{Q}_k] = 0, \quad [\hat{P}_i, \hat{P}_k] = 0.$$

В координатах Q_1, Q_2 уравнение (5) принимает вид

$$\left\{ \frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial Q_1^2} - \frac{m_1 \Omega_1^2}{2} Q_1^2 + \frac{\hbar^2}{2m_2} \frac{\partial^2}{\partial Q_2^2} - \frac{m_2 \Omega_2^2}{2} Q_2^2 + \right.$$

$$+ \hbar^2 \left[D(x_0, \Phi_0) + \frac{1}{4x_0^2} \right] \Psi(Q_1, Q_2) = 0, \quad (6)$$

с параметрами $m_1, m_2, \Omega_1, \Omega_2, \beta$ и γ , удовлетворяющими следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\gamma}{\gamma - \beta} \right)^2 \frac{\hbar^2}{2m_1} + \beta^2 \frac{m_2 \Omega_2^2}{2} &= \hbar^2, & \frac{1}{(\gamma - \beta)^2} \frac{\hbar^2}{2m_2} + \frac{m_1 \Omega_1^2}{2} &= \hbar^2 \beta_\xi, \\ \left(\frac{\gamma}{\gamma - \beta} \right)^2 \frac{\hbar^2}{2m_2} + \beta^2 \frac{m_1 \Omega_1^2}{2} &= \hbar^2 b_z, & \frac{1}{(\gamma - \beta)^2} \frac{\hbar^2}{2m_1} + \frac{m_2 \Omega_2^2}{2} &= \hbar^2 b_\varphi, \\ \frac{\gamma}{(\gamma - \beta)^2} \frac{\hbar^2}{2m_2} + \beta \frac{m_1 \Omega_1^2}{2} &= -\hbar^2 b_1, & \frac{\gamma}{(\gamma - \beta)^2} \frac{\hbar^2}{2m_1} + \frac{m_2 \Omega_2^2}{2} &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

при условии, что начало отсчета координат Q_1 и Q_2 выбрано в „точках равновесия“

$$x_0 = \frac{\omega_0 R_0}{c},$$

$$\Phi_0 = \pm \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (8)$$

в которых $M = 0, N = 0$.

Второе из этих соотношений возникает вследствие независимости магнитного поля (λ и g) от времени. В уравнении (6) мы пренебрегли членами, соответствующими в уравнении (5) членам $2iq \Delta \in \frac{\partial}{\partial p}$ и $f_3 \Delta \in \xi$, так как их учет приводит лишь к несущественным поправкам.

Из (8) находим

$$\epsilon_0 = 2\lambda + 4gx_0^2 - \frac{aI_q}{x_0} (qx_0) \sin \Phi_0 - aI_q (qx_0) \sin \Phi_0, \quad (9)$$

$$I = x_0^2 \left[\lambda + 3gx_0^2 - \frac{a}{x_0} I_q (qx_0) \sin \Phi_0 \right]. \quad (10)$$

Заметим, что „условия равновесия“ дают еще одно решение, для которого $\epsilon_0 = -aI_q (qx_0) \sin \Phi_0$. Это решение мы отбрасываем, поскольку в пределе $a \rightarrow 0$ оно не переходит в известное решение для постоянного магнитного поля.

Соотношение (9) устанавливает связь энергии равновесной частицы со значением магнитного поля на равновесной орбите радиуса R_0 , задаваемого в свою очередь электрическим полем. Поскольку $U(x, \Phi)$ описывает малые колебания около положений равновесия, которые имеют периодическую зависимость от θ (так, что преобразование $\theta' = \theta + 2k\pi$ не изменяет положения равновесия), то функция $U(x, \Phi)$

также является периодической по θ . Так как волновая функция $\Psi(R, \theta, t)$ должна быть однозначной функцией θ , то l должно быть целым*.

