Изв. АН Армянской ССР, Физика, 7, 108—113 (1972)

# ИЗЛУЧЕНИЕ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕГО ЗАРЯДА, ПЕРЕСЕКАЮЩЕГО ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА ДВУХ ДИЭЛЕКТРИКОВ

Ф. А. КОСТАНЯН, О. С. МЕРГЕЛЯН

В работе рассматривается переходное излучение заряда, на равномерное движение которого накладываются гармонические колебания. Заряд пересекает границу раздела двух диэлектрических сред, расположенную перпендикулярно постоянной слагающей скорости осциллятора. Найдены поля излучения и поток энергии в обеих средах.

Как известно, при пересечении равномерно движущимся зарядом границы раздела двух сред возникает переходное излучение [1]. Свойства этого излучения хорошо изучены в целом ряде работ (см. [2] и приведенную там литературу). С другой стороны, излучение неравномерно движущихся зарядов, например, в ондуляторах представляет известный интерес с точки зрения возможности генерации электромагнитного излучения [3] и регистрации энергии релятивистских частиц [4]. В этой связи представляется целесообразным изучение переходного излучения, испущенного равномерно движущейся заряженной частицей, совершающей гармонические колебания. В более общей постановке (произвольное движение заряда) задача решалась в [7], где были найдены потенциалы полей излучения. Нашей целью является полное рассмотрение конкретного случая, когда на равномерное движение заряда накладываются осцилляции, и исследование особенностей излучения такого заряда при пересечении им границы раздела двух диэлекрических сред.

Пусть заряд $q$, совершающий гармонические колебания с частотой $\Omega$ и с амплитудой $\vec{l}=(l_x,\ l_y,\ l_z)$, движется со скоростью $\vec{v}=\hat{e}_z v$. Плоскость $z=0$ разделяет немагнитные ($\mu=1$) среды с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1$ и $\varepsilon_2$, занимающие полупространства $z<0$ и $z>0$ соответствеино. Электрическое поле такого заряда в безграничной диэлектрической среде можно представить в виде [5, 6]

$$\vec{E}(\vec{r},\ t)=\sum_{s=-\infty}^{\infty}\int\frac{a_s}{\varepsilon}\,\frac{\varepsilon\dfrac{\omega\vec{v}_s}{c^2}-\vec{k}_s}{k_z^2-\varepsilon\dfrac{\omega^2}{c^2}}\,e^{i(\vec{k}_s\vec{r}-\omega t)}\,dk_x dk_y d\omega, \tag{1}$$

где

$$a_s=\frac{iq}{2\pi^2 v}(-i)^s J_s(\vec{k}_s\vec{l}),$$

$$\vec{v}_s=\hat{e}_z v-\frac{\vec{l}}{\vec{k}_s\vec{l}}\,\Omega s, \tag{2}$$

$$\vec{k}_s = \hat{e}_x k_x + \hat{e}_y k_y + \hat{e}_z \frac{\omega_s}{v}, \quad \omega_s = \omega + \Omega s,$$

$J_s$ — функция Бесселя:

Наличие границы раздела приводит к появлению добавочных полей, являющихся решениями соответствующих однородных уравнений Максвелла, которые мы ищем в виде

$$\tilde{\vec{E}}_{1,\,2}(\vec{r},\, t) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \int dk_x dk_y d\omega \tilde{\vec{E}}_{1,\,2s} e^{i\,(\vec{\varkappa}\vec{\rho} \mp \lambda_{1,\,2} z - \omega t)}, \tag{3}$$

где индексы 1 и 2 относятся к полям в первой и второй средах, причем

$$\vec{\varkappa} = \hat{e}_x k_x + \hat{e}_y k_y,$$

$$\lambda_{1,\,2} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{1,\,2} - \varkappa^2}. \tag{4}$$

Приравнивая тангенциальные компоненты полного поля в первой и во второй среде и нормальные компоненты индукции $\vec{D}$ на границе $z = 0$ и используя условие поперечности свободного поля

$$\varkappa \tilde{E}_{1,\,2s\varkappa}(\vec{\varkappa},\, \omega) = \pm \lambda_{1,\,2} \tilde{E}_{1,\,2sz}(\vec{\varkappa},\, \omega), \tag{5}$$

