Изв. АН Армянской ССР, Физика, 6, 457—466 (1971)

ВОЗБУЖДЕНИЕ ВОЛНЫ ПРИ НАКЛОННОМ ПРОЛЕТЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ ЧЕРЕЗ ВОЛНОВОД

А. К. АНСРЯН, Э. Д. ГАЗАЗЯН

В работе рассматривается переходное излучение, генерируемое заряженной частицей, при ее наклонном пролете через регулярный волновод. Получены общие выражения для полей и интенсивностей излучений. Подробно рассмотрен случай прямоугольного волновода и обсуждены полученные результаты, в частности, проблема разделения эффекта переходного излучения от эффекта излучения Вавилова-Черенкова. Показано, что при устремлении поперечных размеров волновода к бесконечности может остаться лишь вклад от черенковского излучения.

§ 1. Введение

В работе [1] исследовалось излучение в волноводе, генерируемое равномерно движущейся заряженной частицей, пересекающей стенку волновода перпендикулярно его оси. В настоящей статье методом, разработанным Г. В. Кисунько [2], рассматривается случай, когда скорость частицы имеет произвольное направление, пересекающееся с осью волновода.

Интерес к вопросам, затронутым в данной работе объясняется возможностью получения значительных интенсивностей в области сантиметрового и миллиметрового диапазонов [3], [4], с одной стороны, и важностью более детального изучения свойств переходного и черенковского излучений в системах, обладающих сильной пространственной дисперсией, с другой. В частности, самостоятельный физический интерес представляет возможность выделения вкладов в общее излучение от переходного и черенковского эффектов в волноводах.

§ 2. Метод решения для регулярного волновода произвольного сечения

Пусть заряженная частица с зарядом e, имеющая скорость $\vec{v}\,(v_x, v_y, v_z)$ в некоторой прямоугольной системе координат, пересекает регулярный волновод произвольного сечения. Для отвлечения от ненужных усложнений и не умаляя при этом общности, будем считать, что при своем движении частица в момент времени $t = 0$ проходит через начало координат, выбранной на оси волновода z, а точки пересечения траектории частицы с волноводом суть (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2). Волновод заполнен однородным диэлектриком с ε и $\mu = 1$. Тогда для плотности заряда и тока имеем следующие выражения:

$$\left.\begin{aligned} \rho(x,\ y,\ z,t) &= e\delta(\vec{r}-\vec{v}t), \\ \vec{\gamma}(x,\ y,\ z,\ t) &= e\vec{v}\delta(\vec{r}-\vec{v}t) \end{aligned}\right\}. \tag{1.1}$$

Будем исходить из уравнений для векторного и скалярного потенциалов ($\vec{A}$ и φ) электромагнитного поля, предварительно разложив их совместно с (1.1) в интегралы Фурье:

$$\left.\begin{aligned} \vec{A} &= \int \vec{A}_\omega e^{i\omega t}\,d\omega, & \vec{j} &= \int \vec{j}_\omega e^{i\omega t}\,d\omega, \\ \varphi &= \int \varphi_\omega e^{i\omega t}\,d\omega, & \rho &= \int \rho_\omega e^{i\omega t}\,d\omega \end{aligned}\right\}. \tag{1.2}$$

Уравнения для Фурье-компонент $\vec{A}_\omega$ и φ_ω запишутся в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\vec{A}_\omega + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\vec{A}_\omega &= -\frac{4\pi}{c}\vec{j}_\omega, \\ \Delta\varphi_\omega + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\varphi_\omega &= -\frac{4\pi}{\varepsilon}\rho_\omega \end{aligned}\right\}, \tag{1.3}$$

где $\vec{A}_\omega$ и φ_ω должны удовлетворять также условию Лоренца, которое для Фурье-компонент имеет вид

$$\vec{\nabla}\vec{A}_\omega + i\frac{\omega}{c}\varepsilon\varphi_\omega = 0 \tag{1.4}$$

с граничными условиями на стенке волновода

$$[\vec{n}\vec{A}_\omega]|_\Sigma = 0, \quad \varphi_\omega|_\Sigma = 0, \tag{1.5}$$

где $\vec{n}$ нормаль к Σ.