Приведем значения параметров, удовлетворяющих системе (7), в случае, когда $b_\varphi \ll 1$ (это неравенство, смысл которого состоит в „слабости“ электрического поля, обычно хорошо выполняется):

$$\begin{aligned}\beta &\approx -\frac{q}{x_0} \frac{1}{\epsilon_0(1-n)}, & \Omega_1 &\approx 2\hbar \epsilon_0 \sqrt{1-n}, \\ \gamma &\approx \frac{x_0}{q} \frac{\epsilon_0(1-n)}{b_\varphi}, & \Omega_2 &\approx 2\hbar \sqrt{\frac{b_\varphi}{2m_2}}, \\ m_1 &\approx \frac{1}{2} - \frac{q^2}{2x_0^2} \frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{1}{1-n} b_\varphi, & m_2 &\approx -\frac{1}{2} \frac{x_0^2}{q^2} (1-n).\end{aligned}\quad (11)$$

Уравнение (6) описывает два несвязанных между собой осциллятора. Решение такого уравнения тривиально. В частности, отклонение энергии частицы от равновесного значения в первом приближении по $\hbar$ будет

$$\Delta E_{k_1, k_2} = \hbar \omega_R \left(k_1 + \frac{1}{2}\right) - \hbar \omega_\Phi \left(k_2 + \frac{1}{2}\right), \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned}\omega_R &= \frac{\omega_0}{\epsilon_0} \sqrt{b_\epsilon \left(1 + \frac{b_\epsilon^2}{b_\epsilon^2} b_\varphi\right)} \approx \omega_0 \sqrt{1-n}, \\ \omega_\Phi &= \frac{\omega_0}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{b_\varphi}{2m_2}} \approx \omega_0 \sqrt{\frac{q e R_0 E_0^{max}}{x_0^2 E_0 (1-n)}}, \\ k_1, k_2 &= 0, 1, 2, \dots\end{aligned}$$

Знак минус в выражении (12) связан с тем, что эффективная масса продольного осциллятора m_2 оказывается отрицательной (см. (11)). Знак m_2 определяет знак b_φ ($b_\varphi < 0$), а это, в свою очередь, определяет выбор знака равновесной фазы $\left(\Phi_0 = \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$.

Волновые функции каждого из осцилляторов имеют хорошо известный вид

$$\Psi_{k_j}(Q_j) = \left(\frac{|m_j| |\Omega_j|}{\pi \hbar}\right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{2^k j k_j!}} e^{-\frac{|m_j| |\Omega_j|}{2\hbar} Q_j^2} H_{k_j}\left(Q_j \sqrt{\frac{|m_j| |\Omega_j|}{\hbar}}\right), \quad (13)$$

где $j = 1, 2$, H_k — полиномы Эрмита порядка k , и удовлетворяют условиям нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{k_l}(Q) \Psi_{k_j}(Q) dQ = \delta_{lj}.$$

* В этом решении мы не учитываем прохождение частиц через барьер (в силу почти классического характера потенциальной ямы по переменным Q_1, Q_2). Учет этого эффекта несколько сдвигает значение l : целым числом должна быть сумма $l + \nu$ ($\nu \ll l$), где ν — квазимпульс частицы в периодической потенциальной яме.

Решение уравнения (6), очевидно, имеет вид

$$U_{k_1, k_2}(\xi, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{Q_1, Q_2}(\xi, \varphi) \Psi_{k_1}(Q_1) \Psi_{k_2}(Q_2) dQ_1 dQ_2. \quad (14)$$

Преобразующая функция $\Psi_{Q_1, Q_2}(\xi, \varphi)$ является собственной функцией операторов Q_1 и Q_2 в (ξ, φ) -представлении

$$\Psi_{Q_1, Q_2}(\xi, \varphi) = \frac{1}{2\pi\beta} \exp \left[\frac{i}{\beta} \left(\xi\varphi - Q_1\varphi - Q_2\xi + Q_1Q_2 \frac{\gamma}{\gamma - \beta} \right) \right]. \quad (15)$$

Нормировочный множитель в ней выбран так, чтобы функции $U_{k_1, k_2}(\xi, \varphi)$ были ортонормированными

