

ЗАВИСИМОСТЬ КОЭФФИЦИЕНТА ПРЕЛОМЛЕНИЯ РЕНТГЕНОВЫХ ЛУЧЕЙ ОТ НАПРАВЛЕНИЯ ПАДЕНИЯ В ПОГЛОЩАЮЩИХ СРЕДАХ

К. Н. БЕЗИРГАНЯН, Ф. О. ЭЙРАМДЖЯН, П. А. БЕЗИРГАНЯН

Исследована зависимость показателя преломления от угла падения в поглощающих средах. Показано, что как действительная, так и мнимая части показателя преломления зависят от угла падения и с увеличением этого угла они увеличиваются. При достаточно больших поглощениях и углах падения этой зависимостью нельзя пренебречь.

Как известно, показатель преломления рентгеновых лучей для всех углов падения в поглощающих средах имеет комплексное значение

$$n = n_1 - i n_2. \quad (1)$$

При этом обычно предполагают [1], что вещественная часть этого комплексного показателя преломления n_1 равна отношению вещественных фазовых скоростей, а мнимой частью n_2 определяется коэффициент поглощения

$$\mu = 2 k n_2 = \frac{4\pi}{\lambda} n_2. \quad (2)$$

Однако, строго говоря, в поглощающих средах показатель преломления зависит от угла падения и закон Снеллиуса-Декарта не выполняется точно — отношение синусов углов падения и преломления зависит от угла падения.

Хорошо известно [2—3], что с изменением угла падения в поглощающих средах меняются мнимая и вещественная части комплексного показателя преломления световых волн. Однако в области рентгеновых лучей, имея в виду малость величин δ и β в выражении показателя преломления

$$n = 1 - \delta - i\beta, \quad (3)$$

обычно пренебрегают зависимостью показателя преломления от угла падения [4]. Более того, независимо от величины поглощения предполагают, что опыты по измерению угловых отклонений дают значение действительной части показателя преломления и определяют действительную часть функции атомного рассеяния, зависящей от частоты.

В настоящей работе исследована зависимость вещественной и мнимой частей показателя преломления рентгеновых лучей от угла падения и показано, что пренебрежение этой зависимостью в особых случаях сильного поглощения может привести к значительным отклонениям от истинных значений этих величин.

Электрический вектор преломленной электромагнитной волны можно представить в виде

$$A_1 = A_0 \exp \left\{ -i\omega \left(t - \frac{x \sin \alpha_2 - z \cos \alpha_2}{v} \right) \right\}, \quad (4)$$

где α_2 — угол преломления, v — фазовая скорость.

В поглощающих средах, где для показателя преломления рентгеновых лучей имеет место соотношение

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = 1 - \delta - i\beta, \quad (5)$$

комплексными являются как угол преломления α_2 , так и фазовая скорость v .

Определив с помощью (5) $\sin \alpha_2$, $\cos \alpha_2$ и v

$$\begin{aligned} \sin \alpha_2 &= \frac{\sin \alpha_1}{(1-\delta)^2 + \beta^2} (1-\delta + i\beta), \\ \cos \alpha_2 &= \frac{\sqrt{[(1-\delta)^2 + \beta^2]^2 - [(1-\delta)^2 - \beta^2 + 2i(1-\delta)\beta] \sin^2 \alpha_1}}{(1-\delta)^2 + \beta^2}, \\ v &= \frac{c[(1-\delta) + i\beta]}{(1-\delta)^2 + \beta^2}, \end{aligned}$$

и вводя обозначения

$$\begin{aligned} \sin \alpha_2 &= \rho_1 e^{i\varphi_1}, \\ \cos \alpha_2 &= \rho_2 e^{-i\varphi_2}, \\ v &= \rho_3 e^{i\varphi_3} \end{aligned} \quad (6)$$

выражение (4) можно привести к виду

$$A_1 = A_0 \exp \{ -i\omega [t - x\rho_4 + z\rho_5 e^{-i\varphi_5}] \}, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \rho_4 &= \frac{\rho_1}{\rho_3} = \frac{\sin \alpha_1}{c}, \quad \rho_5 = \frac{\rho_2}{\rho_3} = \frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{c}, \\ \varphi_5 &= \varphi_3 + \varphi_2, \\ A &= (1-\delta)^2 - \beta^2 - \sin^2 \alpha_1, \quad B = 2(1-\delta)\beta, \\ D &= (1-\delta)^2 + \beta^2. \end{aligned} \quad (7a)$$