получим для амплитуд $\tilde{\vec{E}}_{1,\,2z}$ свободных полей следующие выражения:

$$\tilde{E}_{1,\,2sz}(\vec{\varkappa},\, \omega) = \sum_{l=1}^{2} (-1)^{l+1} \beta_s g_{ls}^{-1} \left(\frac{\varepsilon_{2,\,1}}{\varepsilon_l} \mp \lambda_{2,\,1}\frac{v}{\omega_s}\right) \times$$
$$\times \left(\varkappa^2 + \frac{\Omega s}{\omega}\varepsilon_l \frac{\omega^2}{c^2}\frac{\vec{\varkappa}\vec{l}}{\vec{k}_s\vec{l}}\right),$$

$$\tilde{\vec{E}}_{1,\,2st}(\vec{\varkappa},\, \omega) = \sum_{l=1}^{2} (-1)^{l+1} \beta_s g_{ls}^{-1} \left\{ \pm \vec{\varkappa}\lambda_{1,\,2}\left(\frac{\varepsilon_{2,\,1}}{\varepsilon_l} \mp \lambda_{2,\,1}\frac{v}{\omega_s}\right) + \right. \tag{6}$$
$$\left. + \frac{\Omega s}{\omega}\frac{\omega_s}{v}\left(1 \mp \lambda_{2,\,1}\frac{v}{\omega_s}\right)\frac{1}{\vec{k}_s\vec{l}}\left[\vec{\varkappa}(\vec{\varkappa}\vec{l})\left(1 \pm \lambda_{1,\,2}\frac{v}{\omega_s}\right) - \vec{l}_t(\varkappa^2 + \lambda_1\lambda_2)\right]\right\},$$

где

$$g_{ls} = k_s^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_l, \tag{7}$$

$$\beta_s = \frac{a_s}{\varepsilon_2\lambda_1 + \varepsilon_1\lambda_2}, \quad \vec{l}_t = \hat{e}_x l_x + \hat{e}_y l_y.$$

Заметим, что поля $\tilde{\vec{E}}_{1,\,2}(\vec{\varkappa},\, \omega)$ переходят друг в друга при заменах $\varepsilon_1 \rightleftarrows \varepsilon_2$, $\lambda_1 \rightleftarrows -\lambda_2$.

Для получения частотного спектра полей введем сферическую систему координат $R$, $\vartheta$, $\varphi$,

$$z = R\cos\vartheta, \quad x = R\sin\vartheta\cos\varphi, \quad y = R\sin\vartheta\sin\varphi, \tag{8}$$

и проведем интегрирование по $k_x$ и $k_y$. Значения интегралов (3) с Фурье-компонентами (6), описывающими поля переходного излучения, ищем методом перевала [2]. Точками перевала будут

$$\begin{aligned}(k_x)_{1,2} &= \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\sin\vartheta\cos\varphi,\\ (k_y)_{1,2} &= \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\sin\vartheta\sin\varphi,\end{aligned} \tag{9}$$

где индексы 1 и 2 относятся к областям $z<0$ и $z>0$ соответственно. Для полей переходного излучения назад и вперед получаются следующие выражения:

$$\begin{aligned}\tilde{E}'^{,\,''}_{1,\,2sz}(\vec{\varkappa}'^{,\,''}, \omega) = \frac{1}{\pi R}\sum_{l=1}^{2}(-1)^{l+1}\beta_s'^{,\,''}(g_{ls}'^{,\,''})^{-1}\left(\frac{\varepsilon_{2,1}}{\varepsilon_l} \mp \lambda_{2,1}'^{,\,''}\frac{v}{\omega_s}\right)\times\\ \times\left[(\vec{\varkappa}'^{,\,''})^2 + \frac{\Omega_s}{\omega}\varepsilon_l\frac{\omega^2}{c^2}\frac{\vec{\varkappa}'^{,\,''}\vec{l}}{\vec{k}_s'^{,\,''}\vec{l}}\right],\end{aligned} \tag{10}$$

