К ТЕОРИИ ОНДУЛЯТОРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Н. А. КОРХМАЗЯН

Получена формула для спектральной интенсивности ондуляторного излучения при сильных полях.

С целью исследования возможностей генерации миллиметровых электромагнитных волн в работах [1, 2] была рассмотрена задача об излучении релятивистских заряженных частиц в магнитных ондуляторах с поперечным синусоидальным полем. При этом для указанной цели оказалось возможным ограничиться дипольным приближением.

Другие авторы [3] получили точные выражения для траектории частицы, для излучаемых частот и для полного ондуляторного излучения.

В работах [4, 5] была высказана идея об использовании ондуляторов для генерации сильно фокусированного жесткого излучения при помощи электронов с энергиями в несколько Гэв и больше. Однако формула для спектральной интенсивности при сильных полях (определение дается ниже) получена с некоторой погрешностью, и поэтому приведенные числовые оценки для интенсивности могут оказаться несколько завышенными.

В настоящей заметке получена исправленная формула для спектрального распределения ондуляторного излучения.

Исходя из точного выражения для траектории [3], в приближении

$$\frac{L}{l} z_0^5 \ll \gamma_0^2, \quad z_0 = \frac{eH_0 l}{2\pi M c^2}, \quad (1)$$

можно получить

$$x = -x_0 \beta_0 \cos \Omega t, \quad x_0 = \frac{eH_0}{M \gamma_0 \Omega^2}, \quad (2)$$

$$z = v_0 t - \frac{x_0^2 \Omega^2 \beta_0}{4c} \cdot t + \frac{x_0^2 \Omega \beta_0}{8c} \cdot \sin 2\Omega t,$$

где $\Omega = 2\pi v_0/l$, $\gamma_0 = (1 - \beta_0^2)^{-1/2}$, $\beta_0 = v_0/c$, H_0 и l амплитуда и период поля, M и e масса и заряд частицы, движущейся с первоначальной скоростью v_0 вдоль оси z , а L длина ондулятора. Если координату z написать в виде $z = v_0 t + \Delta z$, то при $z_0 \gtrsim 1$ величина $k_z \cdot \Delta z$ оказывается не малой по сравнению с единицей, а поэтому множитель $\exp i k_z \Delta z$ в формуле для спектральной интенсивности нельзя заменить единицей, как это было сделано в работах [2, 4, 5]. Поля, удовлетворяющие условию $z_0 \gtrsim 1$, мы называем сильными. В слабых полях $z_0 \ll 1$ в (2) можно сохранить лишь член $z = v_0 t$. Этот случай соответствует дипольному приближению, так как требование $\lambda^* \gg 4x_0$ при-

водит к условию $z_0 \ll 1$, где λ^* длина излучаемой волны в сопутствующей системе. Условие постоянства энергии, при котором решается настоящая задача, $|\gamma - \gamma_0| \ll \gamma_0$ или $|\beta^2 - \beta_0^2| \ll 1/\gamma_0^2$ дает $z_0^2 \ll 4\gamma_0^2$, что автоматически следует из (1). Таким образом, поступая в дальнейшем аналогично [5], при сильных полях и при выполнении условий (1) для спектральной интенсивности, отнесенной к единице пути пролета получим

$$dJ_n = \frac{e^2 \omega}{2\pi c^2} \cdot d\omega \left\{ \sin^2 \theta^* \int_0^{2\pi} f_{1,n}^{*2} d\varphi + \frac{z_0^2}{\beta_0^2 \gamma_0^2} \int_0^{2\pi} f_{2,n}^{*2} d\varphi - \right. \\ \left. - \frac{z_0^2}{\beta_0^2 \gamma_0^2} \cdot \sin^2 \theta^* \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi f_{2,n}^{*2} d\varphi + \frac{2z_0}{\beta_0 \gamma_0} \sin \zeta^* \cos \theta^* \int_0^{2\pi} \cos \varphi \cdot f_{1,n}^* \cdot f_{2,n}^* d\varphi \right\}, \quad (3)$$

где крестиками обозначены величины, в которых произведена замена $\cos \theta \rightarrow \cos \theta^*$, а

$$\cos \theta^* = \left(\frac{1}{\beta_0} - \frac{n\Omega}{\beta_0 \omega} \right) \left(1 - \frac{z_0^2}{4\beta_0^2 \gamma_0^2} \right)^{-1}, \quad (4)$$

$$\sin \theta^* = \frac{\sqrt{1 + z_0^2/2}}{\beta_0 \omega \gamma_0} \sqrt{(\omega_2, n) - (\omega - \omega_1, n)},$$

Границы же изменения частоты $(\omega_1, n, \omega_2, n)$ в n -й гармонике определяются при помощи условия $-1 \leq \cos \theta^* \leq +1$, что дает

$$\omega_{1,n} = \frac{n\Omega}{2} \leq \omega \leq \frac{2n\Omega\gamma_0^2}{1 + z_0^2/2} = \omega_{2,n}. \quad (5)$$