Из (7) для плоскости равной фазы (см. рис. 1) и мнимой части показателя преломления соответственно получим следующие выражения:

$$x \sin \alpha_1 - z\rho_2 [(1-\delta_{\alpha_1}) \cos \varphi_2 - \beta_{\alpha_1} \sin \varphi_2] = \text{const}, \quad (8)$$

$$\rho_2 [(1-\delta_{\alpha_1}) \sin \varphi_2 + \beta_{\alpha_1} \cos \varphi_2], \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} \rho_2 &= \sqrt{\frac{A^2 + B^2}{D^2}}, \\ \sin \varphi_2 &= \sqrt{\frac{D\sqrt{A^2 + B^2} - A^2 - A \sin^2 \alpha_1 - B^2}{2D\sqrt{A^2 + B^2}}}, \\ \cos \varphi_2 &= \sqrt{\frac{D\sqrt{A^2 + B^2} + A^2 + A \sin^2 \alpha_1 + B^2}{2D\sqrt{A^2 + B^2}}}. \end{aligned}$$

С другой стороны, обозначая через γ (см. рис. 1) действительный угол преломления, для плоскости равной фазы и для закона прелом-

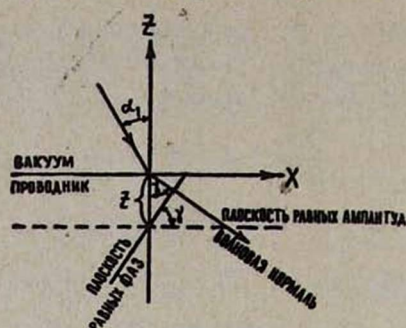


Рис. 1. Наклонное падение.

ления в действительной форме получим следующие выражения, соответственно:

$$x \sin \gamma - z \cos \gamma = \text{const}, \quad (10)$$

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \gamma} = 1 - \delta_{\alpha_1}. \quad (11)$$

Начиная с (8) величины β_{α_1} и δ_{α_1} имеют индексы α_1 для того, чтобы подчеркнуть зависимость этих величин от угла падения α_1 .

Имея в виду (7) и (7а), из (8)–(11) для δ_{α_1} и β_{α_1} получим

$$(1 - \delta_{\alpha_1})^2 = \frac{1}{2} \{ A + 2 \sin^2 \alpha_1 + \sqrt{A^2 + B^2} \}, \quad (12)$$

$$\beta_{\alpha_1}^2 = \frac{1}{2} \{ -A + \sqrt{A^2 + B^2} \}. \quad (13)$$

В теоретических и экспериментальных рентгеновских исследованиях обычно пренебрегают разницей между главными значениями величин δ_{α_1} и β_{α_1} , т. е. между значениями их при нулевом угле падения (δ_0, β_0), и значениями их при углах падения, отличных от нуля, что не всегда корректно.

Перейдем теперь к исследованию выражений (12) и (13) в зависимости от угла падения α_1 .

а) При нулевом угле падения ($\alpha_1 = 0$) величины δ_{α_1} и β_{α_1} совпадают со своими главными значениями

$$\delta_{\alpha_1} = \delta_0 = \delta,$$

$$\beta_{\alpha_1} = \beta_0 = \beta.$$

В этом случае плоскости равных амплитуд и равных фаз совпадают.

б) При отсутствии поглощения ($\beta_{\alpha_1} = 0$) величина δ_{α_1} опять совпадает с главным значением

$$\delta_{\alpha_1} = \delta.$$

Таким образом, в прозрачных средах для всех углов падения и в поглощающих средах при нулевом угле падения δ_{α_1} и β_{α_1} соответственно равны своим главным значениям.

Для исследования зависимости δ_{α_1}' и β_{α_1} от угла падения разберем конкретный пример, рассмотренный в [1].

