Изв. АН Армянской ССР, Физика, 7, 283—287 (1972)

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОВОДИМОСТИ ВОЛНОВОДА ПРИ НАЛИЧИИ ДИНАМИЧЕСКОГО СКОЛЬЖЕНИЯ МЕЖДУ СГУСТКАМИ ЧАСТИЦ И ВОЛНОЙ

Л. М. МОВСИСЯН, Ю. О. АВЕТИСЯН

В работе приведены аналитические выражения для проводимости волновода при заданных параметрах пучка. Получено и решено уравнение для фазы динамического скольжения при заданных проводимости волновода и законе изменения равновесной фазы в случае наличия потерь на стенках волновода.

Одной из основных задач исследования и расчета линейного ускорителя заряженных частиц является обеспечение необходимых зависимостей действующего поля и равновесной фазы вдоль оси волновода. В работе [1] исследована продольная динамика заряженных частиц в поле бегущей электромагнитной волны с независимой переменной — равновесной энергией. Там же, при определенных законах изменения действующего поля и равновесной фазы для отклонения фазы от равновесного значения получены решения в аналитическом виде. В волноводе эти зависимости обеспечиваются выбором его проводимости — величиной, определяющей геометрию волновода и скорость распространения в нем электромагнитной волны.

Согласно [2, 3] проводимость волновода определяется как

$$\Gamma = \frac{P}{E^2} = \frac{1}{E^2}\int\limits_{(s)} E_r H_\theta \, dS, \tag{1}$$

где P — мощность высокочастотного поля,

E — амплитуда напряженности продольного электрического поля,

$\Gamma = \Gamma(z)$ — проводимость волновода,

E_r, H_θ — поперечные составляющие электромагнитного поля,

S — площадь пространства взаимодействия ускоряющего волновода.

Для определения проводимости волновода будем исходить из баланса мощности, пользуясь общепринятыми приближениями:

$$P_г = P_э + P_д, \tag{2}$$

где $P_д = E_д^2 \Gamma$ — мощность действующего в волноводе поля,

$P_г$ — мощность стороннего поля (поля генератора),

$P_э = IU_s$ — мощность сгруппированного пучка частиц,

I — средний ток пучка в импульсе,

U_s — энергия равновесной частицы.

Определяя проводимость волновода из (2), имеем

$$\Gamma = \frac{P_г - IU_s}{E_д^2} = \frac{P_г - IU_s}{E_s^2} \cdot \sin^2 \varphi_s, \tag{3}$$

где $E_s = E_д \sin \varphi_s$ — равновесное действующее поле,

φ_s — фаза равновесной частицы, отсчитанная от нуля действующего поля.

Проводимость волновода можно также определить из уравнения для действующего поля, которое является суперпозицией поля генератора $E_г$, поля излучения $E_и$ и кулоновского поля пространственного заряда. Поле генератора определяется мощностью генератора, а поле излучения определяется как суперпозиция элементарных полей излучения от сгустков [4]. Для равновесной частицы поле пространственного заряда обращается в нуль.

Согласно [5] равновесное действующее поле равно

$$E_s = \sqrt{\frac{P_{гн}}{\Gamma}}\, e^{-\alpha z} \sin \varphi_г - \frac{Ie^{-\alpha z}}{2\sqrt{\Gamma}} \left[\sin \varphi \int \frac{\sin \varphi}{\sqrt{\Gamma}}\, e^{\alpha z}\, dz + \cos \varphi \int \frac{\cos \varphi}{\sqrt{\Gamma}}\, e^{\alpha z}\, dz \right], \tag{4}$$

где α — коэффициент затухания волны,

$\varphi_г$ — фаза напряженности поля генератора, равная $\varphi_{гн} + \varphi(z)$,

$\varphi_{гн}$ — начальное значение фазы генератора, равное начальному значению равновесной фазы,

$\varphi = \varphi(z)$ — фаза динамического скольжения, определяемая как

$$\frac{d\varphi}{dz} = k\left(\frac{1}{\beta_{сг}} - \frac{1}{\beta_ф}\right), \tag{5}$$

где $\beta_{сг} = \frac{v_{сг}}{c}$ и $\beta_ф = \frac{v_ф}{c}$ — относительные скорости сгустков и фазы волны,

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число.

Уравнение (4) можно преобразовать к виду

$$Te^{\alpha z} = \sqrt{P_{гн}} \sin(\varphi_{гн} + \varphi) - \frac{I}{2}\left[\sin \varphi \int \frac{\sin \varphi e^{\alpha z}}{T} dU_s + \right.$$

$$\left. + \cos \varphi \int \frac{\cos \varphi e^{\alpha z}}{T}\, dU_s \right], \tag{6}$$

где $T = E_s \sqrt{\Gamma}$, $z = \int \frac{dU_s}{E_s}$ — продольная координата.

