Изв. АН Армянской ССР, Физика, 8, 12—19 (1973)

КОМПТОН-ЭФФЕКТ В СРЕДЕ ВБЛИЗИ ЧЕРЕНКОВСКОГО КОНУСА

Г. К. АВЕТИСЯН, С. Г. ОГАНЕСЯН

Рассматривается излучение заряженных частиц в поле плоской электромагнитной волны в среде с показателем преломления $n_0 > 1$ вблизи черенковского конуса. Показано, что даже в слабых полях вблизи некоторой критической точки происходит нелинейное рассеяние света. Найдено условие для многофотонного излучения частицы вблизи критической точки и черенковского конуса: необходимо, чтобы на каждой частоте излучалось много гармоник под разными углами.

Из-за эффекта отражения и захвата частицы волной Комптон-эффект в среде имеет место до некоторого критического значения поля. Выше этого значения излучение носит чисто тормозной характер и, следовательно, Комптон-эффект не имеет места.

1. В работах [1]—[2] было рассмотрено излучение релятивистского электрона в поле интенсивной электромагнитной волны в среде с показателем преломления $n > 1$. Из-за близости направления падающего излучения к черенковскому конусу в сечении рассеянного излучения появляется черенковский резонансный фактор, который приводит к нелинейному возрастанию сечения рассеяния света вблизи черенковского конуса. Однако такое рассмотрение оказывается неправильным из-за эффекта отражения и захвата частицы волной [3—7].

Оказывается, что в среде с показателем преломления $n_0 > 1$ при взаимодействии заряженной частицы с плоской электромагнитной волной, интенсивность которой превышает некоторое критическое значение, наступает своеобразная ситуация, когда „внешняя" (по отношению к волне) частица не в состоянии проникнуть в волну, а „внутренняя" — выйти из нее: происходит отражение и захват частицы волной. Причина этого явления обусловлена вынужденным черенковским поглощением и излучением: в критической точке продольная скорость частицы равняется фазовой скорости света, в результате чего она сразу поглощает из волны много черенковских фотонов. Такое многофотонное поглощение вблизи критической точки приводит к многофотонному излучению частицы на черенковском конусе даже в слабых полях, в отличие от случая вакуума, где сечения излучения гармоник обращаются в нуль при $\xi \ll 1$ [8]. Следовательно, теория возмущений в этом случае неприменима даже при слабых полях и резонансное поведение сечения рассеяния, полученное в [1—2], не имеет места.

В настоящей работе рассматривается Комптон-эффект в среде вблизи черенковского конуса при интенсивностях, близких к критическому. При $\xi = \xi_{кр}$ комптоновское излучение полностью является черенковским. Если интенсивность волны превышает критическое значение, то излучение носит чисто тормозной характер и не имеет места Комптон-эффект (частица отражается от фронта волны). Следовательно, ситуации, рассмотренные в [1 — 2], не имеют места при таких полях.

2. Интенсивность излучения заряженной частицы в среде в интервале частот $d\omega$ в телесный угол dO дается выражением

$$dI\omega = \frac{e^2 n(\omega)}{4\pi^2 c^3}\omega^2 d\omega dO \left| \int_{-\infty}^{+\infty} [\vec{\nu}\,\vec{v}] e^{i\vec{k}\,\vec{r}(t) - i\omega t} dt \right|^2, \tag{1}$$

где $n(\omega)$ — показатель преломления на частоте излучения ω, $\vec{\nu}$ — единичный вектор вдоль волнового вектора излучения, а $\vec{r}(t)$ — траектория частицы, которая в поле монохроматической волны циркулярной поляризации

$$E\nu = E_0 \cos \omega_0\left(t - n_0\frac{x}{c}\right),\ Ez = E_0 \sin\omega_0 \left(t - n_0\frac{x}{c}\right) \tag{2}$$

имеет вид

$$x(t) = v_x t,$$

$$y(t) = -\frac{ecA_0}{W}\frac{1}{\omega_0\left(1 - n_0\frac{v_x}{c}\right)} \cos \omega_0 \left(1 - n_0\frac{v_x}{c}\right) t, \tag{3}$$

$$z(t) = \frac{ecA_0}{W}\frac{1}{\omega_0\left(1 - n_0\frac{v_x}{c}\right)} \sin \omega_0 \left(1 - n_0\frac{v_x}{c}\right) t.$$

