

РАЗМЕРНО-КВАНТОВАННЫЙ СПЕКТР И ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЛЕ СИЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Г. М. АРУТЮНЯН, А. О. АЗИЗЯН

В настоящей работе рассматривается взаимодействие электромагнитного поля с электронами в условиях размерного квантования. Задача допускает точное решение.

Получены точные волновые функции вблизи резонанса. Показано, что энергетический спектр электронов в электромагнитном поле перестраивается.

Вычислены продольные и поперечные времена релаксаций электронов на фононах.

Как известно [1], для описания электронов в пленке в отсутствии взаимодействия может быть выбрана модель одномерной потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками. Удобно выбрать ось z по нормали к пленке и задавать положение $\vec{r}$ электрона его радиусом-вектором в плоскости пленки $\vec{\rho}$ и координатой z . Будем пользоваться методом эффективной массы. Тогда собственные функции и собственные значения одноэлектронного уравнения Шредингера в невозмущенной задаче имеют вид

$$\varphi_{k,n}(\vec{r}) = \varphi_{k,n}(\vec{\rho}, r) = \left(\frac{2}{V}\right)^{1/2} e^{i\vec{k}\vec{\rho}} \sin \frac{\pi n z}{d}, \quad (1)$$

$$E_{k,n} = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\vec{k}^2 + \frac{\pi^2 n^2}{d^2} \right), \quad (2)$$

где $\vec{k}$ — волновой вектор электрона в плоскости пленки, n — целое число, квантующее энергию движения электрона по оси z , d — толщина пленки, V — ее объем, m^* — эффективная масса электронов в пленке. В условиях размерного квантования квантуются поперечный квазиимпульс и энергия электронов, продольная же энергия не квантуется.

Пусть теперь на пленку, у которой заполнен один пленочный уровень, падает линейно-поляризованная по оси z электромагнитная волна с частотой Ω , близкой к разности поперечных энергий второго и первого уровней, так что

$$\hbar\omega_0 = \hbar(\Omega + \varepsilon) = \frac{3\pi^2 \hbar^2}{2m^* d^2}, \quad (3)$$

где ε — расстройка резонанса.

При $d = 10^{-6}$ см, $m^* = 0,01 m_0 \approx 10^{-29}$ г (m_0 — масса свободного электрона), $\hbar\omega_0 \approx 0,9$ эВ, что соответствует частоте падающего излучения $\Omega = 10^{14}$ сек $^{-1}$.

Выбирая напряженность электрического вектора в волне в виде $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin \Omega t$ и воспользовавшись соотношением $\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$, для гамильтониана пленочной системы в поле излучения (4) будем иметь

$$H = H_0 + \frac{ie\hbar E_0}{m^* \Omega} \cos \Omega t \frac{\partial}{\partial z}, \quad (4)$$

где H_0 — гамильтониан невозмущенной пленочной системы.

Вблизи резонанса в (4) мы пренебрегаем членом, пропорциональным $|\vec{A}|^2$, как это сделано в [2].

По определению

$$\left. \begin{aligned} H_0 \varphi_{k,1} &= E_{k,1} \varphi_{k,1} \\ H_0 \varphi_{k,2} &= E_{k,2} \varphi_{k,2} \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Решение уравнения Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi \quad (6)$$

будем искать в виде [3]

$$\psi = a(t) \varphi_{k,1} e^{-\frac{i}{\hbar} E_{k,1} t} + b(t) \varphi_{k,2} e^{-\frac{i}{\hbar} E_{k,2} t + i\Omega t}. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (6), воспользовавшись (5) и приближением резонанса $\varepsilon/\omega_0 \ll 1$, будем иметь

$$\begin{aligned} \frac{\partial a(t)}{\partial t} &= -a_0 b(t), \\ \frac{\partial b(t)}{\partial t} + i\varepsilon b(t) &= a_0 a(t), \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$a_0 = \frac{4}{3} \frac{eE_0}{m^* d \Omega}.$$

Система (8) допускает решение типа $e^{-\frac{i}{\hbar} \lambda t}$, где возможные значения λ есть

$$\lambda_{1,2} = \frac{\hbar \varepsilon}{2} (1 \mp \sqrt{1 + \xi}), \quad (9)$$

а безразмерный параметр интенсивности определяется соотношением

$$\xi = \frac{4a_0^2}{\varepsilon^2} = \left(\frac{8}{3} \frac{eE_0}{m^* d \Omega \varepsilon} \right)^2. \quad (10)$$

Как видно из (10), даже при относительно слабых полях и фиксированной расстройке параметр ξ может оказаться довольно большим из-за малости толщины пленки и эффективной массы квазичастицы.

