

ИЗЛУЧЕНИЕ, ОБРАЗУЕМОЕ ЗАРЯДОМ ВБЛИЗИ БРЭГГОВСКИХ ЧАСТОТ В СТОПКЕ ПЛАСТИН

А. Л. АВАКЯН, Г. М. ГАРИБЯН, ЯН ШИ

Произведен анализ точных формул для переходного излучения, образованного в стопке пластин, вблизи брэгговских частот. Анализ производился в двух частных случаях: когда диэлектрическая постоянная пластин ϵ близка к единице, и когда она велика, но толщина каждой пластины мала. Доказано, что в обоих случаях имеются узкие и высокие максимумы, аналогичные найденным в непрерывной периодической среде методом двухволновой теории. Произведено сравнение формул, полученных для стопки и для непрерывной среды.

1. Введение

В работах [1, 2] была решена задача о возникновении рентгеновского переходного излучения при пролете ультрарелятивистской заряженной частицы через кристалл произвольной толщины. При этом в [1] фактически рассматривалась среда с одномерной периодичностью вдоль направления движения заряда и задача была решена точно в модели среды, состоящей из бесконечно тонких и неподвижных атомных плоскостей. В [2] задача о пролете заряженной частицы через трехмерный кристалл была решена методом, аналогичным двухволновому приближению динамической теории дифракции свободных рентгеновских лучей [3, 4] с учетом конечных размеров атомов и их тепловых колебаний. В этих работах было найдено, что в достаточно толстом кристалле вследствие взаимодействия проходящей и брэгговски отраженной волн возникают узкие и высокие максимумы вблизи брэгговских частот.

В [5] рассматривалось образование переходного излучения в произвольной непрерывной периодической среде со слабой неоднородностью. Задача решалась приближенно, с помощью „двухволновой“ теории возмущений. В результате было найдено, что аналогичные максимумы имеют место и в этом случае.

Кроме того, в [5] было показано, что если в [2] перейти к одномерной решетке, а в [5] считать среднюю диэлектрическую постоянную близкой к единице, то результаты обоих расчетов совпадают.

Метод двухволнового приближения, примененный в [2, 5], предполагает, что плотность электронов вещества или диэлектрическая постоянная среды как функция координат разложима в ряд Фурье и этот ряд можно почленно дважды дифференцировать. Такому требованию не удовлетворяет, в частности, система, состоящая из периодически расположенных отдельных пластин (стопка). В такой системе диэлектрическая постоянная является разрывной функцией координат и поэтому соответствующий ряд Фурье нельзя почленно дифференцировать.

С другой стороны, задача об образовании переходного излучения в стопке была решена точно (см., напр. [6]), безкаких-либо прибли-

жений. Однако анализ полученных формул вблизи брэгговских частот специально не проводился. Представляется естественным, что узкие и высокие максимумы, аналогичные найденным в [1, 2, 5], должны иметь место и в случае стопки пластин.

В настоящей работе производится такой анализ. Поскольку интересно сравнить точные формулы для стопки с формулами, полученными в [1, 2, 5], анализ будет проводиться в двух частных случаях: когда диэлектрическая постоянная пластины ϵ близка к единице, и когда она велика, но толщина каждой пластины мала, так что средняя диэлектрическая постоянная по стопке близка к единице.

2. Формулы точного решения для стопки пластин вблизи брэгговских частот

Воспользуемся тем видом формул точного решения, которые приведены в [6] для задачи об образовании переходного излучения при пролете заряженной частицы через стопку пластин. Преобразуем эти формулы, рассматривая их вблизи брэгговских частот $\omega_B = \pi c h / z_0$, где h — положительное целое число, не равное нулю, z_0 — период стопки, c — скорость света.

Пусть стопка состоит из N пластин, каждая из которых имеет толщину a , а расстояние между двумя соседними пластинами равно b , причем $a + b = z_0$. Диэлектрическая постоянная пластин $\epsilon \approx 1$.

Для величины, являющейся аргументом полиномов Чебышева, входящих в выражения для полей излучения (см. формулы (41) и (42) работы [6]), имеем

$$\zeta = \left[1 + \frac{(\epsilon - 1)^2}{16} \right] \cos \left[\lambda_0 z_0 + \frac{(\epsilon - 1) a \omega}{2c} \right] - \frac{(\epsilon - 1)^2}{16} \cos \left[\lambda_0 z_0 - \frac{(\epsilon - 1) a \omega}{2c} - 2 a \lambda_0 \right], \quad (1)$$

где $\lambda_0 = (\omega/c) \cos \vartheta$, ϑ — угол излучения.