Здесь ω_0 — частота основной волны, n_0 — показатель преломления на этой частоте, а E_0 и $A_0 = \frac{cE_0}{\omega_0}$ — амплитуды напряженности электрического поля и векторного потенциала волны. Продольная скорость v_x и полная энергия частицы W даются выражениями [3 — 7]

$$v_x = cn_0 \frac{\left(1 - \frac{v_0}{cn_0}\right) - \sqrt{\left(1 - n_0\frac{v_0}{c}\right)^2 - (n_0^2 - 1)\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)\xi^2}}{n_0^2\left(1 - \frac{v_0}{cn_0}\right) - \sqrt{\left(1 - n_0\frac{v_0}{c}\right)^2 - (n_0^2 - 1)\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)\xi^2}}, \tag{4}$$

$$W = \frac{W_0}{n_0^2 - 1}\left\{ n_0^2\left(1 - \frac{v_0}{cn_0}\right) - \sqrt{\left(1 - n_0\frac{v_0}{c}\right)^2 - (n_0^2 - 1)\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)\xi^2} \right\} \tag{5}$$

(начальная скорость частицы v_0 и направление распространения волны совпадают с осью x).

В (4)и (5) перед корнем нужно брать только знак „минус“, поскольку мы находимся ниже критической точки (еще раз отметим, что выше критической точки Комптон-эффект не имеет места):

$$\xi \leqslant \xi_{\text{кр}} = \frac{\left|1 - n_0 \frac{v_0}{c}\right|}{\sqrt{(n_0^2 - 1)\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)}}, \quad \xi = \frac{eE_0}{mc\omega_0}. \tag{6}$$

Подставляя (3—5) в (1) и производя вычисления, для спектральной плотности излучения получим следующую формулу:

$$dI\omega = \frac{e^2 n(\omega)}{2\pi c} \frac{\omega^2}{\omega_0\left(1 - n_0 \frac{v_x}{c}\right)} \left\{ \frac{\left[n(\omega) \frac{v_x}{c} - \cos\theta \right]^2}{n^2(\omega)\sin^2\theta} I_s^2(z) + \right.$$

$$\left. + \xi^2 \left(\frac{mc^2}{W}\right)^2 I_s'^2(z) \right\} \delta \left[\frac{\omega\left[1 - n(\omega)\frac{v_x}{c}\cos\theta\right]}{\omega_0\left(1 - n_0\frac{v_x}{c}\right)} - s \right] d\omega dO, \tag{7}$$

где θ — угол между направлением излучения и осью x, а аргумент бесселевой функции есть

$$z = \xi \frac{mc^2}{W} \frac{\omega n(\omega)\sin\theta}{\omega_0\left(1 - n_0\frac{v_x}{c}\right)}. \tag{8}$$

Входящая в (7) δ-функция определяет закон сохранения

$$\omega = \frac{s\omega_0\left(1 - n_0\frac{v_x}{c}\right)}{1 - n(\omega)\frac{v_x}{c}\cos\theta}. \tag{9}$$

Прежде всего рассмотрим предельные случаи $\xi = 0$ и $\xi = \xi_{кр}$. Если в (7) устремить $\xi \to 0$, то интенсивность излучения будет отлична от нуля только для нулевой гармоники ($s = 0$). В этом случае закон сохранения (9) дает условие черенковского излучения $1 - n(\omega)\frac{v_x}{c}\cos\theta = 0$ и формула (7) переходит в формулу Тамма — Франка. Во втором предельном случае, при $\xi = \xi_{кр}$, продольная скорость частицы $v_x = \frac{c}{n_0}$ и (9) допускает отличные от нуля частоты излучения либо для бесконечно большой гармоники ($s = \infty$), либо при $1 - n(\omega)\frac{v_x}{c}\cos\theta = 0$. Легко видеть, что во втором случае интенсивность излучения обращается в нуль. Таким образом, при $\xi = \xi_{кр}$ излучаются только гармоники $s = \infty$ и интенсивность отлична от нуля при условии $z = s$, которое дает

$$1-\frac{\vec{k}\vec{v}_{кр}}{v}=0,\ \vec{k}=\vec{\nu}\, n(\omega)\frac{\omega}{c},$$

и опять (7) переходит в формулу Тамма — Франка для частицы ,движущейся со скоростью $v_{кр}>\frac{c}{n_0}$. В этом случае присутствует излучение и на основной частоте ω_0. Таким образом, только в предельных случаях $\xi=0$ и $\xi=\xi_{кр}$ комптоновское излучение полностью является черенковским, а в этом промежутке излучение является некоторой комбинацией комптоновского и черенковского.