Например, для $\varepsilon = 10^{12} \text{ сек}^{-1}$, что соответствует энергии расстройки $0,01 \text{ эв}$, $\xi \sim 1$ уже для полей $E_0 \sim 10 \text{ в/см}$.

Соотношения (9) и (10) определяют сдвиги энергий пленочных уровней. Наличие электромагнитного поля приводит к „перепутыванию“ пленочных состояний аналогично с двухуровневым атомом [3].

При выключении поля ($\xi \rightarrow 0$) $\lambda_1 \rightarrow 0$, а $\lambda_2 \rightarrow \hbar\varepsilon$, поэтому λ_1 соответствует сдвигу пленочного уровня с $n = 1$, а λ_2 с $n = 2$.

Приведем значения энергий пленочных уровней в поле электромагнитной волны:

$$\left. \begin{aligned} E'_{k,1} &= E_{k,1} + \lambda_1 = E_{k,1} + \frac{\hbar\varepsilon}{2}(1 - \sqrt{1+\xi}), \\ E'_{k,2} &= E_{k,2} + \lambda_2 - \hbar\varepsilon = E_{k,2} - \frac{\hbar\varepsilon}{2}(1 - \sqrt{1+\xi}). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Как видно из (11), в присутствии электромагнитного поля энергетический спектр перестраивается.

При $\lambda = \lambda_{1,2}$ из (8) следует

$$\psi_{k,1} = c \left\{ \varphi_{k,1} e^{-\frac{i}{\hbar} E_{k,1} t} - \frac{i\sqrt{\xi}}{1+\sqrt{1+\xi}} \varphi_{k,2} e^{-\frac{i}{\hbar} E_{k,2} t + i\varepsilon t} \right\} e^{-\frac{i}{\hbar} \lambda_1 t}, \quad (12)$$

$$\psi_{k,2} = c \left\{ -\frac{i\sqrt{\xi}}{1+\sqrt{1+\xi}} \varphi_{k,1} e^{-\frac{i}{\hbar} E_{k,1} t} + \varphi_{k,2} e^{-\frac{i}{\hbar} E_{k,2} t + i\varepsilon t} \right\} e^{-\frac{i}{\hbar} \lambda_2 t},$$

где

$$|c|^2 = \frac{1 + \sqrt{1+\xi}}{2\sqrt{1+\xi}} \quad (13)$$

определяется из условия нормировки волновых функций.

Нетрудно убедиться, что при $\xi \rightarrow 0$ волновые функции (12) и энергии (11) принимают свои невозмущенные значения (1) и (2).

Воспользовавшись (12), вычислим вероятность продольного рассеяния электронов на фононах (фононы в пленках считаем теми же, что и в массивном образце). Матричный элемент рассеяния, вычисленный методом деформационного потенциала, равен

$$M_{k,k'} = \int \psi_{k',1}^* \text{div} \vec{U} \psi_{k,1} dV, \quad (14)$$

где $\vec{k}' = \vec{k} + \vec{q}$ ($\vec{q}$ — проекция волнового вектора на плоскость пленки), а $\vec{U}$ — вектор смещения в акустической волне.

Вектор $\vec{U}$ выбираем в виде плоской волны, нормируя ее так, чтобы энергия колебания с данным волновым вектором q равнялась $k_0 T$.

Тогда для вероятности продольного рассеяния будем иметь

$$W_{11}(\vec{k}, \vec{k}') = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{E_1^2 k_0 T}{\rho_0 v_0^2} \frac{1}{1+\xi} \times \\ \times \left\{ \left[\alpha^2 (1 + \sqrt{1+\xi})^2 + 2\alpha\beta\xi + \beta^2 \left(\frac{\xi}{1 + \sqrt{1+\xi}} \right)^2 \right] \sin^2 \frac{q_z d}{2} \delta(E_{\vec{k}+\vec{q}} - E_{\vec{k}} - \hbar\omega_{\vec{q}}) + \right. \\ \left. + \xi\gamma^2 \cos^2 \frac{q_z d}{2} [\delta(E_{\vec{k}+\vec{q}} - E_{\vec{k}} - \hbar\omega_{\vec{q}} - \hbar\Omega) + \delta(E_{\vec{k}+\vec{q}} - E_{\vec{k}} - \hbar\omega_{\vec{q}} + \hbar\Omega)] \right\}. \quad (15)$$

Здесь E_1 — константа электрон-фононного взаимодействия, ρ_0 — плотность кристалла, v_0 — скорость продольных волн, а коэффициенты α , β , γ соответственно равны

