

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СИЛЬНОТОЧНОГО ОДИНОЧНОГО СГУСТКА С УСКОРЯЮЩИМ РЕЗОНАТОРОМ

В. А. СЕРОВ, А. И. БАРЫШЕВ

Рассмотрены некоторые эффекты взаимодействия одиночного сгустка с большим числом частиц с цилиндрическим сверхпроводящим резонатором. Показано, что существует предельное число частиц, зависящее от длины волны ускоряющего напряжения, энергии, запасенной в резонаторе, и длины сгустка. Возбуждение резонатора сгустком частиц приводит также к большому энергетическому разбросу частиц внутри сгустка, который необходимо учитывать в радиально-фазовом движении в циклическом ускорителе. При многократном прохождении сгустка через резонатор можно ослабить нежелательные эффекты, связанные с излучением на высших модах, если исключить резонансы между частотами собственных колебаний и частотой прохождения сгустка. Приводятся соответствующие формулы, а также результаты численных расчетов.

Как показано в работе [1], на установке со встречными пучками на энергию 100×100 Гэв можно получить высокую светимость (10^{33} см⁻² сек⁻¹), если на орбите ускорителя имеется 2 сгустка с числом частиц в каждом $\sim 10^{13}$. По этой причине в настоящей работе рассматриваются некоторые эффекты взаимодействия одиночного сильноточного сгустка со сверхпроводящими ускоряющими резонаторами.

Как известно (напр. [2—4]), сгусток, пролетающий через цилиндрический резонатор, теряет часть своей энергии в виде излучения на собственных модах резонатора. Эта энергия определяется формулой [3]

$$U = \sum_{l, m} \frac{16 Q^2 c^2 \sin^2 \left(\frac{\omega_\lambda h_1}{2c} \right)}{\pi \epsilon_0 h h_1^2 \omega_\lambda^2 v_l^2 J_1^2(v_l)} \times \begin{cases} \sin^2 \omega_\lambda \frac{h}{2c} & m - \text{четное,} \\ \cos^2 \omega_\lambda \frac{h}{2c} & m - \text{нечетное.} \end{cases} \quad (1)$$

Здесь l и m — целые числа, характеризующие моды колебаний,

a — радиус, h — длина резонатора,

Q — заряд сгустка (в системе СИ),

h_1 — длина сгустка,

v_l — l -ый корень функции Бесселя нулевого порядка,

$J_1(v_l)$ — значение функции Бесселя первого порядка при аргументе v_l ,

$\omega_\lambda^2 = c^2 \left[\left(\frac{v_l}{a} \right)^2 + \left(\frac{m\pi}{h} \right)^2 \right]$ — квадрат собственной частоты резонатора.

Предполагается, что пучок имеет вид равномерно заряженной „нити“, движущейся по оси резонатора с постоянной скоростью c .

На рис. 1 по оси ординат отложена в безразмерных единицах энергия U_{lm} , теряемая сгустком на первых 25 модах колебаний ($l=1+5$, $m=0+4$), а по оси абсцисс — отношение частот мод колебаний к частоте основной моды E_{010} . Точками показаны значения U_{lm}

для точечного сгустка, а крестиками — для сгустка $h_1 = \frac{\lambda}{8}$. Видно, что для сгустка конечных размеров величина U_{lm} резко уменьшается с ростом частоты ω_l . Для реального резонатора, имеющего отверстие для пролета пучка, это уменьшение более существенно и приводит, как известно, к полному обрезанию колебаний, длина волны которых $\lambda_{lm} < 2\pi a_0/v_1$, где a_0 — радиус отверстия.

По этим причинам в численных расчетах учитывалось лишь 25 мод колебаний. Так, на рис. 2 приведены результаты расчетов потерь энергии на основной моде и

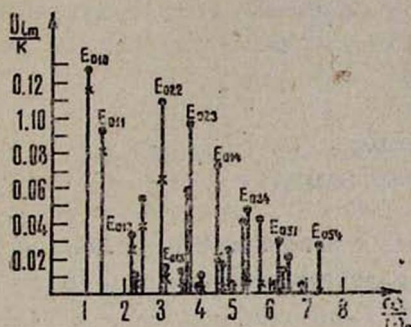


Рис. 1.