Нас интересует нелинейное рассеяние в слабых полях ($\xi\ll 1$) которое возникает в результате многофотонного поглощения вблизи критической точки (или черенковского конуса с падающим излучением) В формуле интенсивности излучения нелинейность возникает при $z\sim s$ Из (8) и (9) видно, что приближаясь к критической точке сколь угодно близко $\left(\xi\to\xi_{кр},\ v_x\to\frac{c}{n_0}\right)$ и черенковскому конусу $1-n(\omega)\frac{v_x}{c}\cos\theta\simeq 0$, можно сделать z сколько угодно большим для больших гармоник. Найдем условия, при которых реально могут происходить многофотонные процессы в рассеянии.

Для этого представим (8) в явном виде, подставляя v_x и W из (4) и (5),

$$z=\frac{mc^2}{W_0}\frac{n(\omega)\,\omega\sin\theta}{\omega_0\left(1-n_0\frac{v_0}{c}\right)\sqrt{1-\xi^2/\xi_{кр}^2}}\,\xi. \tag{10}$$

Входящую сюда величину $\sin\theta$ нужно определить из условия $\theta\simeq\theta_ч$, где $\theta_ч$ —черенковский угол. На основной частоте ω_0 $\theta_ч\ll 1$, а на других частотах ω он может быть и не малым, в зависимости от дисперсии, и, следовательно, условия нелинейности будут разные. Поэтому рассмотрим отдельно излучение на основной частоте ω_0.

В этом случае можно разлагать $\sin\theta$ и $\cos\theta$ в ряд по степеням θ; с помощью (4) для θ получаем

$$\theta^2=2(s-1)\frac{n_0^2-1}{n_0^2}\times$$

$$\times\frac{\sqrt{\left(1-n_0\frac{v_0}{c}\right)^2-(n_0^2-1)\left(1-\frac{v_0^2}{c^2}\right)\xi^2}}{\left(1-\frac{v_0}{cn_0}\right)-\sqrt{\left(1-n_0\frac{v_0}{c}\right)^2-(n_0^2-1)\left(1-\frac{v_0^2}{c^2}\right)\xi^2}}. \tag{11}$$

Теперь с учетом (11) z будет иметь вид

$$z=\frac{mc^2}{W_0}\sqrt{n_0^2-1}\sqrt{2(s-1)}\frac{\xi}{\sqrt[4]{\left(1-n_0\frac{v_0}{c}\right)^2-(n_0^2-1)\left(1-\frac{v_0^2}{c^2}\right)\xi^2}}\times$$

$$\times \frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{v_0}{cn_0}\right)-\left(1-n_0\frac{v_0}{c}\right)\sqrt{1-\frac{\xi^2}{\xi^2_{кр}}}}}. \tag{12}$$

Рассмотрим конкретные случаи. Для нерелятивистских частиц для условия $\xi \sim \xi_{кр} \ll 1$ нужно иметь $n_0 \gg 1$, что не выполняется для реально существующих сред. Поэтому рассмотрим релятивистский случай. При этом если $n_0^2 - 1 = 1$ и $v_0 = \frac{c}{n_0}(1-\mu)$, где $\mu \ll 1$, имеем

$$\theta \simeq \sqrt{s-1}\sqrt[4]{\mu^2-\xi^2/2} \tag{13}$$

и

$$z \simeq \sqrt{s-1}\frac{\xi}{\sqrt[4]{\mu^2-\xi^2/2}}. \tag{14}$$

Условие нелинейности $(z \sim s)$ дает

$$\xi \simeq \sqrt{2}\left[\mu - \frac{2(s-1)^2}{s^4}\mu^3\right], \tag{15}$$

а угол излучения соответствующих гармоник будет

$$\theta \simeq \frac{\sqrt{2(s-1)}}{s}\mu. \tag{16}$$

Нужно отметить, что если иметь пучок частиц, то (15) накладывает довольно жесткое ограничение на разброс пучка по скоростям (расходимость $\Delta\mu \sim \xi^3$). Это обусловлено малостью черенковского угла на основной частоте; как мы увидим ниже, оно не возникает на других частотах излучения.

