

К ТЕОРИИ ЭФФЕКТА ДОППЛЕРА В ВОЛНОВОДЕ

К. А. БАРСУКОВ, Э. Д. ГАЗАЗЯН, Э. М. ЛАЗИЕВ

Рассмотрен эффект Допплера в волноводе с модулированным по плотности электронным пучком, раскачиваемым мощным электромагнитным полем. Получены условия излучения доплеровских частот при движении пучка вдоль волны накачки и навстречу ей.

Теория эффекта Допплера для движущегося одиночного точечного осциллятора была достаточно подробно изложена в работе [1]. Вместе с тем для экспериментальной проверки полученных там соотношений необходим источник достаточной мощности. Таким источником может служить, например, модулированный электронный пучок, раскачиваемый достаточно мощным электрическим или магнитным полем. Ниже излагается теория этого эффекта.

1. Рассмотрим произвольный цилиндрический волновод с идеально проводящими стенками, заполненный диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ϵ . Параллельно оси z волновода равномерно со скоростью v движется линейная система заряженных точечных сгустков с суммарным зарядом в каждом сгустке равным Q и с расстоянием между сгустками равным l . Пусть пучок раскачивается внешним электрическим или магнитным полем с частотой Ω . Поляризация этого пучка

$$\vec{P} = \vec{P}_0 \sum_{k=-N}^{k=N} \delta(z - vt + kl) \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \cos(\omega_0 t + k\delta), \quad (1)$$

где ω_0 частота колебаний пучка, δ — величина фазового сдвига колебаний отдельных сгустков в пучке и $2N + 1$ — число сгустков в пучке.

Величина $\vec{P}_0$ определяется направлением и интенсивностью внешнего поля. Заметим, что эффект, связанный с излучением Вавилова-Черенкова, в такой системе был рассмотрен в [2] и ниже затрагиваться не будет.

Фурье-представление поляризации пучка можно записать в следующем виде

$$\vec{P}_\omega = \frac{\vec{P}_0}{4\pi^2 v} \frac{\sin \left[\left(N + \frac{1}{2} \right) \varphi_\pm \right]}{\sin \frac{\varphi_\pm}{2}} e^{i x_\pm z} \delta(x - x_0) \delta(y - y_0), \quad (2)$$

где $\varphi_\pm = x_\pm l \pm \delta$, $x_\pm = \frac{\omega \pm \omega_0}{v}$ и справа подразумевается сумма двух слагаемых, в первом из которых всюду берется верхний знак, а во втором — нижний.

Для определенности рассмотрим далее возбуждение гармонических колебаний в пучке с помощью бегущей вдоль волновода волны, которую будем называть волной накачки. Пусть это будет s -мода волны

$$E_z^{(0)} = A_0 \psi_s(x, y) e^{\pm \gamma_s^{(0)} z + i \Omega t}, \quad (3)$$

где $\gamma_s^{(0)} = \sqrt{\frac{\Omega^2}{c^2} \varepsilon - \lambda_s^2}$ и $\psi_s(x, y)$, λ_s — собственная функция и собственное значение первой краевой задачи для поперечного сечения волновода. Знак плюс или минус в (3) определяет направление распространения волны накачки. Заметим, что предлагаемый способ раскачки гармонических колебаний в пучке отнюдь не является единственным. Эти колебания могут быть созданы прохождением пучка через систему статических электрических или магнитных полей, наличием различных периодических неоднородностей на пути пучка и т. д.

С помощью простых соображений можно показать, что собственная частота колебаний пучка ω_0 и фазовый сдвиг δ определяются соотношениями:

$$\omega_0 = |\Omega \pm \gamma_s^{(0)} v|, \quad \delta = \pm \gamma_s^{(0)} l, \quad (4)$$

где верхние и нижние знаки связаны соответственно с верхними и нижними знаками в (3). В этом случае при $N \rightarrow \infty$ спектр частот, которые могут излучаться пучком, как это видно из (2), становится дискретным и определяется следующей простой формулой:

$$\omega = \Omega + 2k\omega_1, \quad (5)$$

где $\omega_1 = \pi v/l$.

