

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ТОЧЕЧНОГО ЗАРЯДА ПРИ НАЛИЧИИ ГИРОТРОПИИ ОДНОЙ ИЗ СРЕД

Ф. А. КОСТЯНЯН, Р. М. РАХМАТУЛЛАЕВ

Рассматривается переходное излучение равномерно движущегося заряда, нормально пересекающего границу раздела вакуума и немагнитной гиротропной среды. В случае, когда гиротропия вызвана наличием внешнего магнитного поля, перпендикулярного границе раздела, найдены и исследованы поля переходного излучения в вакууме и в гиротропной среде.

Пусть частица заряда e , двигаясь вдоль оси z из $-\infty$ в $+\infty$ с постоянной скоростью v , пересекает границу $z=0$ вакуума и немагнитной гиротропной среды, характеризующейся тензорной диэлектрической проницаемостью ε_{ik} [1] ($\mu=1$),

$$\varepsilon_{ik} = \begin{pmatrix} \varepsilon & -ig & 0 \\ ig & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Поле заряда, разложенное в тройной интеграл Фурье, в гиротропной среде имеет вид [2]

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \int \vec{E}(\vec{k}) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} d\vec{k}, \quad \omega = kv, \\ \vec{E}(\vec{k}) &= \frac{e}{2\pi^2\varepsilon} \frac{1}{\Delta} \left\{ i \frac{\omega v}{v^2} \left[s^2 \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \right) + \frac{g^2}{\varepsilon^2} \beta^2 \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \right] - \right. \\ &\quad \left. - i \vec{x} \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \right) + \frac{[\vec{v} \times \vec{x}]}{v} \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \frac{g}{\varepsilon} \right\}, \quad (2) \\ \Delta &= \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \right) \left[\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \right) \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon} + x^2 \left(1 - \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon} \right) \right] + \frac{g^2}{\varepsilon^2} \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \left(x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_3 \right), \\ \vec{x} &= \vec{k} - \frac{\omega v}{v^2}, \quad \beta = \frac{v}{c}, \quad s^2 = \beta^2 \varepsilon - 1. \end{aligned}$$

Рассмотрим случай, когда ε становится тензором (1) вследствие наличия постоянного магнитного поля $\vec{H}_0$, направленного вдоль оси z . В этом случае диэлектрическая проницаемость изотропной в отсутствии магнитного поля среды

$$\varepsilon = 1 + \sum_s \frac{\omega_{0s}^2}{\omega_s^2 - \omega^2} \quad (3)$$

после включения магнитного поля становится тензором (1) с компонентами [2]

$$\varepsilon = 1 + \sum_s \frac{\omega_0^2 (\omega_s^2 - \omega_0^2)}{(\omega_s^2 - \omega^2)^2 - \omega_H^2 \omega^2}, \quad g = \frac{\omega_0^2 \omega \omega_H}{(\omega_s^2 - \omega^2)^2 - \omega_H^2 \omega^2}, \quad (4)$$

$$\varepsilon_3 = 1 + \sum_s \frac{\omega_0^2}{\omega_s^2 - \omega^2}.$$

В формулах (3) — (4) $\omega_0^2 = \frac{4\pi N e^2}{m}$, ω_s — собственные частоты электронов среды, $\omega_H = e H_0 / mc$ — частота гирации.

В большинстве практически интересных случаев $g \ll 1$, а из (4) следует, что величина $\varepsilon_3 - \varepsilon \sim g^2$. Поэтому, решая задачу в первом приближении по g , примем $\varepsilon_3 = \varepsilon$.

Поля излучения по обе стороны от границы ищем в виде

$$\vec{E}_1'(\vec{r}, t) = \int \vec{E}_1'(\vec{k}) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \lambda_1 z - \omega t)} d\vec{k},$$

$$\vec{E}_2'(\vec{r}, t) = \int e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \{ \vec{E}_2^+(\vec{k}) e^{\lambda_2^+ z} + \vec{E}_2^-(\vec{k}) e^{\lambda_2^- z} \} d\vec{k}, \quad (5)$$

где

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - x^2}, \quad \lambda_2^\pm = \lambda_1 \pm \frac{1}{2} \frac{g}{\varepsilon} k_0, \quad (6)$$

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon - x^2}, \quad k_0 = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon}.$$

Поля с индексами $\pm$ соответствуют право- и левополяризованным волнам в гиротропной среде. Для них имеют место соотношения [3]

$$\lambda_2^\pm E_{2z}^\pm(\vec{k}) + x E_{2x}^\pm(\vec{k}) = 0, \quad (7)$$

$$E_{2x}^\pm = \pm i \frac{k_0}{\lambda_2} E_{2z}^\pm,$$

замещающие условия поперечности, имевшие место в изотропной среде.