Как известно (см., напр. [1], [2]), решения для полей в волноводе можно выразить через два класса скалярных функций. Эти функции суть собственные функции $\psi_n(x,\ y)$ и $\hat{\psi}_n(x,\ y)$ первой и второй внутренних задач соответственно. Они удовлетворяют следующим уравнениям и граничным условиям:

$$\Delta_\perp\psi_n(x,\ y) + \lambda_n^2\psi_n(x,\ y) = 0, \quad \psi_n(x.\ y)|_\Sigma = 0 \tag{1.6}$$

и

$$\Delta_\perp\hat{\psi}_n(x,\ y) + \hat{\lambda}_n(x,\ y) = 0, \quad \left.\frac{\partial\hat{\psi}_n(x,\ y)}{\partial n}\right|_\Sigma = 0, \tag{1.7}$$

где $\Delta_\perp$ поперечная (двумерная) часть оператора Лапласа, а λ_n и $\hat{\lambda}_n$ собственные значения первой и второй краевых задач соответственно.

Построим с помощью этих функций три ортогональные и нормированные векторные функции. Эти векторные функции суть

$$\left.\begin{aligned}\vec{A}_{1n}(x,\ y) &= \vec{z}^{\circ}\,\psi_n(x,y),\\ \vec{A}_{2n}(x,\ y) &= \frac{1}{\lambda_n}\vec{\nabla}\ \psi_n(x,\ y),\\ \vec{A}_{3n}(x,y) &= \frac{1}{\hat{\lambda}_n}\,[\vec{\nabla}\ \vec{z}^{\circ}\,\hat{\psi}_n(x,\ y)]\end{aligned}\right\}, \tag{1.8}$$

где $\vec{z}^{\circ}$ орт по оси z.

Решения уравнений (1.3) можно искать теперь в виде разложений по этим функциям

$$\left\{\begin{aligned}\vec{A}_{\omega}(x,\ y,\ z) &= \sum_n (a_{1n}(z)\,\vec{A}_{1n}(x,\ y) + a_{2n}(z)\,\vec{A}_{2n}(x,\ y) + a_{3n}(z)\vec{A}_{3n}(x,\ y)),\\ \varphi_{\omega}(x,\ y,\ z) &= \sum_n a_n(z)\,\psi_n(x,\ y).\end{aligned}\right. \tag{1.9}$$

Подставляя (1.9) в (1.3), имеем следующие уравнения для амплитудных коэффициентов:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial^2 a_{jn}(z)}{\partial z^2} + \gamma_{nj}^2 a_{jn}(z) &= -\frac{4\pi}{c}<\vec{j}_{\omega}\vec{A}_{jn}>\\ \frac{\partial^2 a_n(z)}{\partial z^2} + \gamma_n^2 a_n(z) &= -\frac{4\pi}{\varepsilon}\rho_n(z),\end{aligned}\right\}, \tag{1.10}$$

где j пробегает значения 1, 2, 3, причем

$$\gamma_n = \gamma_{n1} = \gamma_{n2} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon - \lambda_n^2},\ \hat{\gamma}_{n3} = \hat{\gamma}_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon - \hat{\lambda}_n^2}, \tag{1.11}$$

$$\left.\begin{aligned}<\vec{j}_{\omega}\vec{A}_{nj}> &= \int \vec{j}_{\omega}\vec{A}_{jn}ds\\ \rho_n &= \int \rho_{\omega}\psi_n(x,\ y)\ ds\end{aligned}\right\}. \tag{1.12}$$

В формулах (1.12) интегрирование идет по поперечному сечению волновода.

