

ИЗЛУЧЕНИЕ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕГО ЗАРЯДА В ТРЕХМЕРНО-НЕОДНОРОДНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Ф. А. КОСТЯНЯН, О. С. МЕРГЕЛЯН

В приближении теории возмущений рассмотрено излучение осциллирующего заряда, равномерно перемещающегося в среде, диэлектрическая проницаемость которой допускает разложение в ряд по гармоническим функциям. Вычислены поля и потери энергии на излучение.

Излучение заряженных частиц и осцилляторов в неоднородных средах рассматривалось в целом ряде работ [1—12] в связи со многими возможными приложениями (генерация излучения, детектирование частиц высоких энергий и т. д.). В частности, в [6] в приближении теории возмущений рассматривается задача об излучении осциллирующего заряда в периодически неоднородной среде. Однако применение к исследованию излучения заряженных частиц в неоднородных средах обычной теории рассеяния света [11], как это делается в [6] и ранее в [12], приводит к потере части излучения (первый подынтегральный член формулы (11), а также формула (15) настоящей работы).

В настоящей работе более последовательное применение теории возмущений позволяет получить выражения для полей, полностью описывающие излучение в неоднородной среде, а также исследовать угловое и частотное распределение излучения.

Пусть точечный заряд e , совершающий гармонические колебания с амплитудой $\vec{l}$ и частотой Ω , движется вдоль оси z со скоростью $v = v_z$. Координатами заряда будут

$$\vec{r} = \vec{vt} + \vec{l} \cos \Omega t. \quad (1)$$

Диэлектрическая проницаемость окружающей среды ϵ является периодической функцией координат x, y, z ($\mu = 1$). Представим её в виде ряда Фурье по векторам обратной решетки $\vec{\tau}$:

$$\epsilon(x, y, z) = \epsilon_0 + \sum_{\vec{\tau} \neq 0} a_{\vec{\tau}} e^{i \vec{\tau} \cdot \vec{r}} = \epsilon_0 + \epsilon', \quad (2)$$

$$\vec{\tau} = 2\pi \left(\hat{e}_x \frac{n}{b_x} + \hat{e}_y \frac{m}{b_y} + \hat{e}_z \frac{P}{b_z} \right),$$

где $\vec{b}$ — период структуры, n, m и p меняются от $-\infty$ до ∞ . При довольно широких предположениях можно считать $\epsilon' \ll \epsilon_0$ и к решению задачи применить теорию возмущений.

Пусть $\vec{E}_0(\vec{r}, t)$ — поле нашего заряда в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ϵ_0 , которое имеет вид [10]

$$\vec{E}_0(\vec{r}, t) = \int \sum_{s=-\infty}^{\infty} \vec{E}_s(\vec{k}) e^{i(\vec{k}_s \vec{r} - \omega_s t)} dk_y dk_z d\omega,$$

$$\vec{E}_s(\vec{k}) = \frac{ie}{2\pi^2 v \varepsilon_0} (-i)^s J_s(\vec{k}_s \vec{l}) \frac{\omega_s \vec{v}_s \varepsilon_0 / c^2 - \vec{k}_s}{k_s^2 - \omega_s^2 \varepsilon_0 / c^2},$$

$$\vec{k}_s = \hat{e}_x k_x + \hat{e}_y k_y + \hat{e}_z \frac{\omega_s}{v},$$

$$\omega_s = \omega + \Omega S, \quad \vec{v}_s = \hat{e}_z v - \frac{\vec{l} \Omega S}{k_s \vec{l}}.$$

(3)

Обозначим через $\vec{E}'(\vec{r}, t)$ поле, которое связано с неоднородностью среды ε' . В нашем приближении оно является решением уравнения

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{E}') - \left(\nabla^2 \vec{E}' + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 \vec{E}' \right) = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon' \vec{E}_0(\vec{r}, t) \quad (4)$$