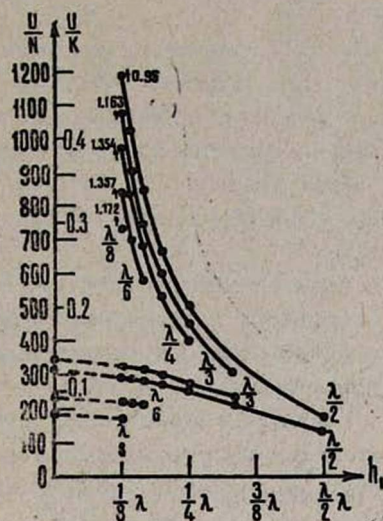


Рис. 2.

Рис. 1. Потери энергии сгустками длиной $h_1 = \frac{\lambda}{8}$ (X) и $h_1 = 0$ (O) на каждой из 25 мод в отдельности. Толщина резонатора $h = \frac{\lambda}{2}$, $K = 8Q^2/\pi\epsilon_0 a$.

При $\lambda = 75$ см и $N = 10^{13}$ част., $K = 1,6 \cdot 10^{19}$ эв.

Рис. 2. Потери энергии на основной моде и на сумме 25 мод в зависимости от длины сгустка для резонаторов различной длины. Справа по оси ординат отложены четыре энергии, приходящиеся на одну частицу в сгустке с числом частиц $N = 10^{13}$, для $\lambda = 50$ см, $K = 8Q^2/\pi\epsilon_0 a$.

на сумме 25 мод (в том числе и основной) в зависимости от длины сгустка для резонаторов различной длины. По оси ординат отложены безразмерная энергия U/K , а также потери энергии, приходящиеся на одну частицу в сгустке с числом частиц $N = 10^{13}$, для $\lambda = 50$ см. Хорошо видно, что уменьшение длины сгустка приводит к увеличению возбуждения как высших, так и основной моды колебаний, а также к увеличению относительного вклада высших мод в излучаемую энергию (особенно при $h_1 < \lambda/4$). Видно также, что при сохранении отношения h_1/λ суммарные потери обратно пропорциональны радиусу резонатора и слабо зависят от отношения h/λ .

Очевидно, что для ускорения частиц в резонаторе должен быть такой режим, чтобы суммарные потери пучка на излучение оказались

бы меньше прироста энергии, который сгусток получает на основной моде колебаний. Этот прирост энергии $\Delta \epsilon$ можно получить из анализа обычного уравнения, определяющего связь между напряжениями, наводимыми пучком и генератором на основной моде,

$$V_p^2 = V_r^2 + V_{изл}^2 - 2V_r V_{изл} \cos \Phi, \quad (2)$$

$$V_{изл} = \frac{2\pi c e N_p M M_1}{\lambda}.$$

Здесь V_r — амплитуда напряжения, создаваемого генератором в резонаторе при отсутствии пучка;

$V_{изл}$ — амплитуда напряжения, наведенного сгустком на основной моде при его однократном прохождении при выключенном генераторе ($V_r = 0$); Φ — фаза центра тяжести сгустка, отсчитываемая от максимума напряжения генератора, когда центр тяжести находится в середине резонатора;

N — число частиц в сгустке,

ρ — волновое сопротивление резонатора,

M — фактор времени пролета через резонатор,

M_1 — форм-фактор сгустка.

Перейдя в формуле (2) к энергии в резонаторе на основной моде до и после прохождения сгустка и добавив потери энергии на излучение высших мод, для $\Delta \epsilon$ получим

$$\Delta \epsilon = e N M M_1 \left[V_r \cos \Phi - \frac{1}{2} V_{изл} \left(1 + \frac{U}{U_0} \right) \right], \quad (3)$$

где U_0 — потери на основной моде, а U — суммарные потери, определяемые выражением (1) без учета U_0 .