Интегрирование уравнений (1.10) нужно производить, исходя из условия излучения, которое для нашего случая гласит, что в волноводе должны отсутствовать волны, бегущие к источнику. Окончательно для амплитудных коэффициентов из уравнения (1.10) с учетом (1.4) и (1.12) имеем:

$$\begin{aligned}a_n &= -\frac{ie}{\varepsilon\gamma_n v_x}\ e^{-i\gamma_n z} A_n,\\ a_{1n} &= -\frac{iev_z}{c\gamma_n v_x}\, n^{-i\gamma_n z} A_n,\\ a_{2n} &= \frac{e\omega}{cv_x\lambda_n\gamma_n}\left(1 - \frac{\gamma_n}{\omega}v_z\right) e^{-i\gamma_n z} A_n,\\ a_{3n} &= \frac{ie}{\varepsilon\ \hat{\gamma}_n\ \hat{\lambda}_n}\ e^{-i\hat{\gamma}_n z}\ B_n,\end{aligned} \tag{1.13}$$

где

$$A_n = \int\limits_{x_1}^{x_2} \psi_n\left(\zeta \frac{v_y}{v_x}\zeta\right) e^{i\left(\gamma_n \frac{v_z}{v_x} - \frac{\omega}{v_x}\right)\zeta} d\zeta,$$

$$B_n = \int\limits_{x_1}^{x_2} \left[\frac{\partial \hat{\psi}_n(\zeta, y)}{\partial y} - \frac{v_y}{v_x}\frac{\partial \hat{\psi}_n(\zeta, y)}{\partial \zeta}\right]\Bigg|_{y=\frac{v_y}{v_x}\zeta} e^{i\left(\hat{\gamma}_n \frac{v_z}{v_x} - \frac{\omega}{v_x}\right)\zeta} d\zeta. \quad (1.14)$$

Причем, мы рассматриваем область $z - z_2 > 0$. Аналогично можно получить выражения в области $z - z_1 < 0$. В релятивитском случае ($v_z \sim c$) различие в решениях $z > z_1$ и $z < z_2$ будет значительным, т. к. основная доля излучения пойдет в сторону $z > z_2$ при $v_z > 0$ или $z < z_1$ при $v_z < 0$ (z_1, z_2 — координаты пересечения частицы со стенками вдоль оси z).

Выражая поля $\vec{E}_\omega$ и $\vec{H}_\omega$ через векторный и скалярный потенциалы $\vec{A}_\omega$ и $\vec{H}_\omega$ по формулам

$$\left.\begin{aligned} \vec{E}_\omega &= -\vec{\nabla}\varphi_\omega - \frac{i\omega}{c}\vec{A}_\omega, \\ \vec{H}_\omega &= \operatorname{rot}\vec{A}_\omega, \end{aligned}\right\} \quad (1.15)$$

легко заметить, что полученные выражения для полей представляют суперпозицию двух типов волн, имеющих соответственно полные электрические и тангенциальные магнитные поля (ТМ) и полные магнитные и тангенциальные электрические поля (ТЕ). Первые из них выражаются через собственные функции первой краевой задачи $\psi_n(x, y)$, а вторые через собственные функции второй — $\hat{\psi}_n(x, y)$. Не приводя здесь деталей этих расчетов (см., [2]), распишем лишь окончательные выражения полей для электрического типа (ТМ):

$$\left.\begin{aligned} E_{z\omega} &= \frac{e}{\varepsilon v_x}\sum_n \left(1 - v_z \frac{\varepsilon\omega}{\gamma_n c^2}\right) e^{-i\gamma_n z} A_n \psi_n(x, y), \\ \vec{E}_{\tau\omega} &= -\frac{ie}{\varepsilon x_x}\sum_n \frac{\gamma_n}{\lambda_n^2}\left(1 - v_z \frac{\varepsilon\omega}{\gamma_n c^2}\right) e^{-i\gamma_n z} A_n \vec{\nabla}\psi_n(x, y), \\ \vec{H}_{\tau\omega} &= \frac{ie\omega}{c v_x}\sum_n \frac{1}{\lambda_n^2}\left(1 - v_z \frac{\varepsilon\omega}{\gamma_n c^2}\right) e^{-i\gamma_n z} A_n [\vec{\nabla}\cdot\vec{z}^\circ \psi_n(x, y)] \end{aligned}\right\} \quad (1.16)$$