При получении формулы (1) мы приняли во внимание, что $|\epsilon - 1| \ll 1$ и пренебрегли членами более высоких порядков малости.

Вблизи брэгговских частот, когда $\lambda_0 z_0 = h\pi(1 + \nu - \vartheta^2/2)$, $\nu = (\omega - \omega_B)/\omega_B$, $\nu \ll 1$, ζ можно представить в виде

$$\zeta = (-1)^h \cos y, \quad (2)$$

где $|y| \ll 1$. Разлагая обе части равенства по степеням малых величин ν , ϑ , $\epsilon - 1$ и y , получаем, что

$$y = \frac{h\pi}{2} (\Delta_2 - \Delta_1), \quad (3)$$

где

$$\Delta_{1,2} = \frac{1}{2} [2\nu - \vartheta^2 \mp \sqrt{(2\nu - \vartheta^2 + g_0)^2 - g h g h}], \quad (4)$$

$$g_0 = \frac{(\varepsilon - 1)a}{z_0}, \quad g_h = g_{\bar{h}} = g_0 \frac{\sin \lambda_0 a}{\lambda_0 a}. \quad (5)$$

Нетрудно видеть, что величины g_h и $g_{\bar{h}}$, определяемые формулой (5), представляют собой Фурье-компоненты диэлектрической постоянной среды, состоящей из стопки пластин, ибо

$$g_h = g_{\bar{h}} = \frac{1}{z_0} \int_{-z_0/2}^{z_0/2} [\varepsilon(z) - 1] \exp[i2\pi h z / z_0] dz,$$

где $\varepsilon(z) = \varepsilon$ при $|z| \leq a/2$, и $\varepsilon(z) = 1$ при $a/2 < |z| \leq z_0/2$. Что касается g_0 , то из приведенной формулы видно, что она связана со средней диэлектрической постоянной стопки: $g_0 = \bar{\varepsilon} - 1$.

Пользуясь формулами (2) и (3), для величин U_N и Q_N , входящих в формулы (41), (42) работы [6], получаем

$$U_N = (-1)^{hN} \frac{\sin[(N+1)h\pi(\Delta_2 - \Delta_1)/2]}{h\pi(\Delta_2 - \Delta_1)/2}, \quad (6)$$

$$Q_N = \frac{(-1)^{hN}}{2(\Delta_2 - \Delta_1)} Q \exp[i\omega z_0 N(\Delta_1 + \Delta_2)/2c], \quad (7)$$

где

$$Q = (2\Delta_2 + g_0) \exp[-i\omega l \Delta_2/c] - (2\Delta_1 + g_0) \exp[-i\omega l \Delta_1/c] \quad (8)$$

($l = Nz_0$). Для величин T , P' , P'' , N_1 , N_2 и g из работы [6] имеем

$$T = h^2 \pi^2 (\Delta_2 - \Delta_1 - 2v - (1 - \beta^2)) (\Delta_2 - \Delta_1 + 2v + 1 - \beta^2) / 4 = \frac{h^2 \pi^2}{4} \tilde{D}_p, \quad (9)$$

$$P' = -i \left(1 + \frac{g_0 z_0}{4a} \right) \frac{c^2 g_0 z_0}{\omega^2 \tilde{\gamma}_0} \exp[i(\omega/v - \lambda_0)a], \quad (10)$$

$$P'' = \frac{ig_0 g_h z_0^2 c^2 \exp[i\lambda_0 a]}{a \omega^2 \tilde{\gamma}_0 \left(\tilde{\gamma}_0 - \frac{g_0 z_0}{a} \right)}, \quad (11)$$

$$N_1 = (-1)^h \exp \left[-ih\pi \left(v - \frac{\beta^2}{2} + \frac{g_0}{2} \right) \right], \quad (12)$$

$$N_2 = \frac{ig_0 z_0}{2a} \sin \lambda_0 a \left[1 - \frac{g_0 z_0}{2a} \left(1 - \frac{\lambda_0 a \cos \lambda_0 a}{\sin \lambda_0 a} \right) \right] \exp[-i\lambda_0 b], \quad (13)$$

$$g = \frac{2 + g_0 z_0 / 2a}{\lambda_0}, \quad \tilde{\gamma}_0 = 1 - \beta^2 + \beta^2, \quad (14)$$

где $\beta = v/c$, v — скорость заряженной частицы.

