

К ТЕОРИИ ИЗЛУЧЕНИЯ ВАВИЛОВА-ЧЕРЕНКОВА В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ ПРИ НАЛИЧИИ ГРАНИЦЫ

А. И. ПЛИС, Н. М. САФИХОДЖАЕВ

Рассмотрено излучение заряженной частицы, движущейся в полубесконечном одноосном кристалле, оптическая ось которого перпендикулярна границе раздела изотропной среды с кристаллом. Получено угловое и спектральное распределения излучения как в кристалле, так и в изотропной среде.

В [1] рассматривалась задача об излучении заряженной точечной частицы, движущейся в изотропной среде над кристаллом при различных ориентациях оптической оси. Представляет интерес рассмотреть особенности излучения Вавилова-Черенкова в случае, когда частица движется внутри кристалла.

Пусть частица пролетает на расстоянии d от границы раздела изотропной среды и кристалла, находясь в кристалле. Направим ось x вдоль оптической оси кристалла, а ось z —вдоль траектории частицы. Граница раздела есть плоскость $x = -d$, а координаты заряда $-x = 0$, $y = 0$, $z = vt$. Кристалл будем характеризовать тензором диэлектрической проницаемости

$$\epsilon_{ik} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & & \\ & \epsilon_0 & \\ & & \epsilon_0 \end{pmatrix},$$

а изотропную среду параметром ϵ_2 . Рассматриваемые среды считаем немагнитными, то есть $\mu_1 = \mu_2 = 1$.

Поле в изотропной среде будет решением однородных уравнений Максвелла, в то время как в кристалле оно будет слагаться из решений однородных и неоднородных уравнений. Решение неоднородных уравнений в кристалле в общем виде можно найти в [2]. Его можно представить в виде двух слагаемых, одно из которых разлагается по необыкновенным „неоднородным“ волнам, а второе—по обыкновенным. В дальнейшем нам будет удобно поля необыкновенных волн описывать с помощью магнитного вектора $\vec{H}$, а поля обыкновенных волн—с помощью электрического вектора $\vec{E}$. Величины, относящиеся к необыкновенным волнам, будем снабжать индексом „e“, а к обыкновенным—индексом „o“.

Приведем здесь выражения для собственного поля частиц в кристалле в рассматриваемом случае ориентации оптической оси:

$$\begin{aligned} H_{ye}^{(0)} &= \frac{q}{2\pi v} \iint dk_y d\omega \frac{\omega^2}{vcx^2} e^{iye} \operatorname{sign} x, \\ H_{ze}^{(0)} &= -\frac{q}{2\pi v} \iint dk_y d\omega \frac{k_y \omega}{cx^2} e^{iye} \operatorname{sign} x, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
 E_{yo}^{(0)} &= \frac{q}{2\pi v} \iint dk_y d\omega \frac{\omega^2 k_y}{c^2 x^2 \lambda_0} e^{i\nu_0}, \\
 E_{zo}^{(0)} &= -\frac{q}{2\pi v} \iint dk_y d\omega \frac{v\omega k_y^2}{c^2 x^2 \lambda_0} e^{i\nu_0},
 \end{aligned} \quad (2)$$

где введены следующие обозначения:

$$\lambda_e = \sqrt{\epsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_e} x^2}, \quad \lambda_0 = \sqrt{\epsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} - x^2},$$

$$x^2 = k_y^2 + k_z^2, \quad k_z = \frac{\omega}{v},$$

$$\nu_e = \lambda_e |x| + k_y y + \frac{\omega}{v} z - \omega t,$$

$$\nu_0 = \lambda_0 |x| + k_y y + \frac{\omega}{v} z - \omega t.$$

Выбираем ту ветвь корня, для которой мнимая часть всегда положительна.

Ввиду перпендикулярности оптической оси кристалла к границе раздела необыкновенные волны разлагаются по плоским волнам, у которых вектор $\vec{H}$ перпендикулярен плоскости падения, в то время как в разложении обыкновенной волны присутствуют только волны с вектором $\vec{E}$ перпендикулярным плоскости падения. В этом случае поляризация отраженных и преломленных волн будет совпадать с поляризацией падающих.