Из (3) следует, что при заданной амплитуде V_r максимальный прирост энергии есть $\Delta \epsilon_{max} = e M V_r \cos \Phi$ и соответствует случаю одной частицы в сгустке. При $N \gg 1$ имеется оптимальное число частиц, определяемое формулой

$$N_{opt} = \frac{\lambda V_r \cos \Phi}{2\pi c e \rho M M_1 \left[1 + \frac{U}{U_0} \right]}, \quad (4)$$

при котором сгусток отбирает от резонатора наибольшую энергию

$$\Delta \epsilon = \frac{e M M_1 V_r \cos \Phi}{2} N_{opt}. \quad (5)$$

В этом случае в расчете на одну частицу получается прирост энергии $\Delta \epsilon_1 = 0,5 M_1 \Delta \epsilon_{max}$.

На рис. 3 представлены результаты расчетов оптимального числа частиц в сгустке при $\cos \Phi = 1$ в зависимости от его длины для различных размеров резонатора h . Отметим, что N_{opt} , полученное из этих энергетических соображений, увеличивается при увеличении h_1 и λ .

Это означает, что при заданных допустимой напряженности поля в резонаторе и числе частиц в сгустке существует минимальная длина волны, при которой еще возможно ускорение.

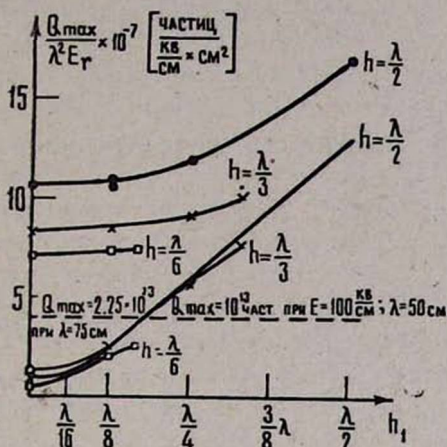


Рис. 3. Зависимость оптимального числа частиц в сгустке от его длины. $Q_{\max}$ — оптимальный заряд, E_r — напряженность поля в резонаторе перед входом сгустка, λ — длина волны на основной моде. Нижние кривые — сумма 25 мод колебаний, верхние — для основной моды.

Представляет интерес определить вклад отдельных частиц сгустка в излученную энергию и их энергетический разброс после пролета через резонатор, оказывающий существенное влияние на радиально-фазовое движение в ускорителе.

Энергию, теряемую сгустком, можно представить в виде

$$U_{lm} = \int_0^{h_1/c} V_{lm}(t) \rho(t) c dt, \quad (6)$$

где $V_{lm}(t)$ — разность потенциалов, пройденная частицей, влетевшей в резонатор в момент времени t . В свою очередь $V_{lm}(t)$ можно записать как работу поля излучения над одной частицей

$$V_{lm}(t) = \int_0^h E_{lm}(z, t) dz, \quad (7)$$

где $E_{lm}(z, t)$ — напряженность электрического поля излучения lm -ой моды на оси резонатора.

Проделав необходимые преобразования, для функции $V_{lm}(t)$ получим выражение

$$V_{lm}(t) = -B_{lm} \left\{ \frac{h-ct}{2} \cos \omega_m t - \frac{h-h_1+ct}{2} \cos \omega_m \left(t - \frac{h_1}{c} \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{c\omega_m}{\omega_m^2 - \omega_\lambda^2} - \frac{c}{2\omega_m} \right) \left[\sin \omega_m t + \sin \omega_m \left(t - \frac{h_1}{c} \right) \right] - \frac{c\omega_\lambda}{\omega_m^2 - \omega_\lambda^2} \times \right.$$

$$\times \left[2 \sin \omega_\lambda t - (-1)^m \sin \omega_\lambda \left(\frac{h}{c} + t \right) - \sin \omega_\lambda \left(\frac{h}{c} + t - \frac{h_1}{c} \right) \right], \quad (8)$$

$$B_{lm} = \frac{2c^2 e N}{\pi \omega_\lambda^2 \alpha^2 \varepsilon_0 h h_1 f_1^2(v_1)}, \quad \omega_m = \frac{m\pi c}{h}.$$

При $m=0$ $B_{l0} = \frac{1}{2} B_{lm}$.