Подставляя выражения (6)–(14) в формулы (41), (42) работы [6], после некоторых вычислений получаем

$$\begin{aligned}
 E'_{N, l}(\vec{k}, N) = & - \frac{e i x (g_0 z_0 / a) c^2 \exp [i (\omega / v - \lambda_0) l]}{2 \pi^2 \omega^2 \tilde{\eta}_0 (\tilde{\eta}_0 - g_0 z_0 / a) Q} \times \\
 & \times \left\{ (g_0 - \tilde{\eta}_0 a / z_0) (\exp [-i \omega l \Delta_2 / c] - \exp [-i \omega l \Delta_1 / c]) - \right. \\
 & - \frac{(g_0 - \tilde{\eta}_0 a / z_0) (\tilde{\eta}_h - g_0) + g_h g_{\bar{h}}}{\tilde{D}_p} \left[2 (\Delta_2 \exp [-i \omega l \Delta_2 / c] - \Delta_1 \exp [-i \omega l \Delta_1 / c]) + \right. \\
 & + \tilde{\eta}_0 (\exp [-i \omega l \Delta_2 / c] - \exp [-i \omega l \Delta_1 / c]) - 2 (\Delta_2 - \Delta_1) \times \\
 & \times \exp \left[-i \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_0 + \frac{\omega}{c} (\Delta_1 + \Delta_2) \right) l \right] \left. \right\}, \quad (15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E''_{o, l}(\vec{k}, N) = & - \frac{e i x (g_0 z_0 / a) g_h c^2}{2 \pi^2 \omega^2 \tilde{\eta}_0 (\tilde{\eta}_0 - g_0 z_0 / a) Q} \times \\
 & \times \left\{ \exp [-i \omega l \Delta_2 / c] - \exp [-i \omega l \Delta_1 / c] - \frac{\tilde{\eta}_0 (z_0 - a) / z_0}{\tilde{D}_p} \times \right. \\
 & \times \left[2 (\Delta_2 \exp [-i \omega l \Delta_2 / c] - \Delta_1 \exp [-i \omega l \Delta_1 / c]) + \tilde{\eta}_h (\exp [-i \omega l \Delta_2 / c] - \right. \\
 & - \exp [-i \omega l \Delta_1 / c]) - 2 (\Delta_2 - \Delta_1) \exp \left[i \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_0 \right) l \right] \left. \right\}, \quad (16)
 \end{aligned}$$

где $\tilde{\eta}_h = \vartheta^2 - (1 - \beta^2) - 4\nu$.

Отметим еще раз, что при получении формул (15), (16) мы считали $|g_0 z_0 / a| \ll 1$. При переходе к модели бесконечных тонких пластин с сохранением средней плазменной частоты последнее условие нарушается и мы должны иначе производить разложение, считая теперь малым $a/z_0 g_0$. Однако из-за того, что при таком разложении оказывается, что формулы (6)–(9) остаются прежними, выражения для $E'_{N, l}(\vec{k}N)$ и $E''_{o, l}(\vec{k}N)$ в модели бесконечно тонких пластин, обладающих большой диэлектрической постоянной, получаются такие, как если формально в формулах (15) и (16) устремить a к нулю.

3. Формулы динамической теории для одномерной периодической среды

Для сравнения приведем формулы в случае, когда заряженная частица проходит через среду, имеющую одномерную периодическую структуру вдоль направления движения частицы (оси z). Их можно получить из общих формул работы [2], если положить в них $K_{\perp h} = 0$.

При этом, поскольку $\vec{v}[\vec{k} \times \vec{k}_h] = 0$, все электрические поля имеют только компоненты параллельной поляризации. Кроме того, реализуется только случай Брэгга с отражением почти точно назад, так как $2\theta_B = \pi$.