Применяя формулы Френеля [3], можно записать отраженные волны в виде

$$\begin{aligned}
 E_{yo}^{(1)} &= \frac{q}{2\pi v} \iint dk_y d\omega \frac{\lambda_0 - \lambda_2}{\lambda_0 + \lambda_2} \frac{\omega^2 k_y}{c^2 x^2 \lambda_0} e^{i\nu_{10}}, \\
 E_{zo}^{(1)} &= -\frac{q}{2\pi v} \iint dk_y d\omega \frac{\lambda_0 - \lambda_2}{\lambda_0 + \lambda_2} \frac{v\omega k_y^2}{c^2 x^2 \lambda_0} e^{i\nu_{10}},
 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
 H_{ye}^{(1)} &= -\frac{q}{2\pi v} \iint dk_y d\omega \frac{\epsilon_2 \lambda_e - \epsilon_0 \lambda_2}{\epsilon_2 \lambda_e + \epsilon_0 \lambda_2} \frac{\omega^2}{v c x^2} e^{i\nu_{1e}}, \\
 H_{ze}^{(1)} &= \frac{q}{2\pi v} \iint dk_y d\omega \frac{\epsilon_2 \lambda_e - \epsilon_0 \lambda_2}{\lambda_2 \epsilon_e + \epsilon_0 \lambda_2} \frac{v\omega k_y}{c x^2} e^{i\nu_{1e}},
 \end{aligned} \quad (4)$$

а преломленные — в виде

$$\begin{aligned}
 E_{yo}^{(2)} &= \frac{q}{2\pi v} \iint dk_y d\omega \frac{2\lambda_0}{\lambda_0 + \lambda_2} \frac{\omega^2 k_y}{c^2 x^2 \lambda_0} e^{i\nu_{20}}, \\
 E_{zo}^{(2)} &= -\frac{q}{2\pi v} \iint dk_y d\omega \frac{2\lambda_0}{\lambda_0 + \lambda_2} \frac{v\omega k_y^2}{c^2 x^2 \lambda_0} e^{i\nu_{20}},
 \end{aligned} \quad (5)$$

$$H_{ye}^{(2)} = -\frac{q}{2\pi v} \iint dk_y d\omega \frac{2\varepsilon_2 \lambda_e}{\varepsilon_2 \lambda_e + \varepsilon_0 \lambda_2} \frac{\omega^2}{v c x^2} e^{i\gamma_2 e},$$

$$H_{ze}^{(2)} = \frac{q}{2\pi v} \iint dk_y d\omega \frac{2\varepsilon_2 \lambda_e}{\varepsilon_2 \lambda_e + \varepsilon_0 \lambda_2} \frac{k_y \omega}{c x^2} e^{i\gamma_2 e}. \quad (6)$$

Здесь $\lambda_2 = \sqrt{\varepsilon_2 \frac{\omega^2}{c^2} - x^2}$,

$$\gamma_{10} - 2\lambda_0 d = \lambda_0 x + k_y y + \frac{\omega}{v} z - \omega t,$$

$$\gamma_{1e} = 2\lambda_e d + \lambda_e x + k_y y + \frac{\omega}{v} z - \omega t,$$

$$\gamma_{20} = (\lambda_0 - \lambda_2) d - \lambda_2 x + k_y y + \frac{\omega}{v} z - \omega t,$$

$$\gamma_{2e} = (\lambda_e - \lambda_2) d - \lambda_2 x + k_y y + \frac{\omega}{v} z - \omega t.$$

Приведенные выражения (1)–(6) полностью определяют поля в обеих средах.

Переходим к нахождению спектральной плотности потерь на излучение. Потери энергии заряженной частицы на единицу пути могут быть записаны как работа движущегося заряда против сил реакции со стороны поля:

$$\frac{dW}{dz} = q E_z \bigg|_{\substack{x=0 \\ y=0 \\ z=v}} = q (E_{z0}^{(0)} + E_{z0}^{(1)} + E_{ze}^{(0)} + E_{ze}^{(1)}) \bigg|_{\substack{x=0 \\ y=0 \\ z=v}}. \quad (7)$$

Компоненты электрического поля $E_{ze}^{(0)}$ и $E_{ze}^{(1)}$ легко определить из (1) и (4) с помощью уравнения Максвелла $\text{rot} H = \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t}$ и материального уравнения

$$\vec{D} = \hat{\varepsilon} \cdot \vec{E},$$

а $E_z^{(0)}$ и $E_z^{(1)}$ определены в (2) и (3).