В этой работе (стр. 245) рассмотрен случай сравнительно сильного поглощения образцом ($\beta = 2,5 \times 10^{-3}$) с показателем преломления, значительно отличающимся от единицы ($\delta = 4,8 \times 10^{-3}$). Для этого случая по формулам (12) и (13) нами рассчитаны $1 - \delta_{\alpha_1}$, δ_{α_1} и β_{α_1} при углах падения $\alpha = 30, 60, 80^\circ$. Результаты этих расчетов приведены в таблице.

Таблица 1

α_1	0°	30°	60°	80°
$1 - \delta_{\alpha_1}$	0,99520	0,995201	0,99521	0,995345
δ_{α_1}	$4,80 \cdot 10^{-3}$	$4,799 \cdot 10^{-3}$	$4,79 \cdot 10^{-3}$	$4,655 \cdot 10^{-3}$
β_{α_1}	$2,50 \cdot 10^{-3}$	$2,8914 \cdot 10^{-3}$	$5,074 \cdot 10^{-3}$	$17,22 \cdot 10^{-3}$

Как видно из табл. 1, в поглощающих средах с увеличением угла падения:

а) увеличивается действительная часть показателя преломления ($1 - \delta_{\alpha_1}$) и, следовательно, уменьшается единичный декремент показателя преломления δ_{α_1} ;

б) увеличивается мнимая часть показателя преломления, т. е. с увеличением угла падения увеличивается поглощение.

На первый взгляд изменение показателя преломления с увеличением угла падения незначительное и этим эффектом можно пренебречь. Однако даже такое незначительное изменение показателя преломления рентгеновых лучей приводит к таким изменениям фазы, пренебрежение которыми недопустимо. Действительно, добавочная разность фаз, возникающая из-за изменения показателя преломления с увеличением угла падения α_1 от нуля до 60° , определяется так

$$\varphi = kx [(1 - \delta_{60^\circ}) - (1 - \delta_{0^\circ})] = kx (\delta_{0^\circ} - \delta_{60^\circ}).$$

В случае Си K_α излучения последнее выражение примет следующий вид:

$$\varphi = \frac{2\pi}{1,54} \cdot 10^8 \cdot 10^{-5} \cdot x = \frac{2\pi}{1,54} \cdot 10^3 x,$$

где x — путь, пройденный волной в поглощающей среде, откуда видно, что даже на расстоянии $x = 10^{-2}$ см это изменение показателя преломления приводит к изменению разности фаз на $\frac{2\pi}{1,54} \cdot 10$ радиан.

С другой стороны, известно, что в аргументе тригонометрической функции можно пренебречь величиной только в том случае,

если она намного меньше единицы. Следовательно, вышеуказанными изменениями угла падения в общем случае нельзя пренебречь.

Другой не менее интересный факт состоит в том, что с увеличением угла падения увеличивается мнимая часть показателя преломления, т. е. увеличивается коэффициент поглощения. Чем обусловлено это увеличение коэффициента поглощения? Почему должен увеличиваться коэффициент поглощения с увеличением угла падения? Последнее обусловлено тем, что при косом падении для проникновения на глубину z волна в поглощающей среде проходит путь больший, чем при перпендикулярном падении (см. рис. 1 и 2). Действи-



Рис. 2. Нормальное падение.

тельно, на рис. 1 и 2 на глубине z в поглощающей среде показаны плоскости равных амплитуд. В первом случае, т. е. в случае косого падения, волна прошла до этой плоскости путь $z/\cos \gamma$, а во втором случае, т. е. в случае нормального падения, она прошла путь z .

Если выражение (9) переписать в виде

$$\frac{z}{\cos \gamma} \rho [(1 - \delta) \sin \varphi_2 + \beta \cos \varphi_2] \cos \gamma,$$

то для мнимой части показателя преломления получим следующее выражение

$$\beta_{a1}^2 = \frac{1}{2} \{-A + \sqrt{A^2 + B^2}\} \cos^2 \gamma. \quad (13a)$$

В среде с коэффициентом преломления μ , когда волна распространяется под углом γ , интенсивность уменьшается по закону

$$J = J_0 e^{-\mu \frac{z}{\cos \gamma}},$$

откуда для амплитуды получаем

$$A_1 = A_0 e^{-\frac{\mu z}{2 \cos \gamma}}. \quad (14)$$

С другой стороны, в рассматриваемом случае затухание из-за поглощения можно записать

$$A_1 = A_0 e^{-x \rho_2 [(1-\delta) \sin \varphi_2 + \beta \cos \varphi_2]} \quad (15)$$

Сравнивая выражения (14) и (15), для мнимой части показателя преломления получим (13а). Интересно проследить зависимость β'_{a_1} от угла падения α_1 по (13а) и зависимость β_{a_1} от этого же угла по (13).