В ультрарелятивистском случае, если $n_0 = 1 + \eta$ $(\eta \ll 1)$, возможны два случая: $\mu \gg \eta$ и $\mu \ll \eta$. В первом случае $\xi_{кр} = \frac{1}{2}\sqrt{\mu/\eta} \gg 1$ и, следовательно, этот случай отпадает, поскольку для реальных лазерных полей $\xi \lesssim 1$. Рассмотрим второй случай. При $\mu \ll \eta$ $\xi_{кр} = \frac{1}{2}\frac{\mu}{\eta}$ и

$$\theta \simeq \sqrt{2(s-1)}\sqrt[4]{\mu^2-4\eta^2\xi^2}, \tag{17}$$

$$z \simeq 2\sqrt{(s-1)\eta}\frac{\xi}{\sqrt[4]{\mu^2-4\eta^2\xi^2}}. \tag{18}$$

Условие нелинейности в этом случае дает

$$\xi \simeq \frac{1}{2}\left[\frac{\mu}{\eta} - \frac{(s-1)^2}{s^4}\left(\frac{\mu}{\eta}\right)^3\right], \tag{19}$$

$$\theta \simeq \frac{\sqrt{s-1}}{s}\frac{\mu}{\eta}. \tag{20}$$

Как видно из (19), здесь также возникает жесткое ограничение на разброс пучка по скоростям.

Из условия $-1 \leqslant \cos\theta \leqslant 1$ получаем возможное число гармоник излучения на основной частоте ω_0

$$1 \leqslant s \leqslant \frac{1 + n_0 \dfrac{v_x}{c}}{1 - n_0 \dfrac{v_x}{c}},$$

которое в рассматриваемых случаях дает $1 \leqslant s \leqslant \dfrac{2}{\sqrt{\mu^2 - (n_0^2 - 1)(mc^2/E_0)^2 \xi^2}}$.

Поскольку $\mu \ll 1$, то имеется довольно широкий спектр по s. Нулевая гармоника $s = 0$, которая соответствует черенковскому излучению, на этой частоте излучаться не может, поскольку $v_x < c/n_0$. Первая гармоника ($s = 1$) излучается вперед ($\theta = 0$) и соответствует обычному линейному рассеянию. Отрицательные гармоники ($s = -1, -2, \cdots$) соответствуют аномальному рассеянию Комптона, найденному Франком [9].

Рассмотрим теперь излучение на других частотах $\omega \neq \omega_0$. Нулевая гармоника ($s = 0$) на этих частотах точно соответствует черенковскому излучению $\left(1 - n(\omega) \dfrac{v_x}{c} \cos\theta = 0\right)$, но интенсивность отличается от формулы Тамма—Франка из-за вращательного движения частицы внутри волны (влияние комптоновского излучения). Угол излучения в этом случае дается формулой

$$\cos\theta_ч \simeq \frac{n_0}{n(\omega)} \left[1 + \mu\sqrt{1 - \xi^2/\xi^2_{кр}}\right], \tag{21}$$

и в отличие от случая основной частоты уже не мал. Излучение той же частоты на других гармониках идет в области углов

$$\theta \simeq \theta_ч + \frac{n_0}{n(\omega)} \frac{s\omega_0}{\omega} \frac{\mu}{\sin\theta_ч} \sqrt{1 - \xi^2/\xi^2_{кр}} \tag{22}$$

в окрестности $\theta \sim \theta_ч$.

Условие нелинейности в этом случае дает

$$\xi \simeq \frac{W_0}{mc^2} \mu \frac{1}{\sqrt{(n_0^2 - 1) + n^2(\omega) \left(\dfrac{\omega}{s\omega_0}\right)^2 \sin^2\theta}} \tag{23}$$

и

$$\theta \approx \theta_ч + \frac{1}{\sin\theta_ч} \left[\cos\theta_ч - \frac{n_0}{n(\omega)}\right] \frac{s\omega_0}{\omega}. \tag{24}$$

В релятивистском случае при $n_0^2 - 1 = 1$ (23) определяет величину интенсивности, необходимую для многофотонного излучения, $\xi \sim \mu$, а

$$\theta \simeq \theta_ч + \frac{1}{\sin\theta_ч}\left[\cos\theta_ч - \frac{\sqrt{2}}{n(\omega)}\right]\frac{s\omega_0}{\omega}. \tag{25}$$

В ультрарелятивистском случае, если $n_0 = 1 + \eta$, это условие дает

$$\xi \simeq \frac{\mu}{\sqrt{2\eta}}\,\frac{s\omega_0}{n(\omega)\,\omega\,\sin\theta}\left[1 - \frac{\eta}{n^2(\omega)\sin^2\theta}\left(\frac{s\omega_0}{\omega}\right)^2\right] \tag{26}$$

и

$$\theta \simeq \theta_ч + \frac{1}{\sin\theta_ч}\left[\cos\theta_ч - \frac{1}{n(\omega)}\right]\frac{s\omega_0}{\omega}. \tag{27}$$

Как видно из (26), на частотах $\omega \neq \omega_0$ условие на разброс по скоростям частиц в случае пучка есть $\Delta\mu \sim \xi$ и малость ξ^3 (на частоте ω_0) здесь исчезает.