Формула (8) справедлива для случая $h_1 \leq h$, а $0 \leq t \leq \frac{h_1}{c}$.

Соответственно для случая $2h \geq h_1 \geq h$ при $0 \leq t \leq \frac{h_1 - h}{c}$ получается выражение

$$V_{lm}(t) = -B_{lm} \left\{ \frac{h-ct}{2} \cos \omega_m t + \left(\frac{c\omega_m}{\omega_m^2 - \omega_\lambda^2} - \frac{c}{2\omega_m} \right) \sin \omega_m t - \right. \\ \left. - \frac{c\omega_\lambda}{\omega_m^2 - \omega_\lambda^2} \left[2 \sin \omega_\lambda t - (-1)^m \sin \omega_\lambda \left(t + \frac{h}{c} \right) \right] \right\}. \quad (9)$$

При $\frac{h_1 - h}{c} \leq t \leq \frac{h_1}{c}$ выражение для $V_{lm}(t)$ совпадает с (8).

По формулам (8) и (9) на рис. 4 и 5 построены зависимости $\sum V_{lm}(t)$ для сгустков различной протяженности и для резонаторов

длиной $\lambda/2$ и $\lambda/4$. Пунктиром показана зависимость $V_{10}(t)$ для основной моды. Видно, что частицы сгустка, прошедшего через резонатор,

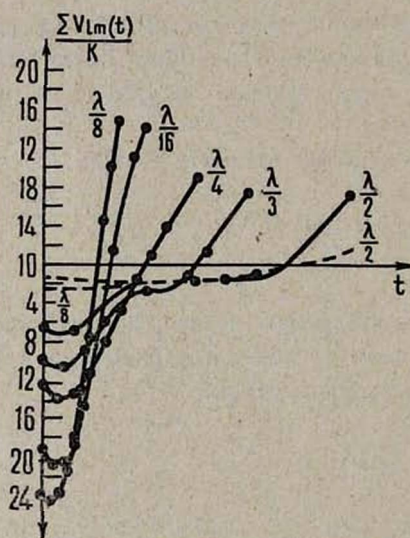


Рис. 4.

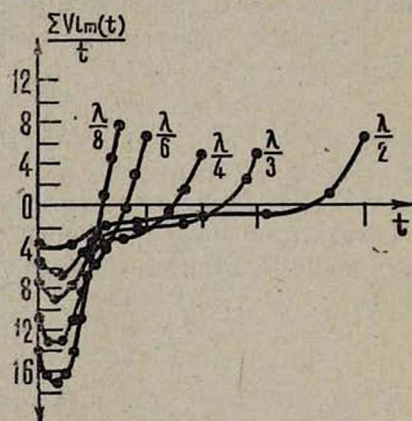


Рис. 5.

Рис. 4. Эффект „голова-хвост“ в резонаторе длиной $h = \frac{\lambda}{2}$. По оси ординат отложены энергии частиц в зависимости от их положения в сгустке (временной координаты t). При $t=0$ в резонатор входит „голова“ сгустка.

Пунктир — на основной моде. $K = \frac{Q}{\pi \varepsilon_0 \lambda}$. При $N = 10^{13}$ частиц и $\lambda = 75$ см $K = 77,5$ кв.

Рис. 5. Эффект „голова-хвост“ на сумме мод в резонаторе длиной $h = \lambda/4$.

оказываются существенно неоднородными по энергиям. Причем первые — „головные“ частицы — теряют большую энергию на возбуждение резонатора, чем „хвостовые“, а максимальный разброс энергий возрастает по мере укорочения сгустка до $h_1 \approx \lambda/8$. Для точечного сгустка он, естественно, исчезает.

Как известно, в ускорителях при энергии частиц, большей критической, фазовые колебания частиц являются устойчивыми, если „головные“ частицы приобретают большую энергию, чем „хвостовые“. По этой причине наличие эффекта „голова-хвост“ может оказать существенное влияние на динамику частиц в ускорителе. Численные оценки фазового движения частиц с учетом этого эффекта показали, что при $N \approx 2 \cdot 10^{13}$ ускорение невозможно, если $\lambda \lesssim 75$ см.

