

СОБСТВЕННЫЕ РАЗМЕРНО-КВАНТОВАННЫЕ
ПОЛУПРОВОДНИКИ В ПОЛЕ СИЛЬНОЙ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Г. М. АРУТЮНЯН

В работе рассматривается взаимодействие сильной классической электромагнитной волны с полупроводниковыми пленками. В приближении резонансности задача допускает точное решение. С учетом зонной структуры получены точные волновые функции и спектр электронов. Характерной чертой энергетического спектра является наличие зависящей от поля и размера квантования „анизотропной“ щели, расположенной при некотором резонансном импульсе p_0 . Показано, что при $p < p_0$ имеется инверсная населенность.

Как известно [1, 2], пространственная ограниченность полупроводящих пленок приводит к возможности наблюдения в них квантовых размерных эффектов (КРЭ). При этом энергия электрона характеризуется двумерным волновым продольным вектором \vec{k} и квантовым числом n , пробегающим дискретный ряд значений. Ось z выбирается по нормали к пленке, а положение электрона задается радиус-вектором $\vec{\rho}$ в плоскости пленки и координатой z .

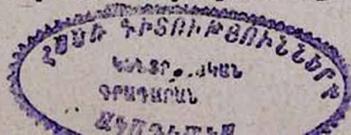
В работе [3] были найдены энергетический спектр и волновые функции электронов в поле сильной классической электромагнитной волны вблизи резонанса. При этом использовалась модель свободного электронного газа и зонная структура энергетического спектра не учитывалась.

Волновые функции и энергетический спектр электронов с учетом зонной структуры и КРЭ для невозмущенной задачи запишутся в виде („v“ — валентная зона, „с“ — зона проводимости):

$$\begin{aligned} \Phi_{n, \vec{k}}^v &= U_{\vec{k}}^v(\vec{\rho}) e^{i\vec{k}\vec{\rho}} \chi_n(z), \quad \chi_n = \left(\frac{2}{d}\right)^{1/2} \sin \frac{\pi n}{d} z, \\ \Phi_{m, \vec{k}}^c &= U_{\vec{k}}^c(\vec{\rho}) e^{i\vec{k}\vec{\rho}} \chi_m(z), \quad \chi_m = \left(\frac{2}{d}\right)^{1/2} \sin \frac{\pi m}{d} z, \\ &(m, n = 1, 2, 3 \dots) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} E_{n, \vec{k}}^v &= -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\vec{k}^2 + \frac{\pi^2 n^2}{d^2} \right), \\ E_{m, \vec{k}}^c &= \frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\vec{k}^2 + \frac{\pi^2 m^2}{d^2} \right) + \Delta. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь функции $U_{\vec{k}}^{c,v}$ зависят от зонных индексов и в отличие от случая бесконечной среды характеризуются двумерной трансляционной



инвариантностью; d — толщина пленки, Δ — ширина запрещенной зоны без учета КРЭ, и для простоты выкладок положено $m_c = m_v = m^*$.

Пусть на полупроводящую пленку падает электромагнитная волна, распространяющаяся по оси z с частотой Ω , такой, что

$$\hbar\Omega = E_{m,k}^c - E_{n,k}^v - \hbar\varepsilon, \quad (3)$$

где расстройку резонанса ε можно брать как положительной, так и отрицательной.

Воспользовавшись соотношением $\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ и выбрав напряженность волны в виде $\vec{E}_{\vec{p}} = \vec{E}_{\vec{p}}^0 \sin(\Omega t - s_z z)$, для векторного потенциала получим

$$\vec{A}_{\vec{p}} = \vec{A}_{\vec{p}}^0 \cos(\Omega t - s_z z). \quad (4)$$

Здесь s_z — волновой вектор фотона, которым, однако, нельзя пренебречь в случае КРЭ, так как одноэлектронные функции χ_n и χ_m не соответствуют состоянию с определенным импульсом, а соответствующие волновые числа $\pi n/d$ и $\pi m/d$, приближенно характеризующие электронные состояния, могут быть порядка самого s_z [4].

С учетом (4) гамильтониан системы в поле излучения запишется в виде

$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*} \left(\vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 = \hat{H}_0 + \frac{ie\hbar \vec{E}_{\vec{p}}^0}{m^* \Omega} \cos(\Omega t - s_z z) \frac{\partial}{\partial \vec{p}}, \quad (5)$$

где $\vec{p} = \hbar \vec{k}$, $\hat{H}_0 = \vec{p}^2 / 2m^*$ — гамильтониан невозмущенной системы. При получении (5) мы пренебрегли членом, пропорциональным $|\vec{A}|^2$ вблизи резонанса, как это обычно делается (см., напр. [5, 6]). По определению

$$\hat{H}_0 \Phi_{n,k}^v = E_{n,k}^v \Phi_{n,k}^v, \quad (6)$$

$$\hat{H}_0 \Phi_{m,k}^c = E_{m,k}^c \Phi_{m,k}^c.$$

Решение уравнения Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H} \Psi \quad (7)$$