2. Исследование доплеровского спектра излучения пучка начнем с простейшего случая s -ой волны ТМ. Спектр доплеровского излучения определяется соотношением [1]

$$\omega = \omega_0 \pm \gamma_s v \quad (6)$$

для нормального и

$$\omega = -\omega_0 + \gamma_s v \quad (7)$$

для аномального эффекта Доплера, причем $\gamma_s = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon - \lambda_s^2}$ и знак плюс у γ_s в (6) соответствует излучению, направленному вдоль скорости пучка, минус — в противоположном направлении. Доплеровские частоты (7) могут излучаться только в направлении движения пучка. Пучок будет излучать доплеровскую частоту, если ω одновременно удовлетворяет уравнению (6) или (7). Для простоты рассмотрим случай отсутствия дисперсии у диэлектрика, что, как правило, имеет место в радиочастотном диапазоне. Здесь могут представиться следующие возможности.

а. Волна накачки распространяется навстречу пучку. Собственная частота колебаний пучка ω_0 удовлетворяет теперь уравнению

$$\omega_0 = \Omega + \gamma_s^{(0)} v \quad (8)$$

Если в формуле (5) положить $k = 0$, то нетрудно видеть, что Ω является корнем уравнения (6) при выборе у γ_s в (6) нижнего знака. Таким образом пучок излучает единственную нормальную доплеровскую частоту Ω в направлении своей скорости. Однако на фоне сильного поля волны накачки это излучение вряд ли может быть замечено. При $\beta^2 \varepsilon < 1$ все излучение пучка на s -ой моде сведется к излучению этой частоты.

При $\beta^2 \varepsilon > 1$ реализуются условия для излучения аномальной доплеровской частоты. Условие совместности уравнений (5) и (7), как не трудно показать, имеет вид

$$\Omega(k) = \beta \sqrt{\omega_1^2 k^2 \varepsilon + \frac{\lambda_s^2 \varepsilon^2}{\beta^2 \varepsilon - 1}} - k \omega_1, \quad (9)$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$,

и собственная частота колебаний пучка выражается соотношением

$$\omega_0 = k \omega_1 (\beta^2 \varepsilon - 1). \quad (10)$$

Посмотрим каково будет излучение пучка при изменении частоты накачки, начиная с критической для s -ой моды волны ТМ. При возрастании частоты накачки от значения $\Omega_k = c \lambda_s^{(0)} / \sqrt{\varepsilon}$ первая доплеровская частота

$$\omega_1' = \Omega + 2k_1 \omega_1$$

появится при $\Omega(k)$, где k_1 — ближайшее целое число (по избытку) к числу

$$\frac{c \lambda_s}{\omega_1 \sqrt{\varepsilon (\beta^2 \varepsilon - 1)}}.$$

При дальнейшем увеличении Ω в спектре излучения пучка будут появляться доплеровские частоты, определяемые (5) при значениях k , когда правая часть соотношения

$$k = \frac{\Omega \pm \beta \sqrt{\Omega^2 \varepsilon - c \lambda_s^2}}{(\beta^2 \varepsilon - 1) \omega_1} \quad (11)$$

является целым положительным числом.

Например, при релятивистском движении пучка ($\beta = 1$) в круглом волноводе радиуса $R = 2,4$ см, $\varepsilon = 4$ и $\omega_1 = 10^{10}$ /сек излучение впервые появится при $k = 1$ при частоте накачки на волне E_{01} $\Omega = 1,64 \cdot 10^{10}$ /сек, причем в этом случае доплеровская частота равна $3,64 \cdot 10^{10}$ /сек при собственной частоте сгустка равной $\omega_0 = 3 \cdot 10^{10}$ /сек. Следующая доплеровская частота появится при $\Omega = 2,35 \cdot 10^{10}$ /сек и равна $\omega = 6,35 \cdot 10^{10}$ /сек при собственной частоте колебаний сгустков $6,0 \cdot 10^{10}$ /сек и т. д.

