Изв. АН Армянской ССР, Физика, 7, 329—339 (1972)

ИЗЛУЧЕНИЕ ТОЧЕЧНОГО ЗАРЯДА ПРИ ДВИЖЕНИИ ВДОЛЬ ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЫ ДИЭЛЕКТРИКА С ПЕРИОДИЧЕСКИ МЕНЯЮЩЕЙСЯ ПЛОТНОСТЬЮ

О. С. МЕРГЕЛЯН

В приближении теории возмущений решена задача об излучении заряда при пролете в изотропной диэлектрической среде над плоской границей со средой, диэлектрические свойства которой периодически зависят от всех трех координат. Получены выражения для потерь энергии в изотропной и периодически неоднородной среде. Обсуждается также вопрос генерации поверхностных волн.

Излучение заряженных частиц при движении вдоль границы раздела двух изотропных диэлектриков хорошо изучено [1]—[5]. Однако для генерации излучения целесообразнее пропускать заряды вдоль дифракционной решетки. Излучение такого типа, которое впоследствии получило название дифракционного, наблюдалось впервые авторами работы [6], в которой они дали явлению качественное объяснение. Теоретический расчет задач по дифракционному излучению проводился обычно в предположении об идеальной проводимости элементов решетки (обзоры [7]—[8]). В работе [9] в приближении теории возмущений была решена задача об излучении заряда при пролете над средой, диэлектрические свойства которой меняют свои свойства по закону косинуса (либо допускают разложение в ряд по такому закону).

В настоящей работе эта задача обобщена на случай, когда диэлектрические свойства одной из сред периодически зависят от всех трех координат.

1. Пусть точечный заряд e движется со скоростью $v = v_y$ по траектории $x=0$, $z=0$, $y=vt$ в изотропной среде с диэлектрической проницаемостью ε_1. Плоскость $z=d$ отделяет диэлектрик с проницаемостью ε_1 от среды, диэлектрические свойства которой периодически зависят от координат x, y и z, т. е.

$$\varepsilon_2(x, y, z) = \varepsilon_2(x+l_1, y+l_2, z+l_3), \quad \mu_1 = \mu_2 = 1, \tag{1}$$

Представим $\varepsilon_2(x, y, z)$ в виде ряда Фурье по векторам обратной решетки $\vec{\tau}$

$$\varepsilon_2(x, y, z) = \varepsilon_0 + \sum_{\vec{\tau} \neq 0} a_{\vec{\tau}} e^{i\vec{\tau}\vec{r}} = \varepsilon_0 + \varepsilon'(x, y, z),$$
$$\vec{\tau} = 2\pi\left(\frac{n}{l_1}\vec{n}_x + \frac{m}{l_2}\vec{n}_y + \frac{p}{l_3}\vec{n}_z\right), \tag{1a}$$

где n, m и p принамают все целые значения от $-\infty$ до $+\infty$, кроме нуля, и меняют знак при замене $\omega \to -\omega$ (это следует из $\varepsilon_2(\omega) = \varepsilon_2^*(-\omega)$). Тогда в той спектральной области, где выполняется условие $\varepsilon'(x, y, z) \ll \varepsilon_0$, к решению можно применить теорию возмущений. Обозначим поля невозмущенного решения ($\varepsilon' = 0$) в области $z > d$ через $\vec{E}_2$ и $\vec{H}_2$. Поля, обязанные наличию добавки ε', мы обозначим $\vec{E}'_1$ и $\vec{H}'_1$ в области $z < d$ и $\vec{E}'_2$ и $\vec{H}'_2$ в области $z > d$. При этом в нашем приближении

$$\vec{D}'_2 = \varepsilon_0 \vec{E}'_2 + \varepsilon' \vec{E}_2, \qquad \vec{D}'_1 = \varepsilon_1 \vec{E}'_1. \tag{2}$$

Поле $\vec{E}_2$ имеет вид [5]

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \int \vec{A}(k_x, \omega)\, e^{i\left(k_x x + \frac{\omega}{v} y + \lambda_2 z - \omega t\right)} dk_x d\omega, \tag{3}$$