где

$$\beta_s'^{,\,''} = \frac{q(-i)^s J_s(\vec{k}_s'^{,\,''}\vec{l})\cos\varphi}{v\left(\varepsilon_2\sqrt{1-\frac{\varepsilon_j'^{,\,''}}{\varepsilon_1}\sin^2\vartheta} + \sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2}\sqrt{1-\frac{\varepsilon_j'^{,\,''}}{\varepsilon_2}\sin^2\vartheta}\right)}, \tag{11}$$

$$g_{ls}'^{,\,''} = -\frac{\omega^2}{v^2}(\xi_{ls}^2 - \varepsilon_j'^{,\,''}\beta^2\sin^2\vartheta), \tag{12}$$

$$\lambda_k'^{,\,''} = \frac{\omega}{c}\varepsilon_z\sqrt{1-\frac{\varepsilon_j'^{,\,''}}{\varepsilon_k}\sin^2\vartheta}, \quad (k=1,\ 2), \tag{13}$$

$$\vec{k}_s'^{,\,''} = \left(\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_j'^{,\,''}}\sin\vartheta\cos\varphi,\ \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_j'^{,\,''}}\sin\vartheta\cos\varphi,\ \frac{\omega_s}{v}\right), \tag{14}$$

$$\varepsilon_j' = \varepsilon_1,\ \varepsilon_j'' = \varepsilon_2,\ \xi_{ls}^2 = \varepsilon_l\beta^2 - \frac{\omega_s^2}{\omega^2},\ \beta = \frac{v}{c}, \tag{15}$$

Вследствие наличия полюсов в подынтегральных выражениях (3), необходимо учесть вклады в интегралы (3) от вычетов в соответствующих точках. Выражение $\vec{\tilde{E}}_{1s}(\vec{\varkappa}, \omega)$ имеют два полюса в точках

$$g_{1,s} = 0, \quad g_{2s} = 0. \tag{16}$$

Первый полюс дает вклад в интеграл при выполнении условия

$$0 \leqslant \beta^2\varepsilon_1 - \frac{\omega_s^2}{\omega^2} \leqslant \beta^2\varepsilon_1\sin^2\vartheta. \tag{17}$$

Этот вклад описывает поле $\tilde{\vec{E}}'_{1s}$, излученное осциллятором в среде $\varepsilon_1$ до подхода к границе и отраженное от нее. Левое неравенство (17) есть обычное условие излучения в безграничной среде, а правое определяет угловое распределение отраженного излучения.

Вклад в интеграл, обязанный полюсу $g_{2s} = 0$, описывает поле $\tilde{\vec{E}}''_{1s}$ излучения осциллятора в области $z > 0$, направленное назад и преломленное в область $z < 0$. Этот полюс работает при выполнении условия

$$0 \leqslant \beta^2\varepsilon_2 - \frac{\omega_s^2}{\omega^2} \leqslant \beta^2\varepsilon_1 \sin^2\vartheta. \tag{18}$$

Левое неравенство, как и в (17), есть условие излучения в среде $\varepsilon_2$, а правое определяет область распространения преломленных волн (заметим, что оно соответствует закону преломления волны из области $z > 0$ в область $z < 0$).

Подынтегральное выражение в $\tilde{\vec{E}}_2(\vec{r}, t)$ также имеет полюсы в точках (16). Первый из них $g_{1s} = 0$ определяет поле $\tilde{\vec{E}}'_{2s}$ излучения, преломленного из среды $\varepsilon_1$ в область $z > 0$, которое имеет место при

$$0 \leqslant \beta^2\varepsilon_1 - \frac{\omega_s^2}{\omega^2} \leqslant \beta^2\varepsilon_2 \sin^2\vartheta. \tag{19}$$

Второй полюс $g_{2s} = 0$ дает вклад в интеграл при выполнении условий

$$0 \leqslant \beta^2\varepsilon_2 - \frac{\omega_s^2}{\omega^2} \leqslant \beta^2\varepsilon_2 \sin^2\vartheta. \tag{20}$$

Этот вклад в сумме с собственным полем осциллятора в области $z > 0$ описывает излучение осциллятора в среде $\varepsilon_2$, которое имеет место в угловом интервале

$$\sin^2\vartheta \leqslant 1 - \frac{1}{\beta^2\varepsilon_2}\,\frac{\omega_s^2}{\omega^2}. \tag{21}$$