б. Пусть теперь волна накачки распространяется вдоль движения пучка и собственная частота ω_0 удовлетворяет уравнению

$$\omega_0 = \Omega - \gamma_s^{(0)} v. \quad (12)$$

Рассмотрим тот случай, когда вследствие эффекта Доплера возбуждается другая (n -ая) мода. Пусть эта мода будет высшей по сравнению с s ($n > s$). По формуле Доплера для волновода

$$\frac{\omega - \omega_0}{v} = \gamma_n, \quad (13)$$

где $\gamma_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon - \lambda_n^2}$. Поскольку λ_n — корень уравнения $\psi_n(x, y) = 0$, а λ_s — уравнения $\psi_s(x, y) = 0$, то можно записать

$$\lambda_n = \alpha_{ns} \lambda_s, \quad \text{где } \alpha_{ns} > 1. \quad (14)$$

Из условия совместности (5), (12) и (13) получаем следующие выражения для Ω , ω_0 и λ_s :

$$\Omega = \omega_1 \left[-(k_1 + k_2) \pm \sqrt{\frac{\alpha_{ns}^2 (k_1 + k_2)^2 - (k_1 - k_2)^2}{(\alpha_{ns}^2 - 1) \beta^2 \varepsilon}} \right], \quad (15)$$

$$\omega_0 = \pm (1 - \beta^2 \varepsilon) \omega_1 \sqrt{\frac{\alpha_{ns}^2 (k_1 + k_2)^2 - (k_1 - k_2)^2}{(\alpha_{ns}^2 - 1) \beta^2 \varepsilon}}, \quad (16)$$

$$\lambda_s^2 = 4\omega_1^2 \frac{1 - \beta^2 \varepsilon}{\alpha_{ns}^2 - 1} \frac{k_1 k_2}{\beta^2 c^2}; \quad k_1 k_2 > 0, \quad (17)$$

где k_1 и k_2 равны 0, ± 1 , $\pm 2, \dots$.

Из (16) видно, что при $1 - \beta^2 \varepsilon > 0$ в (15) нужно оставить лишь верхний знак, тогда как при $1 - \beta^2 \varepsilon < 0$ только нижний знак. Отметим сразу, что в пустом волноводе ($\varepsilon = 1$) в формулах (15) — (17) нужно сохранить лишь верхние знаки.

МГПИ им. В. И. Ленина,

Ереванский физический институт

Поступила 8.VI.1971

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Л. Г. Нарышкина, К. А. Барсуков, ЖТФ, 88, 444 (1963).
2. Э. Д. Газазян, Э. М. Лазиев, Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат. науки, XVI, № 2 (1963).

ԱՆԻՔԱՏԱՐՈՒՄ ԴՈՊԼԵՐԻ ԷՖԵԿՏԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Կ. Ա. ԲԱՐՍՈՒԿՈՎ, Է. Դ. ԳԱԶԱԶՅԱՆ, Է. Մ. ԼԱԶԻԵՎ

Դիտարկված է դոպլերի էֆեկտը հզոր էլեկտրամագնիսական դաշտում տատանվող, խտության մոդալացված էլեկտրոնային փնջով արթնատարում:

Ստացված են դոպլերյան հաճախությունների ճառագայթման պայմանները երբ փնջը շարժվում է մղման արթի տարածման ուղղությամբ և հակառակ ուղղությամբ:

ON THE DOPPLER EFFECT THEORY IN A WAVEGUIDE

K. A. BARSUKOV, E. D. GAZAZIAN, E. M. LAZIEV

The Doppler effect in a waveguide with density modulated electron beam pumped by strong electromagnetic field has been studied.

The conditions of Doppler frequencies for the beam moving in the direction of pumping wave and in the opposite direction are obtained.