После дифференцирования (6) получим

$$\left(T' + \frac{\alpha T}{E_s}\right) e^{\alpha z} = \left\{ \sqrt{P_{гн}} \cos(\varphi_{гн} + \varphi) - \frac{I}{2}\left[\cos \varphi \int \frac{\sin \varphi}{T}\, e^{\alpha z}\, dU_s - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \sin \varphi \int \frac{\cos \varphi}{T}\, e^{\alpha z}\, dU_s \right]\right\} \cdot \varphi' - \frac{I}{2T}\, e^{\alpha z}, \tag{7}$$

где штрихи означают дифференцирование по U_s.

Пользуясь векторной диаграммой работы [5], выражение в фигурных скобках можно упростить. Из векторной диаграммы имеем

$$E_д \cos \varphi_s = E_г \cos (\varphi_{гн} + \varphi) + E_и \cos \varphi_и, \tag{8}$$

где $\varphi_и = \varphi - \left(\frac{\pi}{2} + \Phi\right)$ — фаза поля излучения.

Уравнение (8) можно преобразовать к виду

$$E \operatorname{ctg} \varphi_s = \sqrt{\frac{P_{гн}}{\Gamma}} e^{-\alpha z} - \frac{I e^{-\alpha z}}{2\sqrt{\Gamma}} \cdot \left[\cos \varphi \int \frac{\sin \varphi}{T} e^{\alpha z} dU_s - \right.$$

$$\left. - \sin \varphi \int \frac{\cos \varphi}{T} e^{\alpha z} dU_s \right]. \tag{9}$$

Сравнивая (7) и (9), получим

$$\left(T' + \frac{\alpha T}{E_s}\right) = T \operatorname{ctg} \varphi_s \cdot \varphi' - \frac{I}{2T}. \tag{10}$$

Обозначением $T^2 = y$ уравнение (10) приводится к линейному дифференциальному уравнению

$$y' = 2y \operatorname{ctg} \varphi_s \left(\varphi' - \frac{\alpha}{E_s \operatorname{ctg} \varphi_s}\right) - I. \tag{11}$$

Из решения уравнения (11), при заданном $E_s(U_s)$, можно определить проводимость волновода как функцию равновесной энергии. Уравнение (1') нетрудно привести к линейному дифференциальному уравнению для проводимости волновода

$$\Gamma' - 2\Gamma \left(\operatorname{ctg} \varphi_s \cdot \varphi' - \frac{\alpha}{E_s} - \frac{E_s'}{E_s}\right) + \frac{I}{E_s^2} = 0. \tag{12}$$

Уравнение (12) имеет ряд преимуществ по сравнению с уравнением для определения проводимости, полученным в работе [3]. Так, например, уравнение (12) имеет решение при любых зависимостях $\varphi(U_s)$ и $\alpha \neq 0$, тогда как дифференциальное уравнение Абеля, полученное при условии $\alpha = 0$ в работе [3], имеет решение лишь при определенных $\varphi(U_s)$.

Решение уравнения (12) при $\varphi' = 0$, $\alpha = 0$ дает

$$\Gamma = \frac{P_{гн} \sin^2 \varphi_г - IU_s}{E_s^2}, \tag{13}$$

что совпадает с результатом, полученным в [2] и [3]. Нетрудно убедиться, что формула (13) не противоречит ранее полученной формуле (3). Для этого докажем, что

$$P_{гн} \sin^2 \varphi_г - IU_s = (P_{гн} - IU_s) \sin^2 \varphi_s. \tag{14}$$

Воспользовавшись результатами [6], имеем

$$P_{гн} - IU_s = E_д^2 \Gamma. \tag{15}$$

Подстановкой (15) в (14) получим

$$P_{гн} \cos^2 \varphi_г = E_д^2 \Gamma \cos^2 \varphi_s \tag{16}$$

или

$$\frac{\operatorname{tg}\varphi_г}{\operatorname{tg}\varphi_s}=\frac{\sqrt{P_{гн}}\sin\varphi_г}{E_д\sqrt{\Gamma}\sin\varphi_s}=\frac{E_г\sin\varphi_г}{E_д\sin\varphi_s}.$$

Уравнение (16) можно преобразовать к виду

$$\frac{\operatorname{tg}\varphi_г}{\operatorname{tg}\varphi_s}=1+\frac{E_u}{E_д\sin\varphi_s}, \tag{17}$$

что совпадает с формулой (2—15) работы [2].