где

$$A_x = k_x A_2, \quad A_z = \lambda_1 A_2,$$
$$A_2 = \frac{e}{\pi v} \frac{\exp[i(\lambda_1 - \lambda_2) d]}{\varepsilon_1 \lambda_2 + \varepsilon_0 \lambda_1}, \tag{4}$$
$$\lambda_{1,2} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{1,0} - \frac{\omega^2}{v^2} - k_x^3},$$

Поля $\vec{E}'_{1,2}(\vec{r}, t)$ ищем в виде

$$\vec{E}'_{1,2}(\vec{r}, t) = \int \vec{E}'_{1,2}(\vec{r})\, e^{-i\omega t} d\omega, \tag{5}$$

причем поле $\vec{E}'_2(\vec{r})$ подчиняется цепочке уравнений

$$\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\vec{E}'_2\right)_\gamma - \left(\nabla^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0\right)\left(\vec{E}'_2\right)_\gamma = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon'\left(\vec{E}'_2\right)_{\gamma-1} \tag{6}$$

(γ — порядок приближения).

В первом приближении имеем

$$\vec{E}'_2(\vec{r}) = \int \sum_{\vec{\tau} \neq 0} e^{i\left[(k_x + \tau_x) x + \left(\frac{\omega}{v} + \tau_y\right) y\right]} \times$$
$$\times \left(\vec{A}_{\vec{\tau}}\, e^{i(\lambda_0 + \tau_z) z} + \vec{B}_{\vec{\tau}}\, e^{i\lambda_{2\tau} z}\right) dk_x d\omega, \tag{7}$$

где $\vec{A}_{\vec{\tau}}$ — амплитуда частного решения уравнения (6) при $\gamma = 0$, имеющая вид

$$\vec{A}_{\vec{\tau}} = \frac{a_{\vec{\tau}}}{\varepsilon_0} \frac{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0 \vec{A}_0 - (\vec{\tau}\vec{A}_0)(\vec{\tau} + \vec{k}_2)}{\vec{\tau}(\vec{\tau} + 2\vec{k}_2)}, \tag{8}$$

а $\vec{B}_{\vec{\tau}}$ — амплитуда решения однородного уравнения (6), определяемая из граничных условий.

Поле $\vec{E}'_1(\vec{r})$, являющееся решением обычного волнового уравнения

$$\left(\nabla^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_1\right)\vec{E}'_1(\vec{r}) = 0, \tag{9}$$

записывается в виде

$$\vec{E}'_1(\vec{r}) = \int \sum_{\vec{\tau}\neq 0} \vec{C}_{\vec{\tau}} e^{i\left[(k_x + \tau_x)x + \left(\frac{\omega}{v} + \tau_y\right)y - \lambda_{1\tau} z\right]} dk_x.$$

В формулах (7)—(9)

$$\vec{k}_2 = \vec{k}_2\left(k_x, \frac{\omega}{v}, \lambda_0\right),$$

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0 - k_x^2 - \frac{\omega^2}{v^2}},$$

$$\lambda_{1\tau} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_1 - k_x^2 - \frac{\omega^2}{v^2}}, \tag{10}$$

$$\lambda_{2\tau} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0 - (k_x + \tau_x)^2 - \left(\frac{\omega}{v} + \tau_y\right)^2},$$

причем

$$\left[\vec{n}_x(k_x + \tau_x) + \vec{n}_y\left(\frac{\omega}{v} + \tau_y\right) + \vec{n}_z\lambda_{2\tau}\right]\vec{B}_{\vec{\tau}} = 0,$$

$$\left[\vec{n}_x(k_x + \tau_x) + \vec{n}_y\left(\frac{\omega}{v} + \tau_y\right) - \vec{n}_z\lambda_{1\tau}\right]\vec{C}_{\vec{\tau}} = 0. \tag{11}$$

Условия (11) являются следствиями уравнений поля

$$\operatorname{div}\vec{D}'_{1,2} = 0. \tag{12}$$

Из условия вещественности полей следует также, что $\vec{\tau}$ меняет знак при замене ω на $-\omega$ (это эквивалентно условию $\varepsilon(\omega) = \varepsilon^*(-\omega)$).