будем искать в виде [6]

$$\Psi = a(t) \Phi_{n,k}^v e^{-\frac{i}{\hbar} E_{n,k}^v t} + b(t) \Phi_{m,k}^c e^{-\frac{i}{\hbar} E_{m,k}^c t + i\varepsilon t}. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (7) и воспользовавшись (6) и приближением резонансности $\varepsilon \ll \frac{1}{\hbar} (E_{m,k}^c - E_{n,k}^v)$, будем иметь

$$\begin{aligned} \frac{da(t)}{dt} &= \frac{ie}{2\hbar\Omega} \left(\vec{E}_{\rho}^{\circ} \cdot \vec{v}_{cv} \right) F_{n,s_z}^* b(t), \\ \frac{db(t)}{dt} + i\varepsilon b(t) &= \frac{ie}{2\hbar\Omega} \left(\vec{E}_{\rho}^{\circ} \cdot \vec{v}_{cv} \right) F_{n,s_z}^m a(t). \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь \vec{v}_{cv} — междузонный матричный элемент, определяемый аналогично [5, 7],

$$\vec{v}_{cv} = \frac{1}{m^*} \int \vec{U}_{\rho}^c(\rho) \vec{p} U_{\rho}^v(\rho) d\rho, \quad (\vec{v}_{cv} = v_{vc}). \quad (10)$$

Существенно, что выражение F_{n,s_z}^m [4] отлично от нуля благодаря наличию фотонного импульса по оси z ,

$$F_{n,s_z}^m = \int_0^d \chi_n \chi_m e^{is_z z} dz = \frac{4\pi^2 imns_z d [(-1)^{m+n} e^{is_z d} - 1]}{[\pi^2 (n+m)^2 - s_z^2 d^2][\pi^2 (n-m)^2 - s_z^2 d^2]}. \quad (11)$$

Система (9) допускает решение типа $e^{-\frac{i}{\hbar} \lambda t}$, где возможные значения λ следующие:

$$\lambda_{1,2} = \frac{\hbar\varepsilon}{2} (1 \mp \sqrt{1 + \xi}), \quad (12)$$

а безразмерный параметр интенсивности ξ определяется соотношениями

$$\xi = \frac{4|a|^2}{\varepsilon^2}, \quad |a|^2 = \left| \frac{e \left(\vec{E}_{\rho}^{\circ} \cdot \vec{v}_{cv} \right)}{2\hbar\Omega} F_{n,s_z}^m \right|^2. \quad (13)$$

Выражение $|a|^2$ имеет размерность квадрата частоты и характеризует междузонные переходы с учетом КРЭ. При выключении поля ($\xi \rightarrow 0$) $\lambda_1 \rightarrow 0$, а $\lambda_2 \rightarrow \hbar\varepsilon$; поэтому λ_1 соответствует „сдвигу“ пленочного уровня в „ v “-зоне, а λ_2 — в „ c “-зоне.

С учетом внешнего поля новые значения энергии запишутся в виде

$$E_{n,k}^v(\xi) = E_{n,k}^v + \lambda_1, \quad E_{m,k}^c(\xi) = E_{m,k}^c + \lambda_2 - \hbar\varepsilon. \quad (14)$$

При $\lambda = \lambda_{1,2}$ из (9) следует

$$\begin{aligned} \Psi_{n,k}^v &= c_0 \left\{ \Phi_{n,k}^v e^{-\frac{i}{\hbar} E_{n,k}^v t} - \frac{1 - \sqrt{1 + \xi}}{\sqrt{\xi}} \Phi_{m,k}^v e^{-\frac{i}{\hbar} E_{m,k}^c t + i\varepsilon t} \right\} e^{-\frac{i}{\hbar} \lambda_1 t}, \\ \Psi_{m,k}^c &= c_0 \left\{ \frac{1 - \sqrt{1 + \xi}}{\sqrt{\xi}} \Phi_{n,k}^v e^{-\frac{i}{\hbar} E_{n,k}^v t} + \Phi_{m,k}^c e^{-\frac{i}{\hbar} E_{m,k}^c t + i\varepsilon t} \right\} e^{-\frac{i}{\hbar} \lambda_2 t}, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$|c_0|^2 = \frac{1 + \sqrt{1 + \xi}}{2\sqrt{1 + \xi}} \quad (16)$$

определяется из условия нормировки волновых функций. Нетрудно убедиться, что новые волновые функции (15) ортонормированы и при $\xi \rightarrow 0$ выражения (14) и (15) переходят в свои невозмущенные значения (1) и (2).