и для магнитного типа (ТЕ) волн:

$$\left.\begin{aligned} \vec{H}_{z\omega} &= \frac{ie}{c}\sum_n \hat{\gamma}_n^{-1} e^{-i\hat{\gamma}_n z} B_n \hat{\psi}_n(x, y), \\ \vec{H}_{\tau\omega} &= \frac{e}{c}\sum_n \hat{\lambda}_n^{-2} e^{-i\hat{\gamma}_n z} B_n \vec{\nabla}\hat{\psi}_n(x, y), \\ \vec{E}_{\tau\omega} &= \frac{e\omega}{c^2}\sum_n \hat{\gamma}_n^{-1}\hat{\lambda}_n^{-1} e^{-i\hat{\gamma}_n z} B_n [\vec{\nabla}\vec{z}^\circ \cdot \hat{\psi}_n(x, y). \end{aligned}\right\} \quad (1.17)$$

Интенсивность излучения в правое полупространство дается вектором Пойнтинга через поперечное сечение волновода. Для n-ой моды электрического типа волн она описывается выражением

$$S_n^{(TM)} = \frac{e^2}{\hat{\lambda}_n^2 v_x^2} \operatorname{Re} \int_0^\infty \frac{\gamma_n \omega}{\varepsilon(\omega)} \left(1 - \frac{\omega\varepsilon(\omega) v_z}{c^2\gamma_n}\right)^2 |A_n|^2 d\omega, \tag{1.18}$$

а для магнитного типа волн — выражением

$$S_n^{(TE)} = \frac{e^2}{\hat{\lambda}_n^2 c^2} \operatorname{Re} \int_0^\infty \frac{\omega}{\hat{\gamma}_n} |B_n|^2 d\omega. \tag{1.19}$$

§ 2. Излучение в прямоугольный волновод

Рассмотрим подробно случай прямоугольного волновода с осью z и со сторонами $2a$ и $2b$ $(b > a)$. Частица пересекает широкую стенку волновода под углом и в момент $t = 0$ проходит через центр его поперечного сечения, где выбрано начало координат. Как и раньше, волновод заполнен диэлектриком с ε и $\mu = 1$.

Собственные функции первой и второй краевых задач для случая прямоугольного волновода следующие [5]:

$$\psi_n^{(x,y)} = \alpha_{mn} \sin \frac{\pi m (x-a)}{2a} \sin \frac{\pi n (y-b)}{2b}, \tag{2.1}$$

$$\hat{\psi}_n^{(x,y)} = \hat{\alpha}_{mn} \cos \frac{\pi n (x-a)}{2a} \cos \frac{\pi y (y-b)}{2b}, \tag{2.2}$$

где

$$\hat{\alpha}_{mn} = \frac{1}{\sqrt{ab}}, \quad \hat{\alpha}_{mn} = \frac{1}{\sqrt{ab}\sqrt{(1+\delta_{on})(1+\delta_{om})}}, \tag{2.3}$$

δ_{on} и δ_{om} — символы Кронекера и n, m принимают значения 0, 1, 2, 3...

Отличие собственных знечений λ_{nm} волн типа (ТМ) и $\hat{\lambda}_{nm}$ волн типа (ТЕ) состоит только в том, что не существует (ТМ)-волны с нулевым индексом.

В этих терминах для интенсивностей излучения в правое полупространство получим следующие выражения:

для m, n моды (ТМ) типов волн

$$S_{mn}^{(TM)} = \frac{e^2}{\lambda_{mn}^2 v_x^2} \operatorname{Re} \int_0^\infty \frac{\gamma_{mn}\omega}{\varepsilon(\omega)} \left(1 - \frac{\varepsilon(\omega)\,\omega v_z}{c^2\gamma_{mn}}\right)^2 |A_{mn}|^2 d\omega, \tag{2.4}$$

и для m, n моды (ТЕ) типов волн

$$S_{mn}^{(TE)} = \frac{e^2}{\hat{\lambda}_{mn}^2 c^2} \operatorname{Re} \int_0^\infty \frac{\omega}{\hat{\gamma}_n} |B_{mn}|^2 d\omega, \tag{2.5}$$