Это связано с тем, что собственное излучение осциллятора в среде $\varepsilon_2$ начинается от точки $z = 0$. Поля $\tilde{\vec{E}}'^{,\,\prime\prime}_{1,\,2s}$ описываются формулами

$$\begin{aligned}\tilde{\vec{E}}^{l}_{1,\,2st}(\mathring{\vec{\varkappa}}_{ls},\ \omega) = {} & \frac{\beta^l_{so}(-1)^{l+1}}{g_{lso}\sqrt{R}}\left\{\pm\,\dot{\vec{\varkappa}}_{ls}\lambda^l_{1,\,2}\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_l} \mp \lambda^l_{2,\,1}\frac{v}{\omega_s}\right) + \right.\\ & + \frac{\Omega_s}{\omega}\frac{\omega_s}{v}\frac{1}{\mathring{\vec{k}}_{ls}\vec{l}}\left(1 \mp \lambda^l_{2,\,1}\frac{v}{\omega_s}\right)\left[\mathring{\vec{\varkappa}}_{ls}(\mathring{\vec{\varkappa}}_{ls}\vec{l})\left(1 \pm \lambda^l_{1,\,2}\frac{v}{\omega_s}\right) - \right.\\ & \left.\left. - \vec{l}_t(\varkappa^2 + \lambda^l_1\lambda^l_2)\right]\right\}\exp\left\{i\frac{\omega}{v}\xi_{ls}R\sin\vartheta + \lambda^l_{1,\,2}R\cos\vartheta\right\},\end{aligned} \tag{22}$$

$$\widetilde{E}^{l}_{1,\,2sz}(\vec{\varkappa}^{\circ}_{ls},\,\omega)=\frac{\beta^{l}_{so}(-1)^{l+1}}{g_{lso}\sqrt{R}}\left[\frac{\varepsilon_{2,\,1}}{\varepsilon_{l}}\mp\lambda^{l}_{2,\,1}\frac{v}{\omega_s}\right]\left[(\vec{\varkappa}^{\circ}_{ls})^2+\frac{\Omega_s}{\omega}\varepsilon_l\frac{\omega^2}{c^2}\frac{\vec{\varkappa}^{\circ}_{ls}\vec{l}}{\vec{k}^{\circ}_{ls}\vec{l}}\right]\times$$

$$\times\exp\left\{i\frac{\omega}{v}\xi_{ls}R\sin\vartheta+\lambda^{l}_{1,\,2}R\cos\vartheta\right\},$$

где

$$\beta^{1,\,2}_{so}=\frac{iq(-i)^s J_s(\vec{k}^{\circ}_{1,\,2s}\vec{l})}{2\pi^2\varepsilon_{2,\,1}\omega\left(\frac{\omega_s}{\omega}+\sqrt{\beta^2\varepsilon_{2,\,1}-\xi^2_{1,\,2s}}\right)},\tag{23}$$

$$g^{-1}_{lso}=\sqrt{\frac{2\pi^2 i}{\sin\vartheta\,\frac{\omega}{v}\,\xi_{ls}}},\tag{24}$$

$$\lambda^{j}_{1,\,2}=\frac{\omega}{v}\sqrt{\beta^2\varepsilon_{1,\,2}-\xi^2_{js}},\tag{25}$$

$$\vec{k}^{\circ}_{ls}=\left(\frac{\omega}{v}\xi_{ls}\cos\varphi,\ \frac{\omega}{v}\xi_{ls}\sin\varphi,\ \frac{\omega_s}{v}\right),\tag{26}$$

Поток энергии $s$-й гармоники переходного излучения назад в единичном телесном угле $0$ можно представить в следующем виде:

$$\frac{dI_s}{d0}=\int\frac{c\sqrt{\varepsilon_1}}{2}|\vec{E}'_{\omega s}|^2\,d\omega,\tag{27}$$

где

$$|\vec{E}'_{\omega s}|^2=\frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)^2(\beta'_s)^2}{g'^2_{1s}\,g'^2_{2s}}\left\{\varepsilon_1\frac{\omega^2}{c^2}(\varkappa')^{-2}\left[\frac{\varkappa'^2}{\varepsilon_1}\left(g_{2s}-\varepsilon_1\frac{\omega^2}{c^2}\left(1-\lambda'_2\frac{v}{\omega_s}\right)\right)-\right.\right.$$

$$\left.-\frac{\Omega_s}{\omega}\frac{\vec{\varkappa}'\vec{l}}{\vec{k}'_s\vec{l}}\varepsilon_1\frac{\omega^2}{c^2}\left(\varepsilon_2\frac{\omega^2}{c^2}-\lambda'_2\frac{v}{\omega_s}\varkappa^2-\lambda'_2\frac{\omega_s}{v}\right)\right]^2+\tag{28}$$

$$\left.+\left(\frac{\Omega_s}{\omega}\right)^2\frac{\omega_s^2}{v^2}\frac{\omega^4}{c^4}\left(1-\lambda'_2\frac{v}{\omega_s}\right)^2\left[l_t^2-\frac{(\vec{\varkappa}'\vec{l})^2}{\varkappa^2}\right]\frac{(\varkappa'^2+\lambda'_1\lambda'_2)^2}{(\vec{k}'_s\vec{l})^2}\right\}.$$