Подставляя указанные величины в (7), находим выражение для потерь в наиболее общем виде

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{q^2}{\pi v} \text{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} dk_y d\omega \left\{ \frac{\omega \lambda_e}{v \varepsilon_0 x^2} \left(1 - \frac{\varepsilon_2 \lambda_e - \varepsilon_0 \lambda_2}{\varepsilon_2 \lambda_e + \varepsilon_0 \lambda_2} e^{2i d \lambda_e} \right) + \frac{v \omega k_y}{c^2 \lambda_0 x^2} \left(1 + \frac{\lambda_0 - \lambda_2}{\lambda_0 + \lambda_2} e^{2i d \lambda_e} \right) \right\}. \quad (8)$$

Очевидно, первое слагаемое в фигурных скобках в (8) определяет потери на излучение необыкновенной волны, а второе — обыкновенной.

Следует отметить, что при переходе к изотропному случаю ($\varepsilon_e \rightarrow \varepsilon_0$) формула (8) переходит в соответствующую формулу Ш.140 работы [4].

Рассмотрим угловое распределение излучения в некоторых частных случаях:

1) Пусть условие излучения выполняется только в изотропной среде, т. е. справедливы следующие неравенства:

$$\varepsilon_2 \beta^2 - 1 > 0, \quad \varepsilon_0 \beta^2 - 1 < 0, \quad \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_e} > 0 \quad \text{и} \quad \varepsilon_e \beta^2 - 1 < 0.$$

Для получения углового распределения излучения в изотропной среде вместо переменной k_y в (8) введем другую переменную — угол φ , который составляет с отрицательным направлением оси x проекция волнового вектора излучения на плоскость xu . Очевидно,

$$k_y = \frac{\omega}{v} \xi_2 \sin \varphi, \quad (9)$$

где $\xi_2 = \sqrt{\varepsilon_2 \beta^2 - 1}$. Подстановка (9) в (8) приводит к следующему результату:

$$\begin{aligned} \frac{dW_\omega}{d\varphi} = & - \frac{2q^2 \omega \xi_2^2 \cos^2 \varphi}{\pi v^2 (1 + \xi_2^2 \sin^2 \varphi)} \left\{ \frac{\varepsilon_2 \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_e} (\xi_e^{12} + \xi_2^2 \sin^2 \varphi)}{\varepsilon_2^2 \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_e} (\xi_e^{12} + \xi_2^2 \sin^2 \varphi) + \varepsilon_0 \xi_2^2 \cos^2 \varphi} \times \right. \\ & \times e^{-2d \frac{\omega}{v} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_e} (\xi_e^{12} + \xi_2^2 \sin^2 \varphi)}} + \frac{\xi_2^2 \sin^2 \varphi}{(\varepsilon_2 - \varepsilon_0)} e^{-2d \frac{\omega}{v} \sqrt{\xi_0^{12} + \xi_2^2 \sin^2 \varphi}} \left. \right\}. \quad (10) \end{aligned}$$

Мы ввели здесь следующие обозначения: $\xi_e^{12} = 1 - \varepsilon_e \beta^2$, $\xi_0^{12} = 1 - \varepsilon_0 \beta^2$. Следует заметить, что в изотропном случае ($\varepsilon_e \rightarrow \varepsilon_0 = \varepsilon_1$) формула (10) переходит в формулу (П. 25) работы [5], которая была получена вычислением потока вектора Пойнтинга.