где

$$|A_{mn}|^2 = \alpha_{mn}^2\left(\frac{\pi m}{2a}\right)^2\left[\frac{\sin\left(\frac{\pi m}{2a}+\frac{\pi n}{2b}\frac{v_y}{v_x}+\gamma_{mn}\frac{v_z}{v_x}-\frac{\omega}{v_x}\right)a}{\left(\frac{\pi m}{2a}\right)^2-\left(\frac{\pi n}{2b}\cdot\frac{v_y}{v_x}+\gamma_{mn}\frac{v_z}{v_x}-\frac{\omega}{v_x}\right)^2}-\right. \tag{2.5}$$

$$\left.-(-1)^n\frac{\sin\left(\frac{\pi m}{2a}-\frac{\pi n}{2b}\frac{v_y}{v_x}+\gamma_{mn}\frac{v_z}{v_x}-\frac{\omega}{v_x}\right)a}{\left(\frac{\pi m}{2a}\right)^2-\left(\frac{\pi n}{2b}\frac{v_y}{v_x}-\gamma_{mn}\frac{v_z}{v_x}+\frac{\omega}{v_x}\right)^2}\right]^2, \tag{2.6}$$

$$|B_{mn}|^2 = \hat{\alpha}_{nm}^2\left\{\frac{\sin\left(\frac{\pi m}{2b}+\frac{\pi n}{2b}\frac{v_y}{v_x}+\hat{\gamma}_{mn}\frac{v_z}{v_x}-\frac{\omega}{v_x}\right)a}{\left(\frac{\pi m}{2b}\right)^2-\left(\frac{\pi n}{2b}\frac{v_y}{v_x}+\hat{\gamma}_{mn}\frac{v_z}{v_x}-\frac{\omega}{v_x}\right)^2}\left[\left(\frac{\pi n}{2b}\right)\left(\frac{\pi n}{2b}\frac{v_y}{v_x}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\hat{\gamma}_{mn}\frac{v_z}{v_x}-\frac{\omega}{v_x}\right)+\frac{v_y}{v_x}\left(\frac{\pi m}{2a}\right)^2\right]+$$

$$+(-1)^n\frac{\sin\left(\frac{\pi m}{2a}-\frac{\pi n}{2b}\frac{v_y}{v_x}+\hat{\gamma}_{mn}\frac{v_z}{v_x}-\frac{\omega}{v_x}\right)a}{\left(\frac{\pi m}{2a}\right)^2-\left(\frac{\pi n}{2b}\frac{v_y}{v_x}-\hat{\gamma}_{mn}\frac{v_z}{v_x}+\frac{\omega}{v_x}\right)^2}\times$$

$$\left.\times\left[\left(\frac{\pi n}{2b}\right)\left(\frac{\pi n}{2b}\frac{v_y}{v_x}-\hat{\gamma}_{mn}\frac{v_z}{v_x}+\frac{\omega}{v_x}\right)+\frac{v_y}{v_x}\left(\frac{\pi m}{2a}\right)^2\right]\right\}.$$

Из выражения (2.6) видно, что для отличных от нуля интенсивностей (ТМ) волн $m \neq 0$, $n \neq 0$, а для отличных от нуля интенсивностей (ТЕ) волн m и n не могут одновременно равняться нулю. Из тех же выражений (2.6) следует, что при выполнении условий (s — целое число)

$$\left.\begin{aligned}&\left(\frac{\pi m}{2a}\pm\frac{\pi n}{2b}\frac{v_y}{v_x}+\gamma_{mn}\frac{v_z}{v_x}-\frac{\omega}{v_x}\right)a=\pi s,\\&\left(\frac{\pi m}{2a}\pm\frac{\pi n}{2b}\frac{v_y}{v_x}+\hat{\gamma}_{mn}\frac{v_z}{v_x}-\frac{\omega}{v_x}\right)a=\pi s\end{aligned}\right\} \tag{2.7}$$

соответствующие моды в спектрах излучений будут отсутствовать.

Если в выражениях (2.4) — (2.6) положить $\varepsilon = 1$, то с уверенностью можно сказать, что излученная энергия есть энергия переходного излучения, когда частица дважды под углом пересекает стенку волновода. Из тех же самых выражений (2.2) — (2.5) видно, что если положить $v_y = v_z = 0$, то получаются рассмотренные раннее в работе [1] результаты для перпендикулярного влета.

Далее, представляет интерес особо остановиться на условиях возникновения эффекта Вавилова-Черенкова, если волновод заполнен диэлектриком с $\beta\sqrt{\varepsilon}-1>0$.