Из граничных условий совместно с (7) для Фурье-компонент полей излучения в гиротропной среде имеем

$$\vec{E}_1^\pm(\vec{k}) = \frac{ie}{4\pi^2} [\vec{A}_1^\pm + g \vec{A}_2^\pm],$$

$$A_{1z}^+ = A_{1z}^- = \frac{x^2}{\lambda_2 + \varepsilon \lambda_1} \left\{ \frac{1 + \frac{v}{\omega} \lambda_1}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} - \frac{1}{\varepsilon} + \frac{v}{\omega} \lambda_1 \right\} = P_{1z},$$

$$A_{2z}^+ = -A_{2z}^- = P_{2z} = -\frac{\varepsilon^{-1} k_0}{\lambda_2 + \lambda_1} \left\{ \frac{\left(\lambda_1 + \frac{\omega}{v} \right) x^2}{\varepsilon \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \right)^2} + P_{1z} \left(1 + \frac{\lambda_1}{2\lambda_2} \right) \right\}, \quad (8)$$

$$A_{1z}^+ = A_{1z}^- = P_{1z} = -\frac{\lambda_2}{x} P_{1z},$$

$$A_{2x}^+ = -A_{2x}^- = P_{2x} = \frac{\lambda_2}{x} \frac{k_0}{\varepsilon} \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \left[\frac{x^2 \left(\lambda_1 + \frac{\omega}{v} \right)}{\varepsilon \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \right)^2} + \frac{1}{2} P_{1z} \right],$$

$$A_{1[\vec{v}x]}^+ = -A_{1[\vec{v}x]}^- = i \frac{k_0}{\lambda_2} P_{1z} = -i \frac{k_0}{x} P_{1z},$$

$$A_{2[\vec{v}x]}^+ = A_{2[\vec{v}x]}^- = i \frac{k_0}{\lambda_2} P_{2x}.$$

Перепишем формулы (5) с учетом (8)

$$\begin{aligned} E'_{2x}(\vec{r}, t) &= \int \frac{ie}{2\pi^2} e^{i(\vec{x}\vec{\rho} - \omega t + \lambda_2 z)} P_{1z} \cos\left(\frac{g}{2\varepsilon} k_0 z\right) d\vec{k} - \\ &\quad - \int \frac{e}{2\pi^2} e^{i(\vec{x}\vec{\rho} - \omega t + \lambda_2 z)} g P_{2x} \sin\left(\frac{g}{2\varepsilon} k_0 z\right) d\vec{k}, \\ E'_{2\rho}(\vec{r}, t) &= - \int \frac{ie}{2\pi^2} \frac{\lambda_2}{x} \cos \Phi e^{i(\vec{x}\vec{\rho} - \omega t + \lambda_2 z)} P_{1z} \cos\left(\frac{g}{2\varepsilon} k_0 z\right) d\vec{k} - \\ &\quad - \int \frac{e}{2\pi^2} \cos \Phi e^{i(\vec{x}\vec{\rho} - \omega t + \lambda_2 z)} P_{2x} \sin\left(\frac{g}{2\varepsilon} k_0 z\right) d\vec{k}, \\ E'_{2\varphi}(\vec{r}, t) &= \int \frac{ie}{2\pi^2} \frac{k_0}{x} \cos \Phi P_{1z} e^{i(\vec{x}\vec{\rho} - \omega t + \lambda_2 z)} \sin\left(\frac{g}{2\varepsilon} k_0 z\right) d\vec{k} - \\ &\quad - \int \frac{e}{2\pi^2} \frac{k_0}{\lambda_2} \cos \Phi P_{2x} e^{i(\vec{x}\vec{\rho} - \omega t + \lambda_2 z)} \cos\left(\frac{g}{2\varepsilon} k_0 z\right) d\vec{k}, \end{aligned} \quad (9)$$

где Φ — угол между векторами $\vec{x}$ и $\vec{\rho}$.