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{4\pi^2}{q_z d (4\pi^2 - q_z^2 d^2)}, \quad \beta = \frac{16\pi^2}{q_z d (16\pi^2 - q_z^2 d^2)}, \\ \gamma &= \frac{8\pi^2}{(9\pi^2 - q_z^2 d^2) (q_z^2 d^2 - \pi^2)}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Суммируя (15) по $\vec{q}$ и q_z , для продольной релаксации на первом плечном уровне получаем

$$\frac{1}{\tau_{11}} = \frac{1}{\tau_0} \frac{2}{1+\xi} \left[\frac{3}{4} (1 + \sqrt{1+\xi})^2 + \left(1 + \frac{5}{18\pi^2} \right) \xi + \frac{3}{8} \left(\frac{\xi}{1 + \sqrt{1+\xi}} \right)^2 \right]. \quad (17)$$

Здесь

$$\frac{1}{\tau_0} = \frac{E_1^2 k_0 T m^*}{d \rho_0 \hbar^3 v_0^2}.$$

Для электронов второго плечного уровня аналогичным образом находим

$$\frac{1}{\tau_{22}} = \frac{1}{\tau_0} \frac{2}{1+\xi} \left[\frac{3}{8} (1 + \sqrt{1+\xi})^2 + \left(1 + \frac{5}{18\pi^2} \right) \xi + \frac{3}{4} \left(\frac{\xi}{1 + \sqrt{1+\xi}} \right)^2 \right]. \quad (18)$$

Выражение для поперечных релаксаций рассеяния электронов на фононах имеет следующий вид:

$$\frac{1}{\tau_{21}} = \frac{1}{\tau_{12}} = \frac{1}{\tau_0} \frac{2}{1+\xi} \left\{ \left[(1 + \sqrt{1+\xi})^2 + 2\xi + \left(\frac{\xi}{1 + \sqrt{1+\xi}} \right)^2 \right] \frac{5}{18\pi^2} + \frac{\xi}{8} \right\}. \quad (19)$$

Заметим, что формулы (15, 17–19) верны для достаточно высоких температур и получены в случае $\vec{k} = 0$. Однако при $0 < k < \frac{\pi}{d}$ результаты заметно не изменятся [5].

При увеличении интенсивности электромагнитного поля (параметр ξ) вероятность продольного рассеяния на первом плечном

ном уровне уменьшается и увеличивается на втором, а вероятность поперечного рассеяния растёт.

Как и следовало ожидать, при $\xi \rightarrow \infty$ времена релаксаций стремятся к определённым значениям (насыщению).

При выключении внешнего электромагнитного поля ($\xi \rightarrow 0$) формулы (15—19) переходят в соответствующие выражения, полученные в работах [4, 5].

В заключение авторы выражают благодарность В. С. Сардаряну за постановку задачи и М. Л. Тер-Микаеляну за обсуждения и ценные замечания.

Институт физических исследований
АН АрмССР

Поступила 2.III.1972

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. Б. Сандомирский, ЖЭТФ, 52, вып. 1 (1967).
2. Н. Г. Басов, А. Э. Грасюк и др., ЖЭТФ, 50, вып. 3 (1966).
3. М. Л. Тер-Микаелян, А. О. Меликян, ЖЭТФ, 58, 281 (1970).
4. В. Я. Демидовский и Б. А. Тавлер, ФТТ, 6, вып. 3—4 (1964).
5. Л. В. Иоансен, ЖЭТФ, 50, вып. 3 (1966).

ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ԶԱՓԱՅԻՆ ՔՎԱՆՏԱՑՎԱԾ ՍՊԵԿՏՐԸ ԵՎ ԱՆԻՔՎԱՅԻՆ ՖՈՆՆԿՑԻԱՆԵՐԸ ՈՒԺԵՂ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԵՒԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ

Գ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Հ. Հ. ԱԶԻԶՅԱՆ

Աշխատանքում դիտարկված է ուժեղ էլեկտրամագնիսական դաշտի փոխազդեցությունը էլեկտրոնների հետ շափուների քվանտացման պայմաններում: Խնդիրը թույլատրում է ճշգրիտ լուծում:

Գտնված են ճշգրիտ ավիթային ֆունկցիաները ռեզոնանսի մոտ:

Ցույց է տրված, որ էլեկտրոնների էներգետիկ սպեկտրը էլեկտրամագնիսական դաշտում վերադասավորվում է:

Հաշված են ֆոնոնների վրա էլեկտրոնների լայնական և երկայնական ուղիղաճիգով ժամանակները:

THE DIMENSION-QUANTIZED SPECTRUM AND ELECTRON WAVE FUNCTIONS IN THE FIELD OF STRONG ELECTROMAGNETIC WAVE

G. M. HARUTUNIAN, A. O. AZIZYAN

The interaction of an electromagnetic field with electrons under dimensional quantization conditions is considered in the present paper.

The problem allows for an exact solution.

The exact wave functions near resonance are derived. It is shown that energetic spectrum of electrons in electromagnetic field rearranges. Longitudinal and transversal relaxation times of electrons on phonons are calculated.