и ищется в виде

$$\vec{E}'(\vec{r}, t) = \sum_{s, \tau \neq 0} \int \vec{A}_{s\tau} e^{i(\vec{k}_s + \vec{\tau}) \vec{r} - i\omega t} dk_x dk_y dk_z. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4), имеем

$$\vec{A}_{s\tau} = \frac{a_{s\tau} \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 \vec{E}_s - (\vec{k}_s + \vec{\tau}) \vec{E}_s}{\varepsilon_0 \left(k_{s\tau}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 \right)},$$

$$\vec{k}_{s\tau} = \vec{k}_s + \vec{\tau}. \quad (6)$$

Обозначив через α_s величину

$$\alpha_s = \frac{e}{v \varepsilon_0} (-i)^s J_s(\vec{k}_s \vec{l}), \quad (7)$$

представим (6) в виде

$$\vec{A}_{s\tau} = \frac{i \alpha_s a_{s\tau}}{2\pi^2 \varepsilon_0} \vec{B}_{s\tau} \left(\frac{1}{k_s^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0} - \frac{1}{k_{s\tau}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0} \right),$$

$$\vec{B}_{s\tau} = \frac{1}{\tau(\tau + 2\vec{k}_s)} \left\{ \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 \left(\frac{\omega \vec{v}_s \varepsilon_0}{c^2} - \vec{k}_s \right) + \right.$$

$$\left. + \vec{k}_{s\tau} \left[k_s^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 - \frac{\omega}{c^2} \varepsilon_0 \vec{v}_s + \vec{\tau} \vec{k}_s \right] \right\}. \quad (8)$$

Тогда интеграл под суммой (5) разбивается на 2 интеграла

$$\vec{E}' = \sum_{s, \tau} (\vec{J}_{s, \tau}^1 - \vec{J}_{s, \tau}^2),$$

$$\vec{J}_{s, \tau}^1 = \int \frac{i a_s a_{\tau} \vec{B}_{s, \tau}}{k_{s, \tau}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_0} e^{i(\vec{k}_{s, \tau} \cdot \vec{r} - \omega t)} dk_x dk_y d\omega \cdot \frac{1}{2\pi^2 \epsilon_0}, \quad (9)$$

$$\vec{J}_{s, \tau}^2 = \int \frac{i a_s a_{\tau} \vec{B}_{s, \tau}}{k_{s, \tau}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_0} e^{i(\vec{k}_{s, \tau} \cdot \vec{r} - \omega t)} dk_x dk_y d\omega \cdot \frac{1}{2\pi^2 \epsilon_0}.$$

Интегрирование по k_x и k_y вследствие несимметричности задачи проводится раздельно. Первое интегрирование (по k_x) сводится к взятию вычетов в полюсных точках $\vec{J}_{s, \tau}^1$ и $\vec{J}_{s, \tau}^2$, а по k_y ищется точка стационарной фазы. Введя цилиндрические координаты ρ, φ, z ,

$$x = \rho \cos \varphi, \quad y = \rho \sin \varphi, \quad z = z, \quad (10)$$

для поля $\vec{E}'(\vec{r}, t)$ в волновой зоне имеем

$$\vec{E}'(\vec{r}, t) = \frac{1}{V 2\pi \rho} \sum_{s, \tau} \int \frac{a_{\tau}}{\epsilon_0} e^{i\left(\frac{\omega_s}{v} + \tau_z\right)z - i\omega t} \times \\ \times \left(- \frac{\vec{B}_{s, \tau}}{\sqrt{i \frac{\omega}{v} \xi_{s0}}} a_{s0} e^{i \frac{\omega}{v} \left(\xi_{s0} + \frac{v}{c} \tau_p \right) \rho} + \frac{\vec{B}_{s, \tau}}{\sqrt{i \frac{\omega}{v} \xi_{s\tau}}} a_{s\tau} e^{i \frac{\omega}{v} \xi_{s\tau} \rho} \right) d\omega, \quad (11)$$