Магнитные поля в том же приближении запишем в виде

$$\vec{H}'_2(\vec{r}, t) = \int \sum_{\vec{\tau}\neq 0} e^{i\left[(k_x + \tau_x)x + \left(\frac{\omega}{v} + \tau_y\right)y\right]} \times$$

$$\times\left(\vec{P}_{\vec{\tau}} e^{i(\lambda_2 + \tau_z)z} + \vec{Q}_{\vec{\tau}} e^{i\lambda_{2\tau}d}\right) dk_x d\omega,$$

$$\vec{H}_1(\vec{r},\ t)=\int\sum_{\vec{\tau}\neq 0}\vec{R}\,e^{i[(k_x+\tau_x)x+(k_y+\tau_y)y-\lambda_{1\tau}z]}\,dk_x d\omega \tag{13}$$

где

$$\vec{P}_{\vec{\tau}}=\frac{c}{\omega}[(\vec{k}_2+\vec{\tau})\,\vec{A}_{\vec{\tau}}], \tag{14}$$

а $\vec{Q}_{\vec{\tau}}$ и $\vec{R}_{\vec{\tau}}$ определяются из граничных условий.

Условия на границе для полей и индукций совместно с условиями поперечности свободных полей дадут нам для значений $\vec{B}_{\vec{\tau}}$, $\vec{C}_{\vec{\tau}}$, $\vec{Q}_{\vec{\tau}}$ и $\vec{R}_{\vec{\tau}}$ следующие выражения:

$$C_{\tau z}=-\frac{a_\tau e^{i(\lambda_2+\tau_z-\lambda_{2\tau})d}}{\varepsilon_0\lambda_{1\tau}+\varepsilon_1\lambda_{2\tau}}\times$$

$$\times\frac{\vec{\tau}\vec{A}\lambda_{2\tau}(\lambda_2+\tau_z-\lambda_{2\tau})+A_z\left[\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0(\lambda_2+\tau_z)-\lambda_{2\tau}(k_2+\tau_z)^2\right]}{\vec{\tau}(\vec{\tau}+2\vec{k}_2)},$$

$$B_{\tau z}=\frac{a_\tau e^{i(\lambda_2+\tau_z-\lambda_{2\tau})d}}{\varepsilon_0\lambda_{1\tau}+\varepsilon_1\lambda_{2\tau}}\times$$

$$\times\frac{\vec{\tau}\vec{A}\left[\lambda_{2\tau}^2\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}+\lambda_{1\tau}(\lambda_2+\tau_2)\right]-A_z\left[\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_1(\lambda_2+\tau_z)+\lambda_{1z}(\vec{k}_2+\vec{\tau})^2\right]}{\vec{\tau}(\vec{\tau}+2\vec{k}_2)},$$

$$Q_{\tau z}=-\frac{\omega}{c}a_\tau e^{i(\lambda_2+\tau_z-\lambda_{2\tau})d}\frac{(\tau_z+\lambda_2+\lambda_{1\tau})(k_xA_y-k_yA_x+\tau_xA_y-\tau_yA_x)}{\vec{\tau}(\vec{\tau}+2\vec{k}_2)(\lambda_{1\tau}+\lambda_{2\tau})},$$

$$R_{\tau z}=-\frac{\omega}{c}a_\tau e^{i(\lambda_2+\tau_z+\lambda_{1\tau})}\times$$

$$\times\frac{(\tau_z+\lambda_2-\lambda_{2\tau})(k_xA_y-k_yA_x+\tau_xA_y-\tau_yA_x)}{\vec{\tau}(\vec{\tau}+2\vec{k}_2)(\lambda_{1\tau}+\lambda_{2\tau})}. \tag{15}$$

Остальные компоненты амплитуд полей определяются из системы

$$(k_x+\tau_x)B_{\tau x}+(k_y+\tau_y)B_{\tau y}=-\lambda_{2\tau}B_{\tau z},\ (k_x+\tau_x)C_{\tau x}+(k_y+\tau_y)C_{\tau y}=\lambda_{1\tau}C_{\tau z},$$

$$(k_x+\tau_x)B_{\tau y}-(k_y+\tau_y)B_{\tau x}=\frac{\omega}{c}Q_{\tau z},\ (k_x+\tau_x)C_{\tau y}-(k_y+\tau_y)C_{\tau x}=\frac{\omega}{c}P_{\tau z}, \tag{16}$$

$$\vec{Q}_\tau=\frac{c}{\omega}[\vec{\tilde{k}}_{2\tau}\vec{B}_{\vec{\tau}}],\ \vec{P}_{\vec{\tau}}=\frac{c}{\omega}[\vec{\tilde{k}}_{1\vec{\tau}},\vec{Q}_{\vec{\tau}}],\ \vec{\tilde{k}}_{1,2,\vec{\tau}}([k_x+\tau_x],[k_y+\tau_y],\mp\lambda_{1,2,\vec{\tau}}).$$