Из (12) и (13) имеем

$$(1-\delta) \beta = (1-\delta_{a_1}) \beta_{a_1} \cos \gamma, \quad (16)$$

а из (12) и (13а) получаем

$$(1-\delta) \beta = (1-\delta_{a_1}) \beta'_{a_1}. \quad (17)$$

Левые части выражений (16) и (17) постоянны и равны друг другу, следовательно,

$$\beta'_{a_1} = \beta_{a_1} \cos \gamma.$$

Имея в виду малость величин δ , δ_{a_1} , β , β_{a_1} и β'_{a_1} , (16) и (17) с достаточной точностью можно переписать в следующем виде:

$$\beta = \beta_{a_1} \cos \gamma, \quad (16a)$$

$$\beta = \beta'_{a_1}. \quad (17a)$$

Как видно из (16а) и (17а), β_{a_1} растет по такому же закону, как и путь $\left(\beta_{a_1} = \frac{\beta}{\cos \gamma}, z' = \frac{z}{\cos \gamma} \right)$, а величина β'_{a_1} практически не зависит от угла падения ($\beta'_{a_1} = \beta$).

Выше мы рассмотрели случай сильнопоглощающего образца ($\beta = 2,5 \times 10^{-3}$), показатель преломления которого значительно отличается от единицы ($\delta = 4,8 \cdot 10^{-3}$). Здесь мы рассмотрим случай слабопоглощающего образца, показатель преломления которого мало отличается от единицы ($\delta = 4,8 \cdot 10^{-4}$).

Таблица 2

α_1	0°	30°	60°	80°
$1-\delta_{a_1}$	0,99952	0,99952104	0,9995294	0,9996231
δ_{a_1}	$4,8 \cdot 10^{-4}$	$4,7896 \cdot 10^{-4}$	$4,706 \cdot 10^{-4}$	$3,769 \cdot 10^{-4}$
β_{a_1}	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$2,887 \cdot 10^{-3}$	$5,007 \cdot 10^{-3}$	$14,573 \cdot 10^{-3}$

Как видно из табл. 2, величина изменения показателя преломления определяется не величиной δ , а величиной β . Действительно, сравнивая данные табл. 1 и 2, мы видим, что изменения величины $1-\delta_{a_1}$ в этих двух случаях одинаковы несмотря на то, что величины δ в этих случаях на порядок отличаются друг от друга.

Теперь рассмотрим случай слабопоглощающего образца ($\beta = 2,5 \times 10^{-4}$), показатель преломления которого значительно отличается от единицы ($\delta = 4,8 \cdot 10^{-3}$).

Таблица 3

α_1	0°	30°	60°	80°
$1-\delta_{\alpha_1}$	0,9952	0,99520001	0,9952001	0,99520146
δ_{α_1}	$4,8 \cdot 10^{-3}$	$4,7999 \cdot 10^{-3}$	$4,7999 \cdot 10^{-3}$	$4,79854 \cdot 10^{-3}$
β_{α_1}	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$2,89 \cdot 10^{-4}$	$5,074 \cdot 10^{-4}$	$17,25 \cdot 10^{-4}$

Последняя таблица также показывает, что изменение показателя преломления с увеличением угла падения главным образом определяется поглощением. Действительно, несмотря на то, что в этом случае (табл. 3) величина $\delta = 4,8 \cdot 10^{-3}$ на порядок больше, чем во втором случае ($\delta = 4,8 \cdot 10^{-4}$), изменения показателя преломления в последнем случае (табл. 3) на два порядка меньше, чем во втором случае (табл. 2).