Имея все это в виду, из формул (26) и (25) работы [2] после замены индекса h на p и g_{oh} на $-g_{oh}$, а также пользуясь формулой (29) той же работы, для амплитуды поля излучения, испускаемого вперед по направлению движения заряда, получаем

$$E^{\text{век}} = - \frac{8\pi^2 e i \kappa c^2}{\omega^2 v \tilde{\eta}_0 Q} \left\{ g_0 (\exp[-i\omega l \Delta_2/c] - \exp[-i\omega l \Delta_1/c]) - \right. \\ \left. - \frac{g_0(\tilde{\eta}_h - g_0) + g_h g_{\bar{h}}}{\tilde{D}_p} \left[2(\Delta_2 \exp[-i\omega l \Delta_2/c] - \Delta_1 \exp[-i\omega l \Delta_1/c]) + \right. \right. \\ \left. \left. + \tilde{\eta}_0 (\exp[-i\omega l \Delta_2/c] - \exp[-i\omega l \Delta_1/c]) - \right. \right. \quad (17) \\ \left. \left. - 2(\Delta_2 - \Delta_1) \exp \left[-i \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_0 + \frac{\omega}{c} (\Delta_1 + \Delta_2) \right) l \right] \right\} \exp \left[i \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_0 \right) l \right].$$

Здесь $g_0 = g_{00} = g_{hh}$, $g_h = g_{ho}$ и связаны с Фурье-компонентами диэлектрической постоянной среды, периодически зависящей от координаты z , l — общая толщина среды вдоль направления z , $\vec{\kappa}$ — поперечная составляющая волнового вектора $\vec{k}$.

Для амплитуды поля излучения, испускаемого назад, из указанных формул работы [2] получаем

$$E_h^{\text{век}} = \frac{8\pi^2 e i \kappa g_h c^2}{\omega^2 v \tilde{\eta}_0 Q} \left\{ \exp[-i\omega l \Delta_2/c] - \exp[-i\omega l \Delta_1/c] - \right. \\ \left. - \frac{\tilde{\eta}_0}{\tilde{D}_p} \left[2(\Delta_2 \exp[-i\omega l \Delta_2/c] - \Delta_1 \exp[-i\omega l \Delta_1/c]) + \tilde{\eta}_h (\exp[-i\omega l \Delta_2/c] - \right. \right. \\ \left. \left. - \exp[-i\omega l \Delta_1/c]) - 2(\Delta_2 - \Delta_1) \exp \left[i \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_0 \right) l \right] \right] \right\}. \quad (18)$$

Подчеркнем, что все вышеприведенные формулы справедливы для ультрарелятивистских частиц, таких, что $1 - \beta^2 \ll 1$, и для той области частот, когда средняя диэлектрическая постоянная близка к единице, т. е. $|g_0| \ll 1$.

Кроме того, следует иметь в виду, что из-за различной нормировки при разложении в интеграл Фурье при сравнении формул (17) и (18) с формулами (15) и (16) последние необходимо предварительно умножить на $(2\pi)^4/v$.

4. Обсуждение

Рассмотрим формулы (15) и (16). Будем считать, что величины g_0 , g_h и $g_{\bar{h}}$ обладают небольшими мнимыми частями: $g_0 = g'_0 + i g''_0$, $g_h = g'_h + i g''_h$ и $g_{\bar{h}} = g'_{\bar{h}} + i g''_{\bar{h}}$.

Тогда при $Re \tilde{D}_p = 0$ или

$$\nu = \nu_0 = \frac{1}{4} \left[\vartheta^2 - (1 - \beta^2) - g'_0 - \frac{g'_h g'_{\bar{h}}}{1 - \beta^2 + \vartheta^2 - g'_0} \right] \quad (19)$$

амплитуды полей (15) и (16) будут велики. Другими словами, при $\nu = \nu_0$ имеется острый максимум излучения, аналогичный „динамическому максимуму“, найденному в [2].