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{k_1, k_2}^*(\xi, \varphi) U_{k'_1, k'_2}(\xi, \varphi) d\xi d\varphi = \delta_{k_1, k'_1} \delta_{k_2, k'_2}. \quad (16)$$

Используя интегральное представление для полиномов Эрмита, можно найти явный вид функции $U_{k_1, k_2}(\xi, \varphi)$:

$$U_{k_1, k_2}(\xi, \varphi) = B(\xi, \varphi) \sum_{j=0}^{\min(k_1, k_2)} \binom{k_1}{j} \binom{k_2}{j} \rho^j j! H_{k_1-j} \left(\frac{\xi\sigma_1 - i\varphi\sigma_2 s}{\sqrt{1-s^2}} \right) \times \\ \times H_{k_2-j} \left(\frac{\varphi\sigma_2 - i\xi\sigma_1 s}{\sqrt{1-s^2}} \right),$$

где

$$B(\xi, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2^{k_1} k_1!} \sqrt{2^{k_2} k_2!}} \left(\frac{1}{\pi} \frac{\sigma_1 \sigma_2}{1+s^2} \right)^{1/2} \left(\frac{1-s^2}{1+s^2} \right)^{\frac{k_1+k_2}{2}} \times \\ \exp \left[-\frac{\xi^2}{2} \frac{\sigma_1^2}{1+s^2} - \frac{\varphi^2}{2} \frac{\sigma_2^2}{1+s^2} + i\varphi\xi \frac{\sigma_1 \sigma_2}{s} \left(2m_1 - \frac{1}{1+s^2} \right) \right], \\ \sigma_1 = \frac{1}{2m_1} \sqrt{\frac{m_1 \Omega_1}{\hbar}}, \sigma_2 = \frac{1}{2m_1} \sqrt{\frac{m_2 \Omega_2}{\hbar}}, s = 2\beta m_1 \sigma_1 \sigma_2, \rho = \frac{4is}{1-s^2}.$$

При проведении расчетов удобнее пользоваться непосредственно выражением (14).

Ереванский физический
институт

Поступила 31.VII.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Соколов, И. П. Клепиков, И. М. Тернов. ЖЭТФ, 23, 632 (1952); А. А. Соколов, И. М. Тернов. ЖЭТФ, 25, 698 (1953).
2. F. Gutbrod. Zs. Phys., 168, 177 (1962).
3. Ю. Ф. Орлов, С. А. Хейфец. ДАН СССР, 151, 318 (1963); ЖЭТФ, 45, 1225 (1963).
4. А. А. Соколов, И. М. Тернов, Ю. М. Лоскутов. Вестник МГУ, Физика и астрономия, 3, 101 (1964).
5. А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев. АЭ, 7, 549 (1959).

ՄԻՆԵՐՈՏՐՈՆՈՒՄ ԷԼԵԿՏՐՈՆԻ ՇԱՐԺՄԱՆ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ
ԱՎՏՈՑԱԶԱՅԱՅԻՆՈՂ ԴԱՇՏԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ:

1. ԱԼԻՔԱՅԻՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԸ

Ռ. Ա. ՄԵԼԻՔՅԱՆ, ՅՈՒ. Ֆ. ՕՐԼՈՎ, Ս. Ա. ԽԵՖԵՏ

Հետազոտվում է մասնիկի քվանտամեխանիկական շարժումը ոչ համասեռ հաստատուն մագնիսական դաշտում ավտոֆազայացնող էլեկտրամագնիսական ալիքի առկայության դեպքում: Գտնված են մասնիկի ալիքային ֆունկցիաները և էներգիայի սեփական արժեքները:

QUANTUM THEORY OF ELECTRON MOTION IN
A SYNCHROTRON TAKING INTO ACCOUNT AN AUTOPHASING
FIELD. I. WAVE FUNCTIONS

R. A. MELIKIAN, Yu. F. ORLOV, S. A. KHEIFETS

The quantum mechanical motion of particles in an inhomogeneous stationary magnetic field in the presence of running autophasing electromagnetic wave is investigated. The wave functions and particle energy eigenvalues are obtained.