Нетрудно заметить, что в выражениях (2.6) содержатся резонансные члены

$$\frac{\pi m}{2a} \pm \frac{\pi n}{2b} \cdot \frac{v_y}{v_x} + \gamma_{mn} \frac{v_z}{v_x} - \frac{\omega}{v_x} = 0 \tag{2.8}$$

для электрического типа волн и

$$\frac{\pi m}{2a} \pm \frac{\pi n}{2b} \frac{v_y}{v_x} + \hat{\gamma}_{mn} \frac{v_z}{v_x} - \frac{\omega}{v_x} = 0 \tag{2.7}$$

для магнитного типа волн, соответствующие случаю (2.7) при $s = 0$.

Интенсивность излучений на частотах, определяемых из условий (2.8) и (2.9), равна соответственно для электрического и магнитного типов волн

$$\frac{dS_{mn}^{\pm (TM)}}{d\omega} = \frac{e^2 a^2 \alpha_{mn}^2 \gamma_{mn} \omega}{4 v_x^2 \lambda_{mn}^2 \varepsilon(\omega)} \left(1 - \frac{\omega v_z \varepsilon(\omega)}{c^2 \gamma_{mn}}\right)^2 \left[1 - (-1)^n \frac{\sin\left(\frac{\pi n}{b} \frac{v_y}{v_x} a\right)}{\frac{\pi n}{b} \frac{v_y}{v_x} a \left(1 \pm \frac{an}{bm} \frac{v_y}{v_x}\right)}\right]^2, \tag{2.10}$$

$$\frac{dS_{mn}^{\pm (TE)}}{d\omega} = \frac{e^2 a^2 \hat{\alpha}_{mn}^2 \omega}{4 c^2 \hat{\lambda}_{mn}^2 \hat{\gamma}_{mn}} \left[\left(\pm \frac{\pi m}{2a} \frac{v_y}{v_x} \frac{\pi n}{2b}\right) + \right.$$

$$\left. + (-1)^n \frac{\sin\left(\frac{\pi n}{b} \frac{v_y}{v_x} a\right)}{\frac{\pi n}{b} \frac{v_y}{v_x} a} \left(\frac{\pi n}{b} \pm \frac{v_y}{v_x} \frac{\left(\frac{\pi m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{2b}\right)^2}{\frac{\pi m}{2a} \pm \frac{v_y}{v_x} \frac{\pi n}{2b} \cdot \frac{v_y}{v_x}}\right)\right]^2. \tag{2.11}$$

С другой стороны, совместность условий (2.8) или (2.9) с условием распространения волн в волноводе ($\mathrm{Re}\gamma_{mn} \neq 0$ или $\mathrm{Re}\hat{\gamma}_{mn} \neq 0$) возможно лишь при $\beta^2 \varepsilon(\omega) - 1 > 0$, т. е. при выполнении условия возникновения излучения Вавилова-Черенкова.

Таким образом, (2.8) или (2.9) являются условиями возникновения излучения Вавилова-Черенкова в волноводе. Однако, как показывают расчеты, трудно ожидать резкого выделения черенковских пиков на фоне переходного излучения. Дело в том, что сильные дисперсионные свойства самого волновода сглаживают картину и явного выделения следует ожидать лишь для очень высоких мод, когда на проекции траектории частицы на ось волновода укладывается много длин волн этого излучения.

При устремлении поперечных размеров волновода к бесконечности ($a \to \infty$, $b \to \infty$) можно сделать предельный переход к свободному пространству. Очевидно, что при этом вклад в интесивность от переходного излучения должен стремиться к нулю и получится выражение для интесивности излучения Вавилова-Черенкова при $\beta^2 \varepsilon(\omega) - 1 > 0$. Очевидно, что в свободном пространстве нет смысла разделятьосостояние на две поляризации (ТМ) и (ТЕ), так что для получения выражения черенковских потерь нужно взять суммарную интенсивность

$$S=\sum_m\sum_n S_{mn}^{(TM)}+\sum_m\sum_n S_{mn}^{(TE)}. \tag{2.12}$$

Не умаляя общности приведенных рассуждений, предельный переход к $a\to\infty$ и $b\to\infty$ будем совершать для случая $v_y=0$, $v_z=0$, т. е. когда частица влетает в волновод перпендикулярно его оси и проходит через центр поперечного сечения. Заметим, что начало координат выбрано в центре и на оси волновода, так что собственные функции первой и второй краевых задач определены согласно (2.4) и (2.2).