Ширина $\Delta \nu$ этих максимумов определяется из условия $Re \tilde{D}_p = Im \times \times \tilde{D}_p$, откуда $\Delta \nu = |Im \{g_0 + g_h g_{\bar{h}} (\tilde{\eta}_0 - g_0)^{-1}\}| \Gamma/4$. Отношение амплитуд поля излучения, испускаемого вперед в максимуме и вне максимума (т. е. $|\nu - \nu_0| \gg \Delta \nu$), по порядку величины равно

$$\frac{\tilde{\eta}_0 g_h g_{\bar{h}}}{[(\tilde{\eta}_0 - g_0)^2 + g_h g_{\bar{h}}] g''_0 - (g'_h g'_{\bar{h}} + g''_h g''_{\bar{h}}) (\tilde{\eta}_0 - g_0)} \quad (20)$$

Это отношение максимально и имеет порядок g'_0/g''_0 при $\tilde{\eta} \sim |g_0|$. Если $\tilde{\eta}_0 \gg |g_0|$, указанное отношение имеет порядок $(g'_0)^2/\tilde{\eta}_0 g''_0$, в то время как если $\tilde{\eta}_0 \ll |g_0|$, то оно порядка $\tilde{\eta}_0/g''_0$. При этом мы считали, что g_0 , g_h и $g_{\bar{h}}$ — величины одного и того же порядка. Отсюда следует, что динамические максимумы наиболее ярко выражены в районе граничной частоты $\omega \sim \omega_{гр} = \omega_0/(1 - \beta^2)^{1/2}$, в то время как вдали от нее они постепенно исчезают, сливаясь с обычным переходным излучением.

Что касается амплитуды поля излучения, испускаемого назад в динамическом максимуме, то она по порядку величины примерно равна амплитуде поля излучения, испускаемого вперед в том же максимуме.

Сравним теперь формулы (15) и (16), полученные для стопки пластин, с формулами (17) и (18), полученными для непрерывной периодической среды. Вблизи динамических максимумов эти формулы различаются. А именно, когда $(\tilde{\eta}_h - g_0) \tilde{\eta}_0 |\tilde{D}_p| \gg 1$, формулы (15) и (17) отличаются фактором $g_0(z_0 - a)/a \tilde{\eta}_0 - g_0 z_0$. На тот же фактор отличаются и формулы (16) и (18) вблизи максимума $Re \tilde{D}_p = 0$.

Вместе с тем заметим, что вне максимумов, когда $|\nu - \nu_0| \gg \Delta \nu$, формулы (15) и (17) совпадают при $1 - \beta^2 \gg |g_0|$ и $1 - \beta^2 \ll |g_0|$. При еще больших отклонениях ν , таких, что $|\nu| \gg |g_0|$, $1 - \beta^2$, формулы (15) и (17) совпадают полностью.

Несколько иное положение дела имеет место в случае излучения, испускаемого назад. Вне динамических максимумов формулы (16) и (18) совпадают только при $1 - \beta^2 \ll |g_0|$. В случае же $1 - \beta^2 \gg |g_0|$ формула (16) по порядку величины имеет дополнительный фактор $\tilde{g}_0/\gamma_0$ по сравнению с формулой (18).

При этом необходимо еще иметь в виду, что величина g_h , а также $g_{\tilde{h}}$, в рассматриваемых двух различных моделях сред по разному зависят от числа h , являющегося порядком отражения и равного отношению периода среды к половине длины волны излучения. При больших h эти величины могут значительно отличаться друг от друга.

Тот факт, что формулы (15) и (16) не совпадают в точности с формулами (17) и (18) в динамических максимумах, вполне естественен, так как возникновение динамических максимумов является тонким эффектом, на котором не может не сказаться конкретная структура среды.

Полное совпадение формул для излучения, испускаемого вперед, вдали от брэгговских частот, т. е. при $|v| \gg |g_0|, 1 - \beta^2$, связано с тем, что в этом случае существенна только средняя диэлектрическая постоянная среды и поэтому конкретная структура среды не играет роли. Действительно, в этом можно убедиться, если преобразовать точную формулу для стопки пластин вдали от брэгговских частот. В этом случае получается известная формула (см., напр., формулу (5) работы [7]), выражающая интенсивность переходного излучения через параметры пластин и стопки. Если считать, что длина волны излучения порядка периода стопки, то можно увидеть, что упомянутая формула переходит в формулу для интенсивности переходного излучения, образуемого на одной пластине со средней диэлектрической постоянной. Что касается окрестности брэгговских частот вне динамических максимумов, то эта область является промежуточной между отмеченными двумя областями, поэтому совпадение формул имеет место почти везде за исключением случая $1 - \beta^2 \sim |g_0|$.