Для реального перехода нужно, чтобы выполнялось условие $\hbar\Omega > E_{m,k}^c - E_{n,k}^v$, поэтому в (3) положим $\varepsilon < 0$. С учетом этого обстоятельства для спектра электронов „ v “ и „ c “-зон из (3), (12) и (14) окончательно будем иметь:

$$E_{n,k}^v(\xi) = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* d^2} (m^2 - n^2) + \Delta - \hbar\Omega \right] - \sqrt{\left[\frac{\hbar^2}{2m^*} (k^2 - k_0^2) \right]^2 + \hbar^2 |a|^2}, \quad (17)$$

$$E_{m,k}^c(\xi) = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* d^2} (m^2 - n^2) + \Delta + \hbar\Omega \right] + \sqrt{\left[\frac{\hbar^2}{2m^*} (k^2 - k_0^2) \right]^2 + \hbar^2 |a|^2},$$

$$k_0^2 = \frac{m^* (\hbar\Omega - \Delta)}{\hbar^2} - \frac{\pi^2 (m^2 + n^2)}{2d^2}. \quad (18)$$

Резюмируя, можно сказать, что влияние сильной волны в условиях насыщения в поглощении приводит в размерно-квантованном спектре к новым стационарным состояниям с характерной щелью $2\hbar a$, зависящей от напряженности поля и размера квантования и расположенной вблизи резонансного импульса $p_0 = \hbar k_0$, который определяется условием $\hbar\varepsilon(p_0) = 0$ (см. рис. 2). Для сравнения на рис. 1 показан спектр „ c “-и „ v “-электронов в условиях КРЭ в отсутствии внешнего переменного поля.

В состоянии насыщения распределение электронов описывается функцией Ферми, зависящей от энергий (17) и (18), [7]. Распределе-

ние электронов по зонам при температуре, равной нулю, представляет

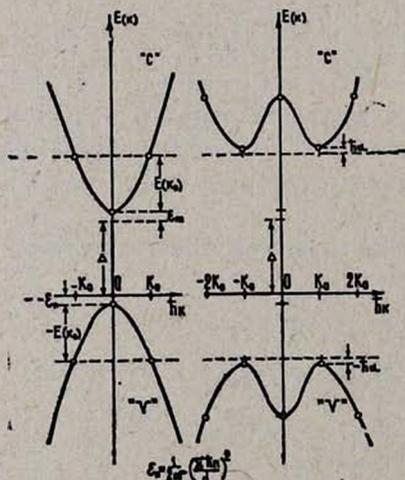


Рис. 1.

Рис. 2.

собой ступеньку, размытую вблизи p_0 на ширину $\Delta p \sim \frac{m^* \hbar \alpha}{p_0}$. В „с“-зоне заполнены состояния с $p < p_0$ а в „v“-зоне — с $p > p_0$, т. е. при $p < p_0$ имеется инверсная населенность. О ступеньке имеет смысл говорить при $p_0^2 \gg 2m^* \hbar \alpha$.

В заключение выражаю благодарность В. С. Сардаряну за критические замечания и внимание к работе.

Институт физических исследований
АН АрмССР

Поступила 1.VII.1972

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. В. Сандомирский. ЖЭТФ, 52, 158 (1967).
2. Н. С. Рытова. ФТТ, 8, 1725 (1966).
3. Г. М. Арутюнян, А. О. Азизян. Изв. АН АрмССР, Физика, 7, 210 (1972).
4. В. Г. Колян, В. С. Кресин. ФТТ, 11, 3230 (1969).
5. Н. Г. Басов, А. Э. Грасюк, И. Г. Зубарев, В. А. Катулин, О. Н. Крохин. ЖЭТФ, 50, 551 (1966).
6. В. М. Арутюнян, Е. Г. Канецян, В. О. Чалтыкян, ЖЭТФ, 52, 908 (1972).
7. В. М. Галицкий, С. П. Гореславский, В. Ф. Елесин. ЖЭТФ, 57, 207 (1969).

ՔՎԱՆՏԱՑՎԱԾ ՍԵՓԱԿԱՆ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴԻԶՆԵՐԸ ՈՒԺԵՂ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԱՒԻՔԻ ԴԱՇՏՈՒՄ

Գ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Դիտարկվում է ուժեղ կլասիկ էլեկտրամագնիսական ալիքի փոխազդեցությունը կիսահաղորդչային թաղանթների հետ: Խնդիրը թույլատրում է ճշգրիտ լուծում, ռեզոնանսային մոտավորությունը:

Ի նկատի ունենալով կիսահաղորդչի զոնային կառուցվածքը, ստացված են էլեկտրոնների ճշգրիտ ալիքային ֆունկցիաները և էներգետիկ սպեկտրը: Էներգետիկ սպեկտրի ընտրող գիծը հանդիսանում է դաշտից և թաղանթի քվանտացման լափսից կախված, «անիզոտրոպ» ճեղքի առաջացումը որոշակի p_0 ռեզոնանսային իմպուլսի դեպքում: Ցույց է տրվում, որ $p < p_0$ պայմանի դեպքում տեղի ունի էլեկտրոնների գերբնակեցվածություն:

THE PROPER DIMENSION — QUANTIZED SEMICONDUCTORS IN THE PRESENCE OF STRONG ELECTROMAGNETIC WAVE

G. M. HARUTUNIAN

Interaction of strong classical electromagnetic wave with semiconductor films is considered. The problem admits exact solution in the resonance approximation. The exact wave function and electron spectrum are derived taking into account the zonal structure. The characteristic feature of the energy spectrum is the presence of the "anisotropic" split depending on the field and on the quantization size, the split centered at some resonant momentum value, p_0 . It is shown, that the population inversion takes place when $p < p_0$.