Для интенсивности излучения (ТМ) типа волн ($v_y=0$, $v_z=0$) имеем следующие выражения [1]:

$$\frac{dS^{(TM)}}{d\omega}=\frac{e^2\omega}{\varepsilon(\omega)v^2}\sum_m\sum_n\frac{\gamma_{mn}}{\lambda_{mn}^2}\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2\sin^2\left(\frac{\pi n}{2}\right)\frac{\sin^2\left(\frac{\pi m}{2a}-\frac{\omega}{v}\right)a}{\left[\left(\frac{\pi m}{2a}\right)^2-\left(\frac{\omega}{v}\right)^2\right]^2ab}, \tag{2.13}$$

где

$$\gamma_{mn}^2=\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(\omega)-\lambda_{mn}^2,$$

$$\lambda_{mn}^2=\left(\frac{\pi m}{2a}\right)^2+\left(\frac{\pi n}{2b}\right)^2.$$

Из (2.13) видно, что $n=2p$ моды не возбуждаются, т. е. интенсивность при n-четных модах равна нулю. Это обстоятельство объясняется тем, что при $n=2p$ траектория заряженной частицы (которая в данном случае является возбудителем) проходит через узел электромагнитной волны в волноводе.

Для больших значений a и b ($a\to\infty$ и $b\to\infty$) выражения $\frac{\pi m}{2a}$ и $\frac{\pi n}{2b}$ принимают непрерывный ряд значений, т. е. спектр становится сплошным.

Удобно ввести обозначения

$$\frac{\pi m}{2a}=k_x,\quad \frac{\pi n}{2b}=k_y.$$

С учетом вышесказанного (интенсивность мод с $n=2p$ равна нулю) имеем

$$\Delta k_x=\frac{\pi}{2a},$$

$$\Delta k_y=\frac{\pi}{b},$$

так что

$$\frac{1}{ab}=\frac{2\Delta k_x\Delta k_y}{\pi^2}$$

и суммы в (2.13) можно переписать в виде

$$\frac{dS^{(TM)}}{d\omega}=\frac{4e^2\omega}{\varepsilon(\omega)v^2}\sum_m\sum_n\frac{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(\omega)-k_x^2-k_y^2}}{k_x^2=k_y^2}k_x^2\frac{\sin^2\left(k_x-\frac{\omega}{v}\right)a}{\left(k_x^2-\frac{\omega^2}{v^2}\right)^2}\times$$

$$\times\frac{2\Delta k_x\Delta k_y}{\pi^2}. \tag{2.14}$$

При устремлении $a\to\infty$ и $b\to\infty$ от суммы переходим к интегралам

$$\frac{dS^{(TM)}}{d\omega}=\frac{8e^2\omega}{\varepsilon(\omega)v\pi}T\iint\frac{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(\omega)-k_x^2-k_y^2}}{k_x^2+k_y^2}k_x^2\delta\left(k_x-\frac{\omega}{v}\right)dk_xdk_y. \tag{2.15}$$

Здесь мы воспользовались известным тождеством

$$\lim_{a\to\infty}\frac{\sin^2 a\left(k_k-\frac{\omega}{v}\right)}{\pi\left(k_x-\frac{\omega}{v}\right)^2}=a\delta\left(k_x-\frac{\omega}{v}\right)=vT\delta\left(k_x-\frac{\omega}{v}\right).$$

После интегрирования по δ-функции имеем

$$\frac{dS^{(TM)}}{d\omega}=\frac{2e^2\omega}{\varepsilon(\omega)v^2}\frac{vT}{\pi}\int_0^{\frac{\omega}{v}\sqrt{\beta^2\varepsilon-1}}\frac{\sqrt{\frac{\omega^2}{v^2}(\beta^2\varepsilon-1)-k_y^2}}{\frac{\omega^2}{v^2}+k_y^2}dk_y. \tag{2.16}$$

