

К ВЫВОДУ КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Т. К. МЕЛИК-БАРХУДАРОВ

В работе дается вывод кинетического уравнения для слабо „загрязненных“ нормальных систем. Используемый метод — диаграммная техника для сплавов, разработанная Абрикосовым, Горьковым и Эдвардсом.

Процессы, происходящие с участием внешнего поля в системах, обладающих механизмом релаксации, изучаются либо с помощью кинетического уравнения, либо с использованием методики функций Грина. Последний способ, получивший наибольшее развитие после создания диаграммной техники для сплавов [1, 2], является в настоящее время наиболее последовательным. Однако решение конкретных задач в вычислительном отношении удобнее производить с помощью кинетического уравнения. Поскольку же существующие методы вывода его носят в основном интуитивный характер, то представляет интерес выяснение возможности получения уравнения типа кинетического в рамках упомянутой техники.

Одной из простейших моделей, для которой поставленная задача имеет смысл, является система Ферми-частиц, движущихся в поле хаотически расположенных примесных центров и подвергающихся действию переменного внешнего поля. Непосредственное взаимодействие частиц друг с другом будем считать отсутствующим.

Уравнение для одночастичной матрицы плотности имеет вид

$$i \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} = [\tilde{H}, \tilde{\rho}],$$

$$\tilde{H} = H + V(t), \quad H = \frac{p^2}{2m} + \sum_a u(x - x_a), \quad (1)$$

$V(t)$ — гамильтониан взаимодействия частиц с переменным полем, $u(x - x_a)$ — потенциал примесного центра, находящегося в точке x_a .

Решение этого уравнения представляется в виде

$$\tilde{\rho} = \rho + f(t),$$

$$f(t) = -i \int dt' G^R(t, t') [V(t'), \rho] G^A(t', t) dt'. \quad (2)$$

Здесь ρ — матрица плотности частицы в отсутствии внешнего поля, а G^R и G^A запаздывающая и опережающая функции Грина, удовлетворяющие уравнениям

$$i\partial/\partial t G(t, t') - \tilde{H}(t) G(t, t') = \delta(t - t'), \quad (3)$$

$$-i\partial/\partial t G(t', t) - G(t', t) \tilde{H}(t) = \delta(t - t'), \quad (3')$$

$$G^R(t < 0) = G^A(t > 0) = 0.$$

В первом приближении по внешнему полю матричный элемент f выражается соотношением

$$f_p^k = - \frac{i}{(2\pi)^6} \int dp_1 dp_2 \int dt' G_{p^+, p_1}^R(t-t') G_{p_2, p^-}^A(t-t') V_{p_1, p_2}(\varphi_{p_1}^{(0)} - \varphi_{p_2}^{(0)}), \quad (4)$$

$$f_p^k = f_{p^+, p^-},$$

$$p^+ = p + \frac{k}{2}, \quad p^- = p - \frac{k}{2}.$$

Для простоты потенциал переменного поля выбран скалярным а также сделана замена $\varphi \rightarrow \varphi^{(0)}$, где $\varphi^{(0)}$ — фермиевская функция распределения. Границы этого, обычно делаемого при выводе кинетического уравнения, приближения (см., напр., [3]) будут выяснены ниже.

Поскольку примеси расположены хаотично, f должна быть усреднена по положениям их, что делается с помощью техники [1, 2]. Среднее от двух гриновских функций выражается через сумму графиков, представленных на рис. 1а. На графиках верхней сплошной линии сопо-

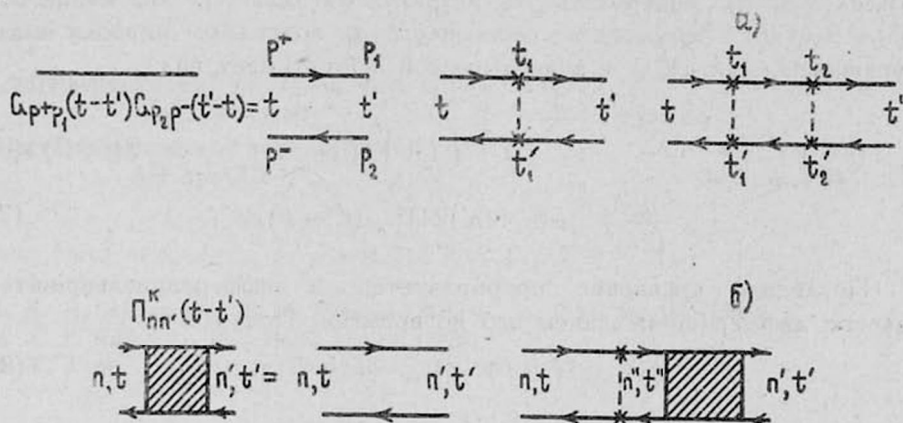


Рис. 1.

ставляется запаздывающая функция Грина сплава, равная $G_p^R(t-t') = -i\theta(t-t') \exp \left[-i\varepsilon_p(t-t') - \frac{t-t'}{2\tau} \right]$, нижней — опережающая $G_p^A(t-t') = i\theta(t-t') \exp \left[-i\varepsilon_p(t-t') + \frac{t-t'}{2\tau} \right]$, пунктиру — фактор $\frac{np_0 m}{(2\pi)^3} |u(n - n')|^2$, где n — концентрация примесей, p_0 — фермиевский импульс, τ — время столкновений, $\frac{1}{\tau} = \frac{p_0 m}{(2\pi)^2} \int |u(n - n')|^2 dn'$.