Формулы (15)—(16) полностью определяют амплитуды высших гармоник электрических и магнитных полей в обеих средах. Для определения частотного спектра полей и их углового распределения необходимо провести интегрирование по k_x. Для этого введем цилиндрическую систему координат ρ, φ, y, причем в области $z<0$

$$x=\rho\sin\varphi,\quad -z=\rho\cos\varphi,$$

а в области $z<d$

$$x=\rho\sin\varphi,\quad z-d=\rho\cos\varphi.$$

Область $0<z<d$ из рассмотрения исключается.

Интегрирование проводится методом перевала [5], что дает нам значения полей в волновой зоне. В изотропной среде точкой перевала будет

$$(k_x)_{1,\tau}=\frac{\omega}{v}\xi_{1\tau}\sin\varphi-\tau_x, \tag{17}$$

а в неоднородной среде для первого из интегралов (7) точка перевала есть

$$k_{xo}=\frac{\omega}{v}\xi_0\sin\varphi \tag{18}$$

а для второго

$$(k_x)_{2,\tau}=\frac{\omega}{v}\xi_{2\tau}\sin\varphi-\tau_x, \tag{19}$$

где

$$\xi_{1,2,\tau}=\sqrt{\beta^2\varepsilon_{1,0}-\left(1+\frac{\tau_y V}{\omega}\right)^2},\ \xi_0=\sqrt{\beta^2\varepsilon_0-1}. \tag{20}$$

Вещественность значений $\xi_{1,2,\tau}$ и ξ_0 является условием возникновения излучения.

2. Исследуем характер полей излучения в обеих средах.

а) Излучение в изотропной среде. В изотропной среде излучение имеет место при $\xi_{1\tau}^2>0$, т. е. при

$$\beta^2\varepsilon_1-\left(1+\frac{2\pi m}{l_2\omega}\right)^2>0. \tag{21}$$

Если при этом $\beta\sqrt{\varepsilon_1}<1$, то излучение имеет место лишь при $m\leqslant-1$, и спектр m-ой гармоники определяется хорошо известными неравенствами

$$\frac{2\pi v|m|}{l_2(1+\beta\sqrt{\varepsilon_1})}\leqslant\omega\leqslant\frac{2\pi v|m|}{l_2(1-\beta\sqrt{\varepsilon_1})}. \tag{22}$$

Правое неравенство (22) ограничивает спектр дифракционного излучения сверху, а левое указывает на то, что частоты

$$\omega<\frac{2\pi v}{l_2(1+\beta\sqrt{\varepsilon_1})} \tag{23}$$

не чувствуют неоднородности среды, над которой пролетает заряд, и излучение на этих частотах отсутствует.

При $\beta\sqrt{\varepsilon_1}>1$ мы имеем дело с дифракцией излучения Вавилова-Черенкова на неоднородностях среды. При этом гармоники $m\geqslant 1$ могут иметь место для частот

$$\omega\geqslant\frac{2\pi v m}{l_2(\beta\sqrt{\varepsilon_1}-1)}, \tag{24}$$

а $m\leqslant-1$ — для частот

$$\omega\geqslant\frac{2\pi v|m|}{l_2(\beta\sqrt{\varepsilon_1}+1)}. \tag{25}$$

Частоты (23), присутствующие в черенковском излучении, не чувствуют неоднородности и распространяются так же, как в случае двух однородных сред; ω_{max} определяется в этом случае из условия

$$\varepsilon_1(\omega)>c^2/v^2.$$

Излученные (и рассеянные) волны распространяются под углом ϑ_{1m} к оси y, определяемым соотношением

$$\cos\vartheta_{1m}=\frac{1}{\beta\sqrt{\varepsilon_1}}\pm\frac{\lambda}{l_2}|m|,\quad \lambda=\frac{2\pi c}{\omega\sqrt{\varepsilon_1}}, \tag{26}$$

причем знак $+$ может иметь место лишь для частот, удовлетворяющих $\beta\sqrt{\varepsilon_1}>1$ и (24).