Поле излучения назад имеет вид

$$\vec{E}'_1(\vec{r}, t) = \int e^{i(\vec{x}\vec{\rho} - \lambda_2 z - \omega t)} \vec{E}'_1(\vec{k}) d\vec{k}, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} E'_{1z}(\vec{k}) &= \frac{ie}{2\pi^2} P_z(\vec{k}), \quad E'_{1x}(\vec{k}) = \frac{\lambda_1}{x} E'_{1z}(\vec{k}), \\ P_z(\vec{k}) &= \frac{x^2}{\lambda_2 + \varepsilon \lambda_1} \left(\frac{1 - \lambda_2 \frac{v}{\omega}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} - \frac{\frac{1}{\varepsilon} - \lambda_2 \frac{v}{\omega}}{k^2 - \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2}} \right), \end{aligned} \quad (11)$$

$$E'_{1|vz|}(\vec{k}) = \frac{e}{2\pi^2} \frac{g}{\varepsilon} \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \frac{1}{(\lambda_1 + \lambda_2)} \left(\frac{z}{\varepsilon} \frac{\lambda_2 - \frac{\omega}{v}}{\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon\right)^2} - \frac{1}{2z} P_{1z} \right) = \\ = \frac{e}{2\pi^2} g \chi_z^*(\vec{k}).$$

Интегрирование по Φ и по x (последнее проводится методом перевала [4] и дает значения полей в волновой зоне) приводит к следующему результату:

а) Поле в гиротропной среде

$$E_{2z}(\vec{r}, t) = \int \frac{e}{\pi v R} \sin^2 \vartheta \cos \vartheta P_{1z}^0 \cos\left(\frac{g}{2\varepsilon} k_0 z\right) e^{i(k_0 R - \omega t)} d\omega - \\ - \int \frac{ie}{\pi v R} g \sin^2 \vartheta \cos \vartheta P_{2z}^0 \sin\left(\frac{g}{2\varepsilon} k_0 z\right) e^{i(k_0 R - \omega t)} d\omega, \\ E_{2p}(\vec{r}, t) = - \int \frac{e}{\pi v R} \sin \vartheta \cos^2 \vartheta P_{1z}^0 \cos\left(\frac{g}{2\varepsilon} k_0 z\right) e^{i(k_0 R - \omega t)} d\omega + \\ + \int \frac{ie}{\pi v R} \sin \vartheta \cos^2 \vartheta P_{2z}^0 \sin\left(\frac{g}{2\varepsilon} k_0 z\right) e^{i(k_0 R - \omega t)} d\omega, \\ E_{2\varphi}(\vec{r}, t) = \int \frac{e}{\pi v R} \sin \vartheta \cos \vartheta P_{1z}^0 \sin\left(\frac{g}{2\varepsilon} k_0 z\right) e^{i(k_0 R - \omega t)} d\omega + \\ + \int \frac{ie}{\pi v R} \sin \vartheta \cos \vartheta P_{2z}^0 \cos\left(\frac{g}{2\varepsilon} k_0 z\right) e^{i(k_0 R - \omega t)} d\omega. \quad (12)$$

В формулах (12)

$$P_{1z}^0 = \frac{x_0^2}{k_0} P_{1z} \Big|_{x=x_0}, \quad P_{2z}^0 = - \frac{x_0^2}{k_0} P_{2z} \Big|_{x=x_0}, \\ P_{2z}^0 = \frac{x_0^2}{k_0} \operatorname{tg} \vartheta \cdot P_{2z} \Big|_{x=x_0}, \quad (13)$$

где введены координаты

$$R \sin \vartheta = \rho, \quad R \cos \vartheta = z \quad \text{и} \quad x_0 = k_0 \sin \vartheta.$$

Из формул (12) видно, что в гиротропной среде имеет место переходное излучение 2-х поляризаций.

