Изв. АН Армянской ССР, Физика, 6, 306 – 311 (1971)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОВОДИМОСТИ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ, НАГРУЖЕННОЙ ПУЧКОМ ЭЛЕКТРОНОВ, ПО ЗАДАННЫМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ ПУЧКА

Г. И. ЖИЛЕЙКО, Л. М. МОВСИСЯН, В. В. СИНДИНСКИЙ

Проведен расчет основного параметра замедляющей системы — ее проводимости как функции синхронной энергии частиц при заданных характеристиках электронного пучка: тока, длины электронного сгустка, отклонения энергии в сгустке. Исследуется взаимодействие замедляющей системы и пучка при постоянной и изменяющейся фазах стороннего поля (поля генератора).

В работе [1] исследовано фазовое уравнение движения электронов в поле бегущей электромагнитной волны с синхронной энергией в качестве независимой переменной. При определенных законах изменения действующего поля и синхронной фазы найдены решения фазового уравнения. Как следует из исследования продольной динамики частиц, одной из основных задач является реализация необходимых зависимостей действующего поля и синхронной фазы в волноводе. Эта задача решается путем подходящего выбора закона изменения проводимости волновода — величины, связывающей мощность электромагнитного поля с напряженностью электрического поля:

$$P = \Gamma E^2, \tag{1}$$

где P — поток высокочастотной энергии стороннего поля (поля генератора), E — амплитуда действующего поля, $\Gamma = \Gamma(z)$ — проводимость волновода.

Ограничиваясь одноволновым приближением (в пространстве взаимодействия учитываем лишь одну пространственную гармонику волны E_{01}), для проводимости получим

$$\Gamma = \frac{1}{2E^2}\int\limits_{(s)} E_r H_\theta \, ds, \tag{2}$$

где E_r и H_θ — поперечные составляющие волны E_{01}, s — площадь пространства взаимодействия.

Проводимость волновода определяется из уравнения для действующего поля, которое является суперпозицией стороннего поля $E_{\text{г}}$, поля излучения $E_{\text{и}}$ и кулоновского поля пространственного заряда E_q. Поле генератора связано с мощностью генератора, а поле излучения, которое возбуждается основной гармоникой тока пучка электронов I_1, определяется из уравнения баланса мощности излучения. Для синхронной частицы поле пространственного заряда обращается в нуль. Действующее поле для синхронной частицы при равенстве скоростей сгустка и фазы волны имеет вид [2]

$$E_\partial = \pm \sqrt{\frac{P}{\Gamma}}\, e^{-\int \alpha dz} \sin\varphi_\Gamma - \frac{e^{-\int \alpha dz}}{4\sqrt{\Gamma}} \int \frac{I_1}{\sqrt{\Gamma}}\, e^{\int \alpha dz} dz, \tag{3}$$

где $E_s = E\sin\varphi_s$; E и φ_s — амплитуда и сихронная фаза действующего поля, φ_Γ — фаза центра сгустка в системе отсчета фаз стороннего поля, α — коэффициент затухания, z — продольная координата.

Уравнение (3) есть уравнение синхронного действующего поля в волноводе медленной волны с переменной проводимостью Г.

Недостаток уравнения (3) заключается в том, что не учитываются высшие пространственные гармоники поля и гармоники тока пучка. Однако ими можно пренебречь в силу их некогерентности.

Если в волноводе $\Gamma = \mathrm{const}$ первая гармоника тока постоянна, то [2]

$$E_\partial = \sqrt{\frac{P}{\Gamma}}\, e^{-\alpha z} \sin\varphi_\Gamma - Ir\left(1 - e^{-\alpha z}\right), \tag{4}$$

где $r = \dfrac{1}{2\alpha\Gamma} = \dfrac{E^2}{2\alpha P}$ — есть величина, называемая шунт — импедансом ускоряющего волновода.

Из формулы (3) при исчезающе малых потерях имеем

$$E_\partial = \pm \sqrt{\frac{P}{\Gamma}} \sin\varphi_\Gamma - \frac{I}{2\sqrt{\Gamma}} \int \frac{dz}{\sqrt{\Gamma}}, \tag{5}$$

где I — ток пучка в импульсе. Знак плюс в (5) берется для исследования режима ускорения электронов в бегущей электромагнитной волне с потоком энергии P, а минус соответствует режиму усиления волны с начальным потоком энергии Р (в частном случае усиления может быть $P=0$).

Действующее поле для синхронной частицы при исчезающе малых потерях в стенках волновода и при скольжении между сгустком и волной имеет вид [3]

$$E_s = \sqrt{\frac{P}{\Gamma}} \sin(\varphi_{\Gamma\text{н}} + \varphi) - \frac{1}{2\sqrt{\Gamma}}\left(\sin\varphi \int \frac{\sin\varphi}{\sqrt{\Gamma}} dz + \cos\varphi \int \frac{\cos\varphi}{\sqrt{\Gamma}} dz\right), \tag{6}$$

где $\varphi = \varphi(z)$ — фаза скольжения сгустка, $\varphi_{\Gamma\text{н}}$ — начальное значение фазы центра электронного сгустка. При отсутствии скольжения, т. е. при $\varphi = 0$, приходим к уравнению (5).

Фаза скольжения связана со скоростью сгустка и фазовой скоростью волны и определятся следующим образом:

$$\frac{d\varphi}{dz} = k\left(\frac{1}{\beta_{\text{сг}}} - \frac{1}{\beta_{\text{ф}}}\right), \tag{7}$$

где $\beta_{\text{сг}} = \dfrac{v_{\text{сг}}}{c}$, $\beta_{\text{ф}} = \dfrac{v_{\text{ф}}}{c}$ — относительные скорости сгустка и фазы волны, c — скорость света, $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ волновое число.