Частотный спектр полей излучения дается формулами

$$E'_{1z}=\sum_{\vec{\tau}\neq 0}\int C^n_{\tau z}\sqrt{-2\frac{i\omega\xi_{1m}}{\rho v}\pi}\cdot\cos\varphi\times$$

$$\times\exp\left\{i\left[\frac{\omega}{v}\xi_{1m}\rho+\left(\frac{\omega}{v}+\frac{2\pi m}{l_2}\right)z-\omega t\right]\right\}d\omega,$$

$$H'_{1z}=\sum_{\vec{\tau}\neq 0}\int R^n_{\tau z}\sqrt{-2\frac{i\omega\xi_{1m}}{\rho v}\pi}\cos\varphi\times \tag{27}$$

$$\times\exp\left\{i\left[\frac{\omega}{v}\xi_{1m}\rho+\left(\frac{\omega}{v}+\frac{2\pi m}{l_2}\right)z-\omega t\right]\right\}d\omega.$$

В формулах (27) $C^n_{\tau z}$ и $R^n_{\tau z}$ являются значениями $C_{\tau z}$ и $R_{\tau z}$ в перевальных точках

$$k_x=\frac{\omega}{v}\xi_{1\tau}\sin\varphi-\tau_x. \tag{17}$$

б) Свойства поля излучения в неоднородной среде. В неоднородной среде мы имеем 2 типа излучения. Частоты, удовлетворяющие условию $\varepsilon_0(\omega)>c^2/v^2$, генерируются в неоднородной среде в виде черенковского излучения, которое дифрагирует на неоднородностях среды. Если при этом и $\varepsilon_1>c^2/v^2$, мы имеем также дифрагированное в неоднородную среду черенковское поле, образованное в изотропной среде. Поле высших гармоник этого излучения определяется формулой

$$\vec{E}'_{\text{чер}} = \sum_{\vec{\tau} \neq 0} \sqrt{-\frac{2\pi i \omega \xi_0}{\rho v}}\, \vec{A}^{\text{пер}}_{\vec{\tau}}\, e^{i\left[\frac{\omega}{v}\xi_0\rho + \vec{\tau}\vec{r} + \frac{\omega}{v}z - \omega t\right]} \cdot \cos\varphi\, d\omega,$$

$$\vec{A}^{\text{пер}}_{\vec{\tau}} = \vec{A}_{\vec{\tau}}\left(k_x = \frac{\omega}{v}\xi_0 \sin\varphi\right). \tag{28}$$

Волновой вектор этого излучения составляет со скоростью заряда угол

$$\cos\vartheta'_{\tau} = \left(1 + \frac{2\pi v}{l_2\omega}m\right)\times$$

$$\times\left\{\beta^2\varepsilon_0 + \left(\frac{2\pi v}{\omega}\right)^2\left(\frac{n^2}{l_1^2} + \frac{m^2}{l_2^2} + \frac{p^2}{l_3^2}\right) + \frac{4\pi v}{\omega}\left(\frac{\xi_0 n \sin\varphi}{l_1} + \frac{\xi_0 p \cos\varphi}{l_3} + \frac{m}{l_2}\right)\right\}^{-1/2}. \tag{29}$$

Второй тип излучения аналогичен излучению заряженной частицы в безграничной неоднородной среде [10]—[11] и вызван дифракцией поля заряда и черенковского излучения на неоднородностях среды. Условием его возникновения является

$$\beta\sqrt{\varepsilon_0} > \left|1 + \frac{2\pi m v}{l_2\omega}\right|. \tag{30}$$

При этом если $\beta\sqrt{\varepsilon_0} < 1$, мы имеем дело с дифракционным излучением, спектр которого определяется условием

$$\frac{2\pi v|m|}{l_2(1+\beta\sqrt{\varepsilon_0})} \leqslant \omega \leqslant \frac{2\pi v|m|}{l_2(1-\beta\sqrt{\varepsilon_0})},\ m \leqslant -1, \tag{31}$$