1. Основная волна круговой поляризации, интенсивность которой совпадает с интенсивностью излучения в изотропной среде, а плоскость поляризации вращается в направлении от $[\vec{R} [\vec{v} \vec{R}]]$ к $[\vec{v} \vec{R}]$ и делает полный оборот на расстоянии

$$R_0 = \frac{4\pi\varepsilon}{g k_0 \cos \vartheta}. \quad (14)$$

2. Волна, имеющая интенсивность порядка g^2 от основной и смещенная по фазе к ней на $\frac{\pi}{2}$. Плоскость поляризации этой волны описывает эллипс в направлении

$$[\vec{v}\vec{R}] \rightarrow [\vec{R}[\vec{v}\vec{R}]], \quad (15)$$

а полуоси эллипса относятся как $\sqrt{1 + (P_{2x}^0/P_{2z}^0)^2}$.

б) Поле в вакууме.

Введя координаты $z = -R \cos \vartheta$, $\rho = R \sin \vartheta$ и интегрируя по Φ и по χ , для полей переходного излучения в вакуум имеем

$$\begin{aligned} E_{1z}(\vec{r}, t) &= \int \frac{e}{\pi v R} e^{i\left(\frac{\omega}{c} R - \omega t\right)} \alpha_0 \sin^2 \vartheta \cos \vartheta d\omega, \\ E_{1\rho}(\vec{r}, t) &= \int \frac{e}{\pi v R} e^{i\left(\frac{\omega}{c} R - \omega t\right)} \alpha_0 \sin \vartheta \cos^2 \vartheta d\omega, \\ E_{1\varphi}(\vec{r}, t) &= - \int \frac{ie}{\pi v R} \frac{g}{\varepsilon} \sin \vartheta \cos \vartheta \xi_0 e^{i\left(\frac{\omega}{c} R - \omega t\right)} d\omega. \end{aligned}$$

$$\xi_0 = \frac{\omega}{c} \xi \left(\chi = \frac{\omega}{c} \sin \vartheta \right), \quad (16)$$

$$\alpha_0 = \frac{k^0}{\sin^2 \vartheta} P_z \left(\chi = \frac{\omega}{c} \sin \vartheta \right).$$

Из (16) следует, что излучение в вакуум имеет сильно вытянутую эллиптическую поляризацию с отношением полуосей эллипса α_0/ξ_0 . В поток энергии добавляется член

$$\frac{dW'}{d\Omega} = \int \frac{ce^2}{\pi^2 v^2} \left| \frac{g}{\varepsilon} \right|^2 \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta |\xi_0|^2 d\omega. \quad (17)$$

Авторы выражают глубокую благодарность О. С. Мергеляну за постановку задачи и большую помощь в выполнении работы, а также Б. М. Болотовскому за обсуждение результатов.

Институт радиофизики и электроники

АН АрмССР,
ФИАН СССР

Поступила 22.IV.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, М., 1959.
2. О. С. Мергелян, ЖТФ, 37, 827 (1967).
3. Э. Д. Газарян, О. С. Мергелян, Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат. наук, 17, № 1 (1964).
4. Г. М. Гарибян, ЖЭТФ, 33, 1403 (1957).

ԿԵՏԱՅԻՆ ԼԻՑԲԻ ԱՆՅՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ
ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐԻՑ ՄԵԿԻ ՀԻՐՈՏՐՈՊՈՒԹՅԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ֆ. Ա. ԿՈՍՏԱՆՅԱՆ, Ռ. Մ. ՌԱԽՄԱՏՈՒԼԱԵՎ

Դիտարկված է վակուումի և ոչ մագնիսական հիբոտրոպ միջավայրի սահմանը ուղղահայաց հատող հավասարաչափ շարժվող լիցքի անցումային ճառագայթումը: Այն դեպքում, երբ հիբոտրոպությունը առաջանում է բաժանման սահմանին ուղղահայաց արտաքին մագնիսական դաշտի առկայության հետևանքով, դրանում և հետազոտված են վակուումում և հիբոտրոպ միջավայրում անցումային ճառագայթման դաշտերը:

THE TRANSITION RADIATION OF A CHARGE WHEN
ONE OF THE MEDIA IS HYROTROPIC

F. A. KOSTANIAN, R. M. RACHMATULLAIEV

The transition radiation of uniformly moving charge perpendicular to the boundary between the hyrotropic nonmagnetic media and vacuum is considered. The transition radiation fields both in vacuum and hyrotropic medium are calculated and studied in the case when hyrotropy is due to the external magnetic field perpendicular to the boundary.