Поток переходного излучения вперед получается из приведенных формул заменой $\varepsilon_{1,\,2}\rightleftarrows\varepsilon_{2,\,1}$ и $\lambda'_{2,\,1}\rightleftarrows-\lambda'_{1,\,2}$. Заметим, что в потоке энергии присутствует член, пропорциональный $\left(\frac{\Omega_s}{\omega}\right)^4$.

Поток энергии излучения, появляющегося из-за наличия полюсов в подынтегральных выражениях для полей, запишем в виде ($s$-я гармоника)

$$\frac{dW^{j}_{ls}}{dz}=\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\infty}\frac{\rho c^2}{\omega}\frac{\omega_s}{v}\frac{1}{\cos\vartheta}|\vec{E}^{j}_{ls}|^2\,d\omega d\varphi,\tag{29}$$

где

$$\vec{E}^j_{is} = E^j_{isz}\,\hat{e}_z + \vec{E}^j_{ist}, \qquad i = 1, 2; \quad j = ', ''. \tag{30}$$

Мы не приводим выражения для $|\vec{E}^j_{is}|^2$ в явном виде в конкретных случаях ввиду их громоздкости.

В заключение авторы выражают свою благодарность Г. М. Гарибяну и М. Р. Магомедову за обсуждения.

Институт радиофизики и электроники
АН АрмССР

Поступила 25.IV.1971

## ЛИТЕРАТУРА


1. *В. Л. Гинзбург, И. М. Франк*, ЖЭТФ, 16, 15 (1946).
2. *Г. М. Гарибян*, препринт ЕФИ-ТФ-13 (70), Ереван, 1970.
3. *В. Л. Гинзбург*, Изв. АН СССР, сер. физ., 11, 165 (1947).
4. *Н. А. Корхмазян*, Изв. АН АрмССР, Физика, 5, 287; 418 (1970).
5. *Ф. А. Костанян, О. С. Мергелян*, Изв. АН АрмССР, Физика, 6, 472 (1971).
6. *Б. В. Хачатрян*, Изв. высш. уч. зав., Радиофизика, 6, 904 (1963).
7. *М. Р. Магомедов*, Изв. АН АрмССР, Физика, 2, 170 (1967).


## ԵՐԿՈՒ ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿՆԵՐԻ ԲԱԺԱՆՄԱՆ ՍԱՀՄԱՆԸ ՀԱՏՈՂ ՕՍՑԻԼՅԱՏՈՐԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ

Ֆ. Ա. ԿՈՍՏԱՆՅԱՆ, Հ. Ս. ՄԵՐԳԵԼՅԱՆ

*Դիտարկվում է անցումային ճառագայթումը այն դեպքում, երբ լիցքը հավասարաչափ շարժման հետ կատարում է նաև կամավոր անկյան տակ հարմոնիկ տատանումներ՝ ամպլիտուդայով։ Շարժման ընթացքում լիցքը հատում է երկու կիսաանվերջ դիէլեկտրիկ միջավայրերի բաժանման սահմանը, որն ընդունվում է ուղղված լիցքի հավասարաչափ շարժման արագությանը ուղղահայաց։ Գտնված են անցումային ճառագայթման դաշտերը և էներգիայի կորուստները երկու միջավայրերում։*

## THE RADIATION FROM THE OSCILLATING CHARGE CROSSING THE BOUNDARY BETWEEN THE TWO DIELECTRICS

F. A. KOSTANIAN, H. S. MERGELIAN

The transition radiation from the uniformly moving and harmonically oscillating charge is considered. The charge crosses the boundary between the two dielectrics which is perpendicular to the constant component of the oscillator velocity. The electromagnetic fields and the energy flow of radiation in the both of the media are calculated.