а при $\beta\sqrt{\varepsilon_0} > 1$ на гармоники с $m \geqslant 1$ и $m \leqslant -1$ накладываются условия (24)—(25), в которых ε_1 заменяется на ε_0. В этом случае мы имеем дело с дифракцией излучения Вавилова-Черенкова. Косинус угла излучения $\cos\vartheta_{2m}$ определяется формулой (26) с заменой $\varepsilon_1 \to \varepsilon_0$, а поле определяется формулой

$$\vec{E}_2^{\text{дифф}} = \int \sum_{\vec{\tau} \neq 0} \sqrt{-\frac{2i\omega\xi_{2\tau}}{\rho v}}\, \vec{B}^{\text{пер}}_{\vec{\tau}} \cos\varphi \times$$

$$\times \exp\left\{i\left[\frac{\omega}{v}\xi_{2\tau}\rho + \left(\frac{\omega}{v} + \tau_y\right)y - \omega t\right]\right\}d\omega,$$

$$\vec{B}^{\text{пер}}_{\vec{\tau}} = \vec{B}_{\vec{\tau}}\left(k_x = \frac{\omega}{v}\xi_{2\tau}\sin\varphi\right). \tag{32}$$

Из формул для полей и условий возникновения излучения видно, что так же как и в случае неограниченных сред [11], существенное значение имеет неоднородность вдоль скорости заряда. Структура решетки вдоль $\vec{\rho}$ приводит лишь к искажению полей. Поэтому при вычислении интенсивности мы ограничимся частным случаем $l = l_y$.

3. Выпишем поля и интенсивности излучения для наиболее интересного случая $\varepsilon_1 = 1$, $l = l_2$. При движении заряда в вакууме излучение в область $z < 0$ может иметь место лишь при $m \leqslant -1$, поэтому мы заменим m на $-m$ и будем проводить суммирование от 1 до ∞. Тогда для поля излучения в вакууме имеем

$$\vec{E}_1'(\vec{r}, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \int d\omega \sqrt{\frac{-2i\omega\xi_{1m}}{\pi\rho}} \cdot \cos\varphi \frac{e}{v} \frac{\vec{C}_m}{\Delta_m} a_\tau \times$$
$$\times \exp\left\{ i \left[\frac{\omega}{v} \xi_{1m}\rho + \frac{\omega}{v}\left(1 - \frac{2\pi m}{l\omega}\right) y - \omega t \right] + \left[i \frac{\omega}{v} \xi_{1m} d \cos\varphi - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \frac{|\omega|}{v} \eta_{1m} d \right]\right\} d\omega, \tag{33}$$

где

$$\Delta_m = \left(1 - \frac{\pi m v}{l\omega}\right)\left(\varepsilon_0 \xi_{1m} \cos\varphi + \eta_{2m}\right)\left(\eta_{0m} + \varepsilon_0 \frac{|\omega|}{\omega} \eta_{1m}\right),$$

$$\begin{aligned} \xi_{1m} &= \sqrt{\beta^2 - \left(1 - \frac{2\pi m v}{l\omega}\right)^2}, \\ \eta_{1m} &= \sqrt{1 - \beta^2 + \xi_{1m}^2 \sin^2\varphi}, \\ \eta_{0m} &= \sqrt{\xi_0^2 - \xi_{1m}^2 \sin^2\varphi}, \\ \eta_{2m} &= \sqrt{\xi_{2m}^2 - \xi_{1m}^2 \sin^2\varphi}, \\ \xi_{2m} &= \sqrt{\beta^2\varepsilon_0 - \left(1 - \frac{2\pi m v}{l\omega}\right)^2}. \end{aligned} \tag{34}$$

Компоненты $\vec{C}_m$ определяются следующими формулами:

$$C_{mz} = \eta_{2m} \xi_{1m}^2 (\eta_{0m} - \eta_{2m}) \sin^2\varphi + i \frac{|\omega|}{\omega} \eta_{1m} \left[(\eta_{0m} - \eta_{2m}) \eta_{0m} \eta_{2m} + \right.$$
$$\left. + \eta_{2m}\left(1 - \frac{\pi m v}{l\omega}\right) - \frac{l\omega v}{4\pi m c^2} \varepsilon_0 (\eta_{0m} - \eta_{2m}) \right],$$