Из (9) получаем число гармоник излучения на этих частотах

$$\frac{\omega}{\omega_0}\left[1 - n(\omega)\frac{v_x}{c}\right] \Big/ \left(1 - n_0\frac{v_x}{c}\right) \leqslant s \leqslant \frac{\omega}{\omega_0}\left[1 + n(\omega)\frac{v_x}{c}\right] \Big/ \left(1 - n_0\frac{v_x}{c}\right).$$

В рассматриваемых случаях это условие дает

$$\frac{\omega}{\omega_0}\left[1 - \frac{n(\omega)}{n_0}\right] \Big/ \sqrt{\mu^2 - (n_0^2 - 1)\left(\frac{mc^2}{W_0}\right)^2} \leqslant s \leqslant$$

$$\leqslant \frac{\omega}{\omega_0}\left[1 + \frac{n(\omega)}{n_0}\right] \Big/ \sqrt{\mu^2 - (n_0^2 - 1)\left(\frac{mc^2}{W_0}\right)^2 \xi^2}.$$

Поскольку $\mu \ll 1$, опять имеется довольно широкий спектр по s.

Авторы выражают благодарность В. М. Арутюняну за постановку задачи и обсуждения.

Ереванский государственный университет Поступила 12.VII.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *R. M. More*. Phys. Rev. Lett., 16, 781 (1966).
2. *А. С. Дементьев* и др. ЖЭТФ, 62, 161 (1972).
3. *В. М. Арутюнян, Г. К. Аветисян*. Препринт ИФИ АН АрмССР, 01 (1971).
4. *В. М. Арутюнян, Г. К. Аветисян*. ДАН АрмССР, 52, 221 (1971).
5. *В. М. Арутюнян, Г. К. Аветисян*. Квантовая электроника, 7, 54 (1972).
6. *В. М. Арутюнян, Г. К. Аветисян*. Препринт ИФИ АН АрмССР, 03 (1971).
7. *В. М. Арутюнян, Г. К. Аветисян*. ЖЭТФ, 62, 1639 (1972).
8. *И. И. Гольдман*. ЖЭТФ, 46, 1412 (1964).
9. *И. М. Франк*. Ядерная физика, 7, 1100 (1968).

Հ. Կ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ, Ս. Գ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

ԿՈՄՊՏՈՆ-ԷՖԵԿՏԸ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ ՉԵՐԵՆԿՈՎՅԱՆ ԿՈՆԻ ՄՈՏ

Դիտարկված է լիցքավորված մասնիկների ճառագայթումը հարթ էլեկտրամագնիսական ալիքի դաշտում մեկից մեծ բեկման ցուցիչ ունեցող միջավայրում չերենկովյան կոնի մոտ։ Նույնիսկ թույլ դաշտերում կրիտիկական կետի մոտ տեղի է ունենում լույսի ոչ-գծային ցրում։

Գտնված են բազմաֆոտոն ճառագայթման պայմանները կրիտիկական կետի և չերենկովյան կոնի մոտ. ամեն մի հաճախության վրա ճառագայթվում են շատ հարմոնիկաներ տարբեր անկյունների տակ։

Ալիքի կողմից մասնիկների անդրադարձման և զավթման էֆեկտի պատճառով միջավայրում Կոմպտոն-էֆեկտը տեղի ունի մինչև դաշտի կրիտիկական արժեքը։ Կրիտիկականից մեծ լարվածության ալիքի դաշտում ճառագայթումը կրում է միմիայն արգելակային բնույթ և, հետևաբար, տեղի չունի Կոմպտոն-էֆեկտը։

THE COMPTON EFFECT IN THE ENVIRONMENT IN THE REGION OF THE CHERENCKOV CONE

H. K. AVETISIAN, S. G. HOVANESSIAN

The radiation of charged particles in the field of plain electromagnetic wave in the environment with the inpex of refraction $n>1$ in the region of Cherenckov cone is discussed.

In the region of critical point a non-linear scattering of light takes place even in weak fields ($\xi \ll 1$). The conditions of polyphotonic radiation of the particle in the region of the critical point and Cherenckov cone are found: at each frequency a number of harmonics are radiated at different angles.

Because of the effect of refraction and capture of the particle by the wave, Compton effect in the environment takes place up to the critical value of the field ($\xi < \xi_{сч}$). When $\xi > \xi_{сч}$, the radiation has a pure bremsstrahlung character.