Несмотря на простоту структуры графиков, интересующая нас величина не может быть простым образом представлена в виде решения некоторого интегрального уравнения, что связано с тем, что на концах пунктиров времена не совпадают. Указанное затруднение

может быть преодолено следующим образом. Для сильно вырожденного газа частиц зависимость поправки к матрице плотности от энергии носит в основном дельтаобразный характер, благодаря чему при вычислении конкретных величин, например, плотности тока достаточно знать проинтегрированную по энергии величину f_n^k :

$$f_n^k = \int f_p^k d\tilde{\epsilon}_p. \quad (5)$$

После интегрирования во всех графиках по энергиям за счет экспонент $\exp(-i\tilde{\epsilon}_p t)$ времена t_1 , t'_1 и т. д. совпадут и сумма графиков сворачивается в интегральное уравнение, графически представленное на рис. 16. Теперь сплошным линиям сопоставляется то, что остается от гриновских функций после выделения экспонент $\exp(-i\tilde{\epsilon}_p t)$. Матрица плотности выражается через сумму графиков следующим образом:

$$f_n^k(t) = -i \int v_k V_k(t') \Pi_{n,n'}^k(t-t') dt' dn', \quad (6)$$

$$v' = \frac{p_0 n'}{m},$$

а уравнение для $\Pi_{n,n'}^k$ в аналитической форме имеет вид

$$\begin{aligned} \Pi_{n,n'}^k(t-t') = e^{-i v_k(t-t') - \frac{t-t'}{\tau}} \theta(t-t') + \int dt'' e^{-i v_k(t-t'') - \frac{t-t''}{\tau}} \theta(t-t'') \times \\ \times \frac{p_0 m}{(2\pi)^2} \int |u(n-n')|^2 \Pi_{n''n'}^k(t''-t') dn''. \end{aligned} \quad (7)$$

Последнее уравнение преобразуется в дифференциально-интегральное дифференцированием его по времени. Получается

$$\hat{L} \Pi_{n,n'}^k(t-t') = \partial_{n,n'} \partial(t-t'), \quad (8)$$

где $\hat{L}$ линейный оператор

$$\begin{aligned} \hat{L} \Pi_{n,n'}^k(t-t') = \left(\frac{\partial}{\partial t} + i v_k + \frac{1}{\tau} \right) \Pi_{n,n'}^k(t-t') - \frac{p_0 m}{(2\pi)^2} \int \times \\ |u(n-n')|^2 \Pi_{n''n'}^k(t-t') dn''. \end{aligned} \quad (9)$$

Наконец, действуя оператором на обе части уравнения (6), получаем в итоге

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + i v_k \right) f_n^k(t) - v_k V_k(t) = \frac{p_0 m}{(2\pi)^2} \int |u(n-n')|^2 [f_{n''}^k(t) - f_n^k(t)] dn''. \quad (10)$$

Отметим теперь сделанные при выводе приближения. Прежде всего, это условия справедливости диаграммной техники для сплавов, а именно, малость концентрации примесных центров и учет взаимодействия с ними в борновском приближении. Что касается сделанной в начале замены $\delta \rightarrow \delta^{(0)}$, то характер этого приближения может быть выяснен следующим образом. Рассмотрим, например, члены происходя-

щие от усреднения по положениям примесей, входящих в ρ и одну из гриновских функций, скажем, G^R . Представляя ρ в виде операторного интеграла Фурье $\rho = \int \rho(t') e^{iHt'} dt'$, где $\rho(t')$ — Фурье-компонента фермиевской функции распределения, получим для интересующей нас величины представление

$$\rho G^R(t) = -i \int \rho(t) e^{-iH(t-t')} dt', \quad t > 0.$$

Используя соотношение

$$e^{-iHt} = i[G^R(t) - G^A(t)]$$

и переходя к Фурье-компонентам, получим

$$\int \rho(\varepsilon) [G_p^R(\varepsilon) - G_p^A(\varepsilon)] e^{-i\varepsilon t} d\varepsilon.$$

Разность $G^R - G^A$ имеет узкий максимум в точке ξ_p с шириной $\frac{1}{2\tau}$, в то время как $\rho(\varepsilon)$ заметно меняется на расстояниях порядка T . Другими словами, сделанное предположение справедливо в случае слабой „загрязненности“ системы, т. е. когда $\frac{1}{\tau} \ll T$.

Институт физических исследований
АН АрмССР

Поступила 18.IX.1970

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, ЖЭТФ, 35, 1158, 36, 319 (1959).
2. S. F. Edwards, Phil Mag., 3, 1020 (1958).
3. W. Kohn, J. Luttinger, Phys. Rev., 108, 590 (1957).

ԿԻՆԵՏԻԿ ՀԱՎԱՍԱՐՄԱՆ ԱՐՏԱԾՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Թ. Կ. ՄԵԼԻԿ-ԲԱՐԽՈՒԴԱՐՈՎ

Աշխատանքում բերված է կոնցենտրացիաներով խառնարված նորմալ համակարգերի համար կինետիկ հավասարման արտածումը: Օգտագործված է Աբրիկոսովի, Գորկովի և Էդվարդսի կողմից ձևակերպված համար մշակված դիագրամային մեթոդը:

ON THE DERIVATION OF THE KINETIC EQUATION

T. K. MELIK-BARKHUDAROV

The derivation of the kinetic equation for weakly impure normal systems is given. The method used is the Green's functions technique, developed by Gor'kov, Abrikosov and Edwards.