В случае излучения, испускаемого назад, совпадение по порядку величин формул вблизи динамических максимумов в районе граничной частоты для одной и другой моделей среды связано с тем, что физическим механизмом, приводящим к возникновению таких максимумов, является брэгговское отражение, для которого существенно только наличие периодичности среды. Однако вдали от брэгговских частот механизмом образования излучения, испускаемого назад, является обычное отражение, для которого наличие резких или размытых границ существенно, и поэтому соответствующие формулы отличаются друг от друга.

Как было отмечено выше в связи с анализом выражения (20), динамические максимумы исчезают в области частот, больших граничной частоты. Этот факт имеет место не только для стопки пластин, но и в общем случае трехмерной периодической среды,

как в этом можно убедиться из формул работы [2]. К этому результату можно придти также исходя из следующих наглядных соображений. Для этого вспомним, что в двухволновом приближении динамической теории для свободного излучения волновые векторы падающей и рассеянной волн должны находиться вблизи сферы Эвальда в слое с толщиной порядка $\omega|n-1|/c$, где n — эффективный показатель преломления, который в области рентгеновских частот весьма близок к единице. С другой стороны, в нашей задаче волновой вектор падающей волны в принципе всегда больше радиуса сферы Эвальда ω/c , так как компонента волнового вектора поля заряда в направлении его движения уже равна ω/v . Поэтому двухволновое приближение может реализоваться только в случае ультрарелятивистских частиц, когда разность $\omega/v - \omega/c$ меньше $\omega|n-1|/c$, или, другими словами, частота излучения должна быть порядка или меньше граничной частоты.

Ереванский физический институт

Поступила 7.X.1972

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Г. М. Гарибян, М. М. Мурадян, Ян Ши. Изв. АН АрмССР, Физика, 7, 188 (1972).
2. Г. М. Гарибян, Ян Ши. ЖЭТФ, 63, 1198 (1972).
3. W. H. Zachariasen. Theory of X-ray Diffraction in Crystals, N. Y., 1967.
4. B. W. Batterman. Rev. Mod. Phys., 36, 681 (1964).
5. Г. М. Гарибян, Ян Ши. Науч. сообщ. Ереванского физического ин-та, ЕФИ-16 (73).
6. В. А. Аракелян, Г. М. Гарибян. Изв. АН АрмССР, Физика, 4, 339 (1969).
7. Г. М. Гарибян. ЖЭТФ, 60, 39 (1971).

ԹԻԹԵՂՆԵՐԻ ՇԵՐՏՈՒՄ ԼԻՑԻԱ ԱՌԱՋԱՑՐԱՄ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ԲՐԵԳԻ ՀԱՃԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄՈՏ

Ա. Լ. ԱՎԱԳՅԱՆ, Գ. Մ. ՂԱՐԻԲՅԱՆ, ՅԱՆ-ՇԻ

Կատարված է թիթեղների շերտում առաջացած անցումային ճառագայթման ճշգրիտ բանաձևերի վերլուծություն Բրեգի հաճախությունների մոտ Վերլուծությունը կատարված է երկու մասնավոր դեպքերի համար, երբ դիէլեկտրիկ հաստատունը մոտ է մեկին և երբ այն մեծ է, բայց յուրաքանչյուր թիթեղի հաստությունը փոքր է: Ստացված է, որ երկու դեպքում էլ առաջանում են նեղ և բարձր մաքսիմումներ, ինչպիսիք գտնված էին անընդհատ պարբերական միջավայրում երկալիքային տեսության մեթոդով: Կատարված է թիթեղների շերտի և անընդհատ միջավայրի համար ստացված բանաձևերի համեմատություն:

RADIATION GENERATED IN A STACK OF PLATES BY A CHARGE IN THE VICINITY OF BRAGG FREQUENCIES

A. L. AVAKIAN, G. M. GARIBIAN, C. YANG

The exact formulae for the transition radiation generated in a stack of plates in the vicinity of Bragg frequencies are analyzed. Two special cases have been considered: 1) the dielectric constant of the plate close to unity; 2) it is large, but the

thicknesses of plates are small. In both cases narrow but high peaks have been proved to exist analogous to ones found in the continuous periodic medium by the method of two-wave theory.

The formulae for the stack and the continuous medium are compared.