Таким образом, при $\alpha=0$, $\varphi'=0$ формулы (3) и (13) эквивалентны. При практических расчетах, в особенности в ЛБВ, необходимо знать поле излучения при заданном токе, равновесной фазе и равновесном действующем поле. Амплитуда поля излучения при заданных величинах зависит также от фазы динамического скольжения φ, и поэтому представляет интерес вопрос нахождения φ при заданных I, E_s, φ_s. Ответ на этот вопрос можно получить из уравнения (12)

$$\varphi'=\left(\frac{\Gamma'+\dfrac{I}{E_д^2}}{2\Gamma}+\frac{E_s'}{E_s}+\frac{\alpha}{E_s}\right)\cdot\operatorname{tg}\varphi_s. \tag{18}$$

Подставляя проводимость волновода из (3) в уравнение для фазы динамического скольжения, получим

$$\varphi'=\varphi_s'+\frac{I\operatorname{ctg}\varphi_s}{2\left(P_{гн}e^{-2\alpha z}-IU_s\right)}-\frac{\alpha I\operatorname{tg}\varphi_s}{E_s\left(P_{гн}e^{-2\alpha z}-IU_s\right)}U_s. \tag{19}$$

Интегрируя уравнение (19) и переходя к независимой переменной — продольной координате, имеем

$$\varphi(z)=\varphi_s(z)-\varphi_{sн}+\frac{I}{2}\int_0^z\frac{E_s\operatorname{ctg}\varphi_s}{P_{гн}e^{-2\alpha z}-IU_s}dz-\alpha I\int_0^z\frac{U_s\operatorname{ctg}\varphi_s\,dz}{P_{гн}e^{-2\alpha z}-IU_s}. \tag{20}$$

Здесь $U_s=\int_0^z E_s\,dz$ является явной функцией от продольной координаты при заданном равновесном действующем поле.

Как частный случай, при отсутствии потерь на стенках волновода ($\alpha=0$), из уравнения (19) имеем

$$\varphi(U_s)=\varphi_s(U_s)-\varphi_{sн}+\frac{I}{2}\int_0^{U_s}\frac{\operatorname{ctg}\varphi_s}{P_{гн}-IU_s}dU_s. \tag{21}$$

Из вышесказанного следует, что при заданном токе пучка, мощности генератора, равновесной фазе и проводимости волновода можно определить амплитуду и фазу поля излучения в произвольном сечении волновода.

В заключение авторы выражают благодарность Г. И. Жилейко за ценные замечания, высказанные в процессе работы, и обсуждения ее результатов.

Ереванский государственный
университет

Поступила 10.II.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. И. Жилейко, Л. М. Мовсисян*, Изв. АН АрмССР, Физика, 5, 205 (1970).
2. *Г. И. Жилейко*, Высоковольтные электронные пучки, Энергия, 1968.
3. *Г. И. Жилейко, Л. М. Мовсисян, В. В. Синдинский*, Изв. АН АрмССР, Физика, 6, 306 (1970).
4. *Г. И. Жилейко, В. В. Синдинский*, ЖТФ, т. XL, 900 (1970).
5. *Г. И. Жилейко, Л. М. Мовсисян, В. В. Синдинский*, Изв. АН АрмССР, Физика, 7, 150 (1972).
6. *Г. И. Жилейко, Т. Е. Елеманов, В. В. Синдинский*, Атомная энергия, 27, 54 (1970).

ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ԹԱՆՁՐՈՒԿՆԵՐԻ ԵՎ ԱԼԻՔԻ ՄԻՋԵՎ ԴԻՆԱՄԻԿ ՍԱՀՔԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ ԱԼԻՔԱՏԱՐԻ ՀԱՂՈՐԴԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

Լ. Մ. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ, Յու. Հ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ

Աշխատանքում բերված են ալիքատարի հաղորդականության համար փնջի տրված պարամետրերի դեպքում անալիտիկ արտահայտություններ։ Ստացված և լուծված է ալիքատարի տրված հաղորդականության և հավասարակշռված փուլի փոփոխման օրենքի դեպքում դինամիկ սահքի փուլի հավասարումը, երբ հաշվի են առնվում կորուստները ալիքատարի պատերի վրա։

INVESTIGATION OF WAVEGUIDE CONDUCTIVITY AT THE DYNAMIC SLIDING BETWEEN PARTICLE BUNCH AND A WAVE

L. M. MOVSISIAN, Yu. H. AVETISIAN

For given bunch parameters the analytic expression of the waveguide conductivity is given.

Equations for the dynamic phase sliding at given conductivity of the waveguide and equilibrium phase law variation in the case of losses on the waveguide walls are received and solved.