Для функции f_n^* при четных n имеем

$$f_{1,n}^* = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{\frac{2k+n}{2}} \cdot J_{2k}(a_1^*) \cdot J_{\frac{2k+n}{2}}(a_2^*) + \sum_{k=\frac{n}{2}}^{\infty} J_{2k}(a_1^*) \cdot J_{\frac{2k-n}{2}}(a_2^*) + \\ + \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} (-1)^{\frac{2k+n}{2}} \cdot J_{2k}(a_1^*) \cdot J_{\frac{n-2k}{2}}(a_2^*), \quad (6)$$

$$\frac{a_1^*}{2} \cdot f_{2,n}^* = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{\frac{2k+n}{2}} \cdot k \cdot J_{2k}(a_1^*) \cdot J_{\frac{2k+n}{2}}(a_2^*) - \sum_{k=\frac{n}{2}}^{\infty} k \cdot J_{2k}(a_1^*) \cdot J_{\frac{2k-n}{2}}(a_2^*) - \\ - \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} (-1)^{\frac{2k+n}{2}} k \cdot J_{2k}(a_1^*) \cdot J_{\frac{n-2k}{2}}(a_2^*),$$

а для нечетных

$$\begin{aligned}
 f_{1,n}^{\circ} &= \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{\frac{2k+n+1}{2}} \cdot J_{2k+1}(\alpha_1^{\circ}) \cdot J_{\frac{2k+n+1}{2}}(\alpha_1^{\circ}) - \\
 &- \sum_{k=\frac{n+1}{2}}^{\infty} J_{2k-1}(\alpha_1^{\circ}) \cdot J_{\frac{2k-n-1}{2}}(\alpha_2^{\circ}) + \sum_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} (-1)^{\frac{2k+n-1}{2}} J_{2k-1}(\alpha_1^{\circ}) \cdot J_{\frac{n-2k+1}{2}}(\alpha_2^{\circ}), \\
 \dot{\alpha}_1^{\circ} f_{2,n}^{\circ} &= \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{\frac{2k+n+1}{2}} \cdot (2k+1) \cdot J_{2k+1}(\alpha_1^{\circ}) \cdot J_{\frac{2k+n+1}{2}}(\alpha_2^{\circ}) + \\
 &+ \sum_{k=\frac{n+1}{2}}^{\infty} (2k-1) \cdot J_{2k-1}(\alpha_1^{\circ}) \cdot J_{\frac{2k-n-1}{2}}(\alpha_2^{\circ}) - \sum_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} (-1)^{\frac{2k+n-1}{2}} \cdot (2k-1) J_{2k-1}(\alpha_1^{\circ}) \times \\
 &\quad \times J_{\frac{n-2k+1}{2}}(\alpha_2^{\circ}),
 \end{aligned} \tag{7}$$

где в свою очередь

$$\alpha_1^{\circ} = \frac{\omega}{c} \cdot x_0 \beta_0 \sin \theta^* \cos \varphi, \quad \alpha_2^{\circ} = \frac{\omega}{8\Omega} \cdot \frac{z_0^2}{\beta_0 \gamma_0^2} \cdot \cos \theta^*. \tag{8}$$

Число гармоник, вносящих существенный вклад в полное излучение, можно оценить следующим образом.

Траектория, по которой движется электрон, близка к синусоидальной с малой амплитудой x_0 . Жесткое излучение в основном испускается из „вершин“ синусоиды, где наибольшая кривизна. Эти „мгновенные“ излучения, интерферируя между собой, образуют спектр ондуляторного излучения. Как известно [6], мгновенное излучение простирается вплоть до некоторой критической частоты $\omega_c \sim 3 \frac{eH_0}{Mc} \gamma_0^2$, при превышении которой излучение в любом направлении становится пренебрежимо малым. Вследствие интерференционных явлений энергия излучения может перераспределяться между частотами, не превышающими, однако, ω_c . С другой стороны, верхняя граница уже сформированного ондуляторного излучения в n -ой гармонике имеет частоту $(2n\Omega\gamma_0^2)/(1+z_0^2/2)$. Поэтому мы должны потребовать выполнения условия $\omega_{2,n} \lesssim \omega_c$, что дает

$$n_c \lesssim \frac{3}{2} (1 + z_0^2/2) \cdot z_0. \tag{9}$$

С учетом (9) из (5) получаем, что частоты в высших гармониках имеют порядок $\lesssim 3z_0\Omega\gamma_0^2$.

В заключение выражаю благодарность Д. Ф. Алферову, Ю. А. Башмакову и Е. Г. Бессонову за полезные дискуссии.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. А. Гинзбург, Изв. АН СССР, сер. физ., 11, 165 (1947).
2. Н. Motz, J. Appl. Phys., 22, № 5, 527 (1951).
3. Кожб, Фейкс, Миллиметровые и субмиллиметровые волны, ИЛ, М. (1959), стр. 240-242.
4. Н. А. Корхмазян, Изв. АН АрмССР, Физика, 5, 287 (1970).
5. Н. А. Корхмазян, Изв. АН АрмССР, Физика, 5, 418 (1970).
6. Дж. Джексон, Классическая электродинамика, Изд. Мир, М. (1965).

ՕՆՏՈՒԼՅԱՏՈՐԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅՔՄԱՆ ՏԵՍՈՒՔՅԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ե. Ա. ԳՈՐԽՄԱԶՅԱՆ

Ստացված է բանաձև ուժեղ դաշտերում օնդուլատորային ճառագայթման սպեկտրալ ինտենսիվության համար.

ON THE THEORY OF ONDULATOR RADIATION

N. A. KORCHMAZIAN

The formulae for the spectral intensity of the undulator radiation in the strong field is received.