Аналогично для (TE) типа имеем

$$\frac{dS^{(TE)}}{d\omega}=\frac{2e^2\omega}{c^2}\frac{vT}{\pi}\int_0^{\frac{\omega}{v}\sqrt{\beta^2\varepsilon-1}}\frac{k_y^2dk_y}{\left(\frac{\omega^2}{v^2}+k_y^2\right)\sqrt{\frac{\omega^2}{v^2}(\varepsilon\beta^2-1)-k_y^2}}. \tag{2.17}$$

Для суммарной интенсивности получаем следующее выражение

$$\frac{dS^{(TM)}}{d\omega}+\frac{dS^{(TE)}}{d\omega}=\frac{2e^2}{c^2}\omega\frac{vT}{\pi}\left[\frac{1}{\varepsilon(\omega)\beta^2}\int_0^{\frac{\omega}{v}\sqrt{\beta^2\varepsilon-1}}\frac{\sqrt{\frac{\omega^2}{v^2}(\beta^2\varepsilon-1)-k_y^2}}{\frac{\omega^2}{v^2}+k_y^2}dk_y+\right.$$

$$+\int\limits_0^{\frac{\omega}{v}\sqrt{\beta^2\varepsilon-1}}\frac{k_y^2\,dk_y}{\left(\frac{\omega^2}{v^2}+k_y^2\right)\sqrt{\frac{\omega^2}{v^2}\left(\beta^2\varepsilon-1\right)-k_y^2}}\Bigg]=\frac{e^2\omega}{c^2}\,vT\left(1-\frac{1}{\beta^2\varepsilon}\right). \qquad (2.18)$$

Как и следовало ожидать, мы получили известное выражение Тамма-Франка для спектральной плотности излучения Вавилова-Черенкова на длине vT.

Поступила 13.V.1971

ЛИТЕРАТУРА

1. *К. А. Барсуков, Э. Д. Газазян, Э. М. Лазиев*, Радиофизика, Изв. вузов (в печати).
2. *Г. В. Кисунько*, ЖТФ (1946).
3. *К. А. Барсуков*, Докторская диссертация. М., МГПИ, 1967.
4. *Л. Т. Ломизе*, ЖТФ, 31, 301 (1961).
5. *Б. З. Каценеленбаум*, Высокочастотная электродинамика (1966).

ԱԼԻՔԻ ԳՐԳՌՈՒՄԸ, ԵՐԲ ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿԸ ԹԵՔ ՀԱՏՈՒՄ Է ԱԼԻՔԱՏԱՐԸ

Ա. Կ. ԱՆՍՐՅԱՆ, Է. Դ. ԳԱԶԱԶՅԱՆ

Աշխատության մեջ դիտարկված է անցումային ճառագայթումը, որը տեղի է ունենում դիէլեկտրիկով լցված կամայական լայնական կտրվածքով ալիքատարում, երբ հավասարաչափ շարժվող լիցքավորված մասնիկը թեք հատում է այն։ Ստացված են ճառագայթման դաշտի և ինտենսիվության համար վերջնական բանաձևեր, որոնք մանրամասն հետազոտված են ուղղանկյուն ալիքատարի դեպքում։ Մասնավորապես ուսումնասիրված է անցումային և չերենկովյան ճառագայթումների ներդրումները միմյանցից տարբերելու հարցը։

Ցույց է տրված, որ ալիքատարի լայնական չափսերը անվերջության ձգտեցնելիս ճառագայթման գումարային ինտենսիվությունը նկարագրվում է Տամի և Ֆրանկի բանաձևով։

CHARGED PARTICLE GENERATION AT ITS INCLINED FLIGHT THROUGH THE WAVE-GUIDE

A. K. ANSRIAN, E. D. GAZAZIAN

The transition radiation generated by the charged particle at its inclined flight through the regular wave-guide is presented. General expressions for radiation fields and intensities are obtained. Detailed treatment of the case with the rectangular wave-guide is given and the results obtained are discussed. The problem of the separation of Vavilov-Cerenckov radiation from the transition radiation is treated in particular. It is shown that when wave-guide cross sizes tend to infinity, only the Vavilov-Cerenckov radiation is likely to remain.