2. Обратимся теперь к случаю, когда условия Вавилова-Черенкова в изотропной среде не выполнены. Если $\varepsilon_0 > 0$, то обыкновенные волны излучаются только при $\varepsilon_0 \beta^2 - 1 > 0$ и их угловое распределение можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{dW_\omega}{d\varphi} = & - \frac{q^2 \omega \xi_2^0 \sin^2 \varphi}{\pi v^2 (1 + \xi_2^0 \sin^2 \varphi) (\varepsilon_0 - \varepsilon_2)} \left\{ \beta^2 (\varepsilon_0 - \varepsilon_2) + \right. \\ & + [\xi_0^2 (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) - \xi_2^{12}] \cos \left(2d \frac{\omega}{v} \xi_0 \cos \varphi \right) + \\ & + 2\xi_0 \cos \varphi \cdot \sqrt{\xi_2^{12} + \xi_0^2 \sin^2 \varphi} \cdot \sin \left(2d \frac{\omega}{v} \xi_0 \cos \varphi \right) \left. \right\}, \quad (11) \\ & \xi_2^{12} = 1 - \varepsilon_2 \beta^2. \end{aligned}$$

Здесь и далее угол φ отсчитывается от положительного направления оси x .

Найдем теперь условие излучения необыкновенных волн. Если $\varepsilon_e > 0$ и $\varepsilon_0 > 0$, то необыкновенные волны излучаются при $\varepsilon_e \beta^2 - 1 > 0$ и их угловое распределение легко получить из (8). С помощью подстановки

$$k_y = \xi_e \frac{\omega}{v} \sin \varphi$$

получаем

$$\frac{dW_{\omega e}}{d\varphi} = - \frac{q^2 \omega \xi_e^2 \cos^2 \varphi \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_e}}}{\pi v^2 \varepsilon_0 (1 + \xi_e^2 \sin^2 \varphi)} \left\{ 1 - \frac{\left[\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_e} \frac{\varepsilon_0}{\xi_e^2} \cos^2 \varphi - \varepsilon_0^2 (\xi_2^2 + \xi_e^2 \sin^2 \varphi) \right] \left| \cos d + \varepsilon_2 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_e}} \xi_e \cos \varphi \sqrt{\xi_2^2 + \xi_e^2 \sin^2 \varphi} \sin \alpha \right|}{\varepsilon_2^2 \frac{\varepsilon_0}{\xi_e^2} \cos^2 \varphi + \varepsilon_0^2 (\xi_2^2 + \xi_e^2 \sin^2 \varphi)} \right\},$$

$$\alpha = 2d \frac{\omega}{v} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_e}} \xi_e \cos \varphi.$$

Если же $\varepsilon_e < 0$ и $\varepsilon_0 > 0$, то необыкновенные волны излучаются при любой скорости частицы. В противоположном случае частица излучает необыкновенные волны только при

$$\beta^2 > \frac{1}{\varepsilon_e}.$$

В заключение авторы считают своим приятным долгом поблагодарить Б. М. Болотовского, В. Е. Пафомова и С. Н. Стоярова за обсуждения результатов.

ФИАН

им. П. Н. Лебедева

Поступила 24.V.1971

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Н. М. Сафиходжаев. Препринт ФИАН № 24, 1971.
2. Б. М. Болотовский, УФН, 62, 201 (1967)
3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Гостехиздат, М., 1957.
4. Б. М. Болотовский, УФН, 75, 295 (1961).
5. В. Е. Пафомов, Труды ФИАН, 16, 94 (1961).

ՍԱՀՄԱՆՆԵՐԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ ԱՆԻՋՈՏՐՈՊ
ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐՈՒՄ ՎԱՎԻԼՈՎ—ՉԵՐԵՆԿՈՎԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ
ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ա. Ի. ՊԼԻՍ, Ն. Մ. ՍԱՖԻԽՈՋԱԵՎ

Դիտարկված է լիցքավորված մասնիկի ճառագայթումը կիսաանսահման միառանցքանի բյուրեղում, երբ վերջինիս օպտիկական առանցքը ուղղահայաց է իզոտրոպ միջավայրի և բյուրեղի բաժանման սահմանին: Ստացված են ճառագայթման անկյունային և սպեկտրալ բաշխումները բյուրեղում և իզոտրոպ միջավայրում:

TO THE THEORY OF VAVILOV-CERENKOV RADIATION IN ANISOTROPIC MEDIA IN THE PRESENCE OF A BOUNDARY

A. I. PLIS and D. M. SAFIKHODJAEV

A radiation of charged particle moving near the plane boundary between uniaxial anisotropic and isotropic media is considered. The optical axis of crystal is supposed to be perpendicular to the boundary. The angular and spectral distributions of radiation are obtained in crystal and isotropic media.