В конце рассмотрим случай слабопоглощающего образца ($\beta = 2,5 \cdot 10^{-4}$), показатель преломления которого сравнительно мало отличается от единицы ($\delta = 4,8 \cdot 10^{-4}$). Как показывает табл. 4, этот случай почти не отличается от случая слабопоглощающего образца, показатель преломления которого намного отличается от единицы (табл. 3).

Таблица 4

α_1	0°	30°	60°	80°
$1-\delta_{\alpha_1}$	0,99952	0,99952001	0,9995201	0,99952103
δ_{α_1}	$4,8 \cdot 10^{-4}$	$4,799 \cdot 10^{-4}$	$4,799 \cdot 10^{-4}$	$4,7897 \cdot 10^{-4}$
β_{α_1}	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$2,887 \cdot 10^{-4}$	$5,007 \cdot 10^{-4}$	$14,62 \cdot 10^{-4}$

В случае сравнительно слабого поглощения ($\beta = 2,5 \cdot 10^{-4}$) изменением коэффициента поглощения в зависимости от угла падения, как казалось бы, можно пренебречь. Однако детальное исследование, аналогичное проделанному выше, показывает, что при $\beta \geq 10^{-4}$ этого делать нельзя. Действительно, ведь при интерферометрических измерениях коэффициента преломления иногда применяются пластинки (клинны) толщиной в несколько миллиметров. А при таких толщинах, даже если $\beta = 10^{-4}$, добавочная разность фаз получается гораздо больше, чем $\frac{\pi}{2}$, которой ни в коем случае нельзя пренебрегать.

Ереванский государственный университет

Поступила 18.XII.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Комpton, С. Алисон, Рентгеновские лучи, теория и эксперимент, ОГИИ М.—Л., 1941.
2. К. Шефер, Теоретическая физика, III, ч. II, ГОНТИ СССР, 1938.

3. А. В. Соколов, Оптические свойства металлов, Физматгиз, М., 1961.
4. Р. Джеймс, Оптические принципы дифракции рентгеновых лучей, Изд. ИЛ, М., 1950.

ՌԵՆՏԳԵՆԱՅԻՆ ՀԱՌԱԳԱՅԹՆԵՐԻ ԲԵԿՄԱՆ ՑՈՒՑԻՉԻ ԿԱԽՈՒՄԸ ԱՆԿՄԱՆ ՈՒՂՂՈՒԹՅՈՒՆԻՑ ԿԼԱՆՈՂ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Կ. Ն. ԲԵԶԻՐԳԱՆՅԱՆ, Ֆ. Ն. ԷՅՐԱՄԺՅԱՆ, Պ. Հ. ԲԵԶԻՐԳԱՆՅԱՆ

Տեսականորեն հետազոտված են ունեղենյան ճառագայթների բեկման ցուցիչի կախումը անկման ուղղությունից կլանող միջավայրում:

Ցույց է տրված, որ կլանող միջավայրում բեկման սովորական օրենքը չի պահպանվում և բեկման ցուցիչը փոփոխվում է անկման անկյան փոփոխմամբ:

Հետազոտությունների արդյունքում ստացվել է.

1. անկման անկյան մեծացմամբ բեկման ցուցիչը մեծանում է,

2. այդ մեծացումը այնքան արագ է կատարվում, որքան կլանումը մեծ է,

3. անկման անկյունից կախված է նաև էքստինկցիայի գործակիցը (բեկման ցուցիչի կեղծ մասը):

Բեկման ցուցիչի կեղծ մասը անկման անկյան փոփոխմամբ ավելի արագ է փոփոխվում, քան իրական մասը:

Բեկման ցուցիչի կեղծ մասի 10^{-4} -ից մեծ արժեքների դեպքում ($\beta \gg 10^{-4}$) չի կարելի արհամարել նրա իրական մասի անկման անկյունից ունեցած կախումը:

THE DEPENDANCE OF X-RAY REFRACTION INDEX ON THE DIRECTION OF INCIDENCE IN ABSORBING MEDIA

K. N. BEZIRGANIAN, F. O. EIRAMDJIAN, P. H. BEZIRGANIAN

The real and imaginary parts of the X-ray refraction index for absorbing media depend on the angle of incidence and increase with the increase of the angle. For large angles this dependence is necessary to take into account.