где

$$\xi_{s0} = \sqrt{\beta^2 \epsilon_0 - \left(1 + \frac{\Omega S}{\omega}\right)^2}, \quad \xi_{s\tau} = \sqrt{\beta^2 \epsilon_0 - \left[1 + \frac{1}{\omega} \left(\Omega S + \frac{2\pi v}{b_z} p\right)\right]^2},$$

$$\vec{B}_{s, \tau} = \frac{1}{\tau \left(\tau + 2e_z \frac{\omega_s}{v} + 2e_p \frac{\omega}{v} \xi_{s0} \right)} \left\{ \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_0 \left(\frac{\omega v_s}{c^2} \epsilon_0 - e_z \frac{\omega_s}{v} - e_p \frac{\omega}{v} \xi_{s0} \right) - \right. \\ \left. - \left[\left(\frac{\omega_s}{v} + \tau_z \right) e_z + e_p \left(\frac{\omega}{v} \xi_{s0} + \tau_p \right) \right] \left[\tau \left(\frac{\omega v_s}{c^2} \epsilon_0 - e_z \frac{\omega_s}{c^2} - e_p \frac{\omega}{v} \xi_{s0} \right) \right] \right\}, \\ \vec{B}_{s, \tau}^* = \frac{1}{\tau \left(e_z \tau_z - e_p \tau_p + 2e_z \frac{\omega_s}{v} + 2e_p \frac{\omega}{v} \xi_{s\tau} \right)} \left\{ \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_0 \left(\frac{\omega v_s}{c^2} \epsilon_0 - e_z \frac{\omega_s}{v} - \right. \right.$$

$$-e_p \frac{\omega}{v} \xi_{s\tau} - e_p \tau_p - \left[\left(\frac{\omega_s}{v} + \tau_z \right) e_z + e_p \frac{\omega}{v} \xi_{s\tau} \right] \left[\left(\frac{\omega_s}{v} + \frac{2\pi p}{b_z} \right)^2 + \right. \\ \left. + \tau_x^2 + \tau_y^2 + 2 \frac{\omega}{v} \xi_{ps\tau} + \tau_z \left(\frac{\omega v_s}{c^2} \varepsilon_0 - e_z \frac{\omega_s}{v} - e_p \frac{\omega}{v} \xi_{s\tau} - e_p \tau_p \right) \right] \}. \quad (12)$$

Первый член в (11) описывает излучение заряда в изотропной среде с проницаемостью ε_0 , рассеянное на неоднородностях среды. Спектр его ограничен неравенствами [7, 8]

$$\frac{\Omega S}{1 + \beta \sqrt{\varepsilon_1}} \leq \omega \leq \frac{\Omega |S|}{1 - \beta \sqrt{\varepsilon_0}}, \quad S \leq -1 \quad (13)$$

для $\beta \sqrt{\varepsilon_0} < 1$, и

$$\omega \geq \frac{\Omega S}{\beta \sqrt{\varepsilon_0} - 1}, \quad S \geq 1, \quad (14)$$

$$\omega \geq \frac{\Omega |S|}{\beta \sqrt{\varepsilon_0} + 1}, \quad S \leq -1$$

для $\beta \sqrt{\varepsilon_0} > 1$. Интенсивность его дается формулой

$$\frac{dW}{dt} = \frac{1}{4\pi} \sum_{s, \tau} \int_0^{2\pi} \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} W'_{s\tau} d\omega d\varphi, \quad (15)$$

где $\omega_{\min}$ и $\omega_{\max}$ определяются неравенствами (13) и (14), а для $W'_{s\tau}$ имеем

$$W'_{s\tau} = \frac{c^2}{\omega} |\alpha'_{so}|^2 |\vec{B}'_{s\tau}|^2. \quad (16)$$

Угловое распределение излучения определяется из

$$\cos \theta'_{s\tau} = \frac{\left(\tau_z + \frac{\omega_s}{v} \right)}{\left[\tau^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 + 2 \left(\frac{\omega}{v} \xi_{so} \tau_p + \frac{\omega_s}{v} \tau_z \right) \right]^{1/2}}. \quad (17)$$

Второе слагаемое в (11) описывает излучение, обязанное наличию неоднородностей в среде. Оно имеет место при выполнении условия

$$\xi_{s\tau}^2 > 0, \quad (18)$$

что приводит к следующим ограничениям на излучаемые частоты:

а) $\beta \sqrt{\varepsilon_0} < 1$,

$$\frac{\left| \Omega S + \frac{2\pi v}{b_z} \right|}{1 + \beta \sqrt{\varepsilon_0}} \leq \omega \leq \frac{\left| \Omega S + \frac{2\pi v}{b_z} P \right|}{1 - \beta \sqrt{\varepsilon_0}}, \quad (19)$$

причем на S и P накладывается условие

$$\Omega S + \frac{2\pi v}{b_z} P < 0; \quad (20)$$

б) $\beta \sqrt{\varepsilon_0} > 1$, тогда, если $\Omega S + \frac{2\pi\nu}{b_z} P > 0$, то

$$\omega \geq \frac{\Omega S + \frac{2\pi\nu}{b_z} P}{\beta \sqrt{\varepsilon_0} - 1}, \quad (21)$$

а если $\Omega S + \frac{2\pi\nu}{b_z} P < 0$, то

$$\omega \geq \frac{\left| \Omega S + \frac{2\pi\nu}{b_z} P \right|}{\beta \sqrt{\varepsilon_0} + 1}. \quad (22)$$

Волновой вектор этого излучения составляет с осью z угол $\theta_{s\tau}^*$, определяемый из

$$\cos \theta_{s\tau}^* = \frac{c}{\omega \sqrt{\varepsilon_0}} \left(\frac{2\pi\nu}{b_z} P + \frac{\omega_s}{\nu} \right), \quad (23)$$

а интенсивность описывается формулой (15), где вместо $W'_{s\tau}$ надо написать $W'_{s\tau}$

$$W'_{s\tau} = \frac{c^2}{\omega} |a_{s\tau}^*|^2 |\vec{B}_{s\tau}^*|^2. \quad (24)$$

Институт радиофизики и электроники
АН АрмССР

Поступила 4.VII.1971

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. А. Гинзбург, Изв. АН СССР, сер. Физика, 11, 165 (1947).
2. В. А. Гинзбург, УФН, 69, 537 (1959).
3. Н. Motz, Journ. Appl. Phys., 22, 527 (1957).
4. В. А. Гинзбург, В. А. Эйдман, ЖЭТФ, 36, 1823 (1959).
5. К. А. Барсуков, Б. М. Болотовский, Изв. высш. учебн. завед., Радиофизика, 7, 291 (1964).
6. Б. В. Хачатрян, Изв. высш. учебн. завед., Радиофизика, 6, № 5, 904 (1963).
7. Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский, УФН, 88, 209 (1966).
8. Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский, УФН, 94, 377 (1968).
9. Н. А. Корхмазян, Изв. АН АрмССР, Физика, 5, 287; 418 (1970).
10. Ф. А. Костанян, О. С. Мергелян, Изв. АН АрмССР, Физика, 6, 472 (1971).
11. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, М., 1959.
12. М. А. Тер-Микаелян, Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 14, 103 (1961).

ԵՐԱՋԱՓ ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆՈՐԵՆ ԱՆՀԱՄԱՍԵՌ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ
ՕՍՑԻԼՅԱՏՈՐԻ ԺԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ

Յ. Ա. ԿՈՍՏԱՆՅԱՆ, Հ. Ս. ՄԵՐԳԵԼՅԱՆ

Դիտարկվում է համընթաց շարժվող և հարմոնիկ տատանումներ կատարող լիցքի ճառագայթումը այնպիսի միջավայրում, որի դիէլեկտրիկ թափանցելիությունը հնարավոր է վերլուծել

հարմոնիկ ֆունկցիաների շարքի: Հաշվված են ճառագայթման դաշտերը և էներգիայի կորուստները: Խնդիրը լուծված է խոտորումների տեսության մոտավորությամբ:

THE RADIATION OF OSCILLATING CHARGE IN A THREE-DIMENSIONAL PERIODICALLY INHOMOGENEOUS MEDIUM

F. A. KOSTANIAN, H. S. MERGELIAN

In the perturbation theory approximation the radiation of the uniformly moving oscillating charge in medium the dielectric permeability of which permits the expansion into the harmonic function series is considered. The electromagnetic fields and the radiation energy losses are calculated.