$$C_{my} = \frac{l\omega}{4\pi m v} \xi_{1m}^3 \sin^2\varphi \cos\varphi (\eta_{0m}\eta_{2m} - \beta^2\varepsilon_0) +$$
$$+ \xi_{1m}^2 \sin^2\varphi (\eta_{0m} - \eta_{2m} + \xi_{1m}\cos\varphi)(1 + \xi_{1m}^2 \sin^2\varphi) +$$
$$+ \xi_{1m} \left[\xi_{1m}^2 \sin^2\varphi \cos\varphi + \frac{1}{2} \xi_{1m} \sin^2\varphi (\eta_{0m} - \eta_{2m}) \right] +$$
$$+ \xi_{1m}^3 \sin^3\varphi \cos\varphi \frac{\pi v m}{l\omega} + i \frac{|\omega|}{\omega} \eta_{1m} \left\{ \frac{l\omega}{4\pi v m} \eta_{0m}\xi_{1m} (\eta_{0m}\eta_{2m} - \beta^2\varepsilon_0) \cos\varphi + \right.$$

$$+\eta_{0m}\left[(\eta_{0m}-\eta_{2m}+\xi_{1m}\cos\varphi)\,\xi_{1m}^2\sin^2\varphi+\frac{1}{2}\,\xi_{1m}(\eta_{0m}+\eta_{2m})\cos\varphi+\right.$$

$$\left.+\,\eta_{0m}\frac{\pi m v}{l\omega}\,\xi_{1m}\cos\varphi\right]\Bigg\},$$

$$C_{mx}=(\eta_{0m}-\eta_{2m}+\xi_{1m}\cos\varphi)+\xi_{1m}^2\sin^2\varphi\,(\eta_{0m}-\eta_{2m})\frac{1}{2}+$$

$$+\frac{\pi m v}{l\omega}(\eta_{0m}-\eta_{2m}+\xi_{1m}\cos\varphi)+\frac{l\omega}{4\pi v m}\Big\{(\eta_{0m}-\eta_{2m}+\xi_{1m}\cos\varphi)(1+\xi_{1m}^2\sin^2\varphi)+$$

$$+\,\xi_{1m}\cos\varphi\,(\eta_{0m}\eta_{2m}-\beta^2\varepsilon_0)\Big\}+i\,\frac{|\omega|}{\omega}\,\eta_{1m}\Big\{\frac{l\omega}{4\pi v m}[\eta_{0m}(\eta_{0m}-\eta_{2m}+\xi_{1m}\cos\varphi)-$$

$$-\,\xi_{1m}\cos\varphi\;\eta_{2m}]+\frac{1}{2}\,\eta_{2m}(\eta_{0m}-\eta_{2m})\Big\}\,\xi_{1m}\sin\varphi. \qquad (35)$$

Поток энергии, прошедшей через поверхность длины l и радиуса ρ, дается формулой

$$dW_m=\frac{2e^2c^2l}{\pi v^3}\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\int\limits_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}}a_{-}^2\,\xi_{1m}^2\,|\vec{C}_m|^2\,e^{-2\frac{|\omega|}{v}\eta_{1m}d}\cos^2\varphi\,\omega\,d\omega\,d\varphi, \qquad (36)$$

где $\omega_{\min}$ и $\omega_{\max}$ определяются из (22) при $\varepsilon_1=1$. В случае, когда $\varepsilon_0<1$, и в областях, где η_{2m}^2 и ξ_{2m}^2 могут стать отрицательными, в выражениях для $\vec{C}_m$ производятся замены $\eta_{0m}\to i\frac{|\omega|}{\omega}|\eta_{0m}|$, $\eta_{2m}\to i\frac{|\omega|}{\omega}|\eta_{2m}|$ и $\xi_{2m}\to i\frac{|\omega|}{\omega}|\xi_{2m}|$.

Рассмотрим случай, когда $\varepsilon_0<0$. В этом случае в периодической среде излучение отсутствует и дифракционное излучение полностью уходит в вакуум. Однако в этом случае вклад в поле, помимо перевальной точки $\frac{\omega}{v}\xi_{1m}\sin\varphi$, дают еще и вычеты в точках

$$k_{xm}=\frac{\omega}{v}\sqrt{\beta^2\frac{|\varepsilon_0|}{|\varepsilon_0|-1}-\left(1+\frac{2\pi m v}{l\omega}\right)^2}. \qquad (37)$$

При $m=0$ полюс (37) соответствует поверхностной волне, генерируемой при движении заряда над средой с отрицательным ε, рассмотренной в [12].