Следует иметь в виду, что при многократном прохождении сгустка в высокочастотном резонаторе можно ослабить опасные эффекты, связанные с излучением на высших модах, благодаря некратности собственных частот цилиндрического резонатора (кроме основной) как между собой, так и с частотой пролета сгустка. Энергия поля, излученного в резонаторе, без учета его затухания на частоте ω_k после n -ого прохождения сгустка описывается формулой

$$U_n = U_{im} \left[2 \sum_{k=1}^n K \cos \omega_k (n - K) T_0 - n \right], \quad (10)$$

где T_0 — период прохождения сгустка через резонатор. Из этой формулы видно, что U_n на основной моде пропорционально n^2 , тогда как на высших модах нет монотонной зависимости; характер изменения $U_n(n)$ зависит от близости частоты рассматриваемой моды к какой-либо резонансной частоте, кратной частоте прохождений.

Таким образом, предельное число частиц в сгустке, которое может быть ускорено, главным образом определяется величиной энергии, запасенной в резонаторе, и устойчивостью фазового движения с учетом эффекта „голова-хвост“ на основной моде колебаний.

Авторы благодарны Ю. Ф. Орлову за постоянный интерес и помощь в работе и И. В. Рыбачук за проведение численных расчетов.

Ереванский физический институт

Поступила 15.V.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Алиханян, Ю. Ф. Орлов, А. И. Барышев и др. VII Международная конференция по ускорителям частиц высоких энергий, Ереван—Цахкадзор, том II, стр. 103, 1970.
2. А. И. Барышев, С. А. Хейфец. Радиотехника и электроника, 7, 483 (1962).
3. О. А. Колпаков, В. И. Котов. ЖТФ, 34, 1387 (1964).
4. А. К. Орлов, А. В. Рябцов. Сб. Электрофизическая аппаратура, вып. 6, стр. 10, 1967.

ԱՌԱՆՁԻՆ ՀՈՍԱՆՔԱՏԱՐ ԹԱՆՁՐՈՒԿԻ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ԱՐԱԳԱՑՆՈՂ ՌԵԶՈՆԱՏՈՐԻ ՀԵՏ

Վ. Լ. ՍԵՐՈՎ, Ա. Ի. ԲԱՐԻՇԵՎ

Հոգվածում դիտարկված են առանձին թանձրուկի և գերհազորդի ռեզոնատորի փոխազդեցության որոշ երևույթներ: Ապացուցվում է, որ մասնիկների թիվը կախված է արագացնող լարվածության ալիքի երկարությունից, ռեզոնատորում կուտակված էներգիայից, և թանձրուկի երկարությունից:

Թանձրուկով ռեզոնատորի զրգռման պատճառով մասնիկները թանձրուկում ստանում են բավականաչափ մեծ էներգիայի ցրվածք, որը անհրաժեշտ է ի նկատի առնել սխիսթոտրոնում մասնիկի շարժման դեպքում: Թանձրուկի ռեզոնատորով բազմակի անցման դեպքում, հնարավոր է թուլացնել ճառագայթման հետ կապված երևույթները, եթե խախտել ռեզոնանսային պայմանները թանձրուկի անցման և ռեզոնատորի սեփական տատանումների հաճախականությունների միջև: Բերվում են համապատասխան բանաձևերը, ինչպես նաև թվային հաշվարկման տվյալները:

THE INTERACTION OF HIGH-CURRENT SINGLE BUNCH WITH THE ACCELERATING RESONATOR

V. L. SEROV, A. I. BARISHEV

Some effects of interactions of single bunch with large number of particles with cylindric superconducting resonator are considered. It is shown that there is a limited number of particles depending on the wavelength of accelerating tension, energy accumulated in resonator and on the length of the bunch. The excitation of resonator by the bunch of particles leads to large energy spread of particles inside the bunch which is necessary to account in radial-phase motion in cyclic accelerator. At multiple passing of the bunch through the resonator we can reduce undesirable effect connected with the radiation at high modes if we exclude the resonances between natural oscillation frequencies and the bunch passing frequency. Corresponding formulae and also the results of numerical calculations are given.