При наличии периодической структуры с отрицательной средней диэлектрической проницаемостью генерируются высшие гармоники поверхностных волн, распространяющиеся под углами ϑ_m' к скорости заряда $\vec{v}$, определяемыми из

$$\cos \vartheta'_m = \frac{1}{\beta\sqrt{|\varepsilon_0|}}\left(1+\frac{2\pi m v}{l\omega}\right)\sqrt{|\varepsilon_0|-1}. \tag{38}$$

При этом если

$$\beta\cdot\alpha>1, \left(\alpha=\sqrt{\frac{|\varepsilon_0|}{|\varepsilon_0|-1}}\right), \tag{39}$$

то положительные m могут иметь место для частот

$$\omega \geqslant \frac{2\pi m v}{l(\beta\alpha-1)}, \tag{40}$$

а отрицательные — для частот

$$\omega \geqslant \frac{2\pi l m v}{l(\beta\alpha+1)}. \tag{41}$$

При $\beta\cdot\alpha<1$ излучаемые частоты лежат в интервале

$$\frac{2\pi|m|v}{l(\beta\alpha+1)} \leqslant \omega \leqslant \frac{2\pi|m|v}{l(\beta\alpha-1)}. \tag{42}$$

Соотношения (38)—(40) имеют тот же вид и тот же смысл, что и соотношения (22)—(26) при генерации обычных волн, только роль показателя преломления играет величина α.

Автор благодарен Б. М. Болотовскому и Г. М. Гарибяну за полезные обсуждения.

Поступила 19.V.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. Е. Пафомов*, ЖЭТФ, 32, 610 (1957).
2. *А. Г. Ситенко, В. С. Ткалич*, ЖЭТФ, 29, 1074 (1959).
3. *N. Danos*, Journ. Appl. Phys., 26, 2 (1955).
4. *J. G. Linhart*, Journ. Appl. Phys., 26, 527 (1955).
5. *Г. М. Гарибян, О. С. Мергелян*, Изв. АрмССР, серия физ.-мат. наук, 13, 123 (1960).
6. *S. J. Smith, E. M. Purcell*, Phys. Rev., 92, 1069 (1953).
7. *Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский*, УФН, 94, 377 (1968).
8. *Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский*, УФН, 88, 209 (1966).
9. *О. С. Мергелян*, ЖТФ, 15, 2043 (1970).
10. *Я. Б. Файнберг, Н. А. Хижняк*, ЖЭТФ, 32, 883 (1957).
11. *М. Л. Тер-Микаелян*, Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях, Изв. АН АрмССР, Ереван, 1969.
12. *В. Е. Пафомов*, Труды ФИАН, том 15 (1961).

ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆՈՐԵՆ ԱՆՀԱՄԱՍԵՌ ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿԻ ՀԱՐԹ ՍԱՀՄԱՆԻՆ ԶՈՒԳԱՀԵՌ ՇԱՐԺՎՈՂ ԿԵՏԱՅԻՆ ԼԻՑՔԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ

Հ. Ս. ՄԵՐԳԵԼՅԱՆ

Խոտորումների տեսության մոտավորությամբ լուծված է երեք կոորդինատներից պարբերականորեն կախված դիէլեկտրիկ հատկություններով միջավայրի՝ համասեռ դիէլեկտրիկի հետ բաժանման հարթ սահմանի վրայով անցնող լիցքի ճառագայթման խնդիրը։ Համասեռ և պար-

բերականորեն անհամասեռ միջավայրում ստացված են արտահայտություններ էներգիայի կորուստների համար։ Քննարկվում է նաև մակերևույթային ալիքների գրգռման հարցը։

THE RADIATION FROM CHARGED PARTICLE MOVING IN A DIELECTRIC ALONG THE PLANE BOUNDARY WITH PERIODICALLY CHANGING ITS DENSITY DIELECTRIC MEDIUM

H. S. MERGELIAN

In the perturbation theory approximation the problem of the radiation of charge-in-flight in isotropic dielectric medium above plane boundary with the medium-dielectric properties of which periodically depend on three coordinates is considered, The expressions for the energy losses both in isotropic and periodically inhomogeneous media are obtained. The surface wave generation is discussed as well.