Фаза стороннего поля определяется как

$$\varphi_{г}(z) = \varphi_{гн} + \varphi(z).$$

Уравнения (5) и(6) могут служить для определения проводимости $\Gamma(z)$ в зависимости от синхронного поля E_s и тока пучка I_0 при выбранных значениях потока энергии P и фазы $\varphi_г$.

Уравнение (6) само по себе сложнее и его целесообразно упростить, вводя некоторые приближения. Усредняя аргументы φ под интегралами и считая, что $\varphi_{ср}$ величина постоянная, уравнение (6) преобразуется к виду

$$E_s = \sqrt{\frac{P}{\Gamma}} \sin(\varphi_{гн} + \varphi) - \frac{I_0 \cos(\varphi - \varphi_{ср})}{2\sqrt{\Gamma}} \int \frac{dz}{\sqrt{\Gamma}}. \qquad (8)$$

Уравнения (5) и (8) стали похожими и не отличаются по виду, если в (8) записать, что $I = I_0 \cos(\varphi - \varphi_{ср})$, где I — ток пучка с учетом скольжения сгустка.

Отметим, что теперь ток пучка I есть функция z, так как $\varphi = \varphi(z)$, а при отсутствии скольжения следует считать, что $I = I_0$. Уравнение (8) можно и далее упростить, полагая, что $I = \text{const}$, но $I < I_0$ и отличается на множитель $\cos(\varphi - \varphi_{ср})$.

В уравнении (8), переходя к новой независимой переменной-синхронной энергии u_s электронов, получим

$$\frac{dT}{du_s} = \sqrt{P}\, \frac{d}{du_s}(\sin\varphi_г) - \frac{I}{2T}, \qquad (9)$$

где $T = E_s \sqrt{\Gamma}$.

Уравнение (9) для проводимости волновода является нелинейным уравнением, которое в самом общем случае приводится к уравнению Абеля второго рода

$$T T' = T\sqrt{P}(\sin\varphi_г)', - \frac{I}{2}. \qquad (10)$$

Уравнение (9) имеет простые решения лишь при определенных зависимостях $\varphi_г(u_s)$.

Так, при $\varphi = \text{const}$, т. е. при синхронном взаимодействии электромагнитного поля и пучка электронов решение (9) имеет вид

$$\Gamma = \frac{P \sin^2\varphi_г - I_0(u_s - u_{sн})}{E_s^2}. \qquad (11)$$

При исчезающе малом токе $I \approx 0$

$$\Gamma = \frac{P \sin^2\varphi_г}{E_s^2}.$$

При $\sin\varphi_г = a + bu_s$, где a и b постоянные (несинхронное движение) получим трансцендентное уравнение для определения проводимости (здесь для простоты полагаем $I = \text{const}$)

$$u_s - u_{sn} + b P \sin \varphi_{\text{гн}} = b E_s \sqrt{P \Gamma} + \frac{I}{2} P b^2 \ln \frac{E_s \sqrt{\Gamma} - \frac{I}{2} b \sqrt{P}}{E_s \sqrt{\Gamma} + \frac{I}{2} b \sqrt{P}}. \tag{12}$$

При значительных токах и при сложном законе изменения $\varphi_{\text{г}}(u_s)$ проводимость волновода удобнее определять по уравнению

$$\Gamma = \frac{I_0 \cos^2 (\varphi - \varphi_{\text{ср}})}{E_s^2 \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi_{\text{г}}}{\operatorname{tg} \varphi_s} - 1 \right)^2} \int \frac{\left(\frac{\operatorname{tg} \varphi_{\text{г}}}{\operatorname{tg} \varphi_s} - 1 \right)}{\cos (\varphi - \varphi_{\text{ср}})} \, du_s \,, \tag{13}$$

которое может быть получено после преобразования уравнения (8) и превращения его в дифференциальное уравнение для Γ (см. [1], § 6·2).

Решение поставленной задачи — определение параметров волновода медленных волн, его проводимости Γ по заданным параметрам пучка, производится следующим образом.

Выходными параметрами пучка в самом общем смысле, кроме энергии u_s и тока I, являются ширина энергетического спектра $\Delta u = u - u_s$ (u — энергия электронов в пучке, а u_s — энергия равновесного электрона) и угловая длина сгустка электронов 2ψ, определяющая спектральный состав тока электронного пучка. Эти величины в процессе взаимодействия изменяются, зависят от величины амплитуды действующего электрического поля E и фазы синхронной частицы φ_s и определяются уравнениями движения электронов. Следовательно, необходимо из уравнений движения определить действующее синхронное поле и синхронную фазу, при которых будут получаться заданные величины u и 2ψ на выходе волновода.

Рассмотрим пример 1. Пусть $I \approx 0$, т. е. $\varphi_{\text{г}} = \varphi_s$. Воспользуемся данными работ [1] и [2] глава III, где было показано, что при $\varphi_{\text{г}} = \text{const}$ амплитуда поля изменяется как

$$\varepsilon = \frac{c_1}{(u_s^2 + 2u_s)^{3/2} \cdot u_s^n}, \tag{14}$$

где c_1 — постоянная, $u_s = \dfrac{U_s}{U_0}$ — приведенная синхронная энергия частиц, $\varepsilon = \dfrac{E}{kU_0}$ — приведенная амплитуда напряженности действующего электрического поля, $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$, $U_0 = m_0 c^2$ — энергия покоя частицы. В зависимости от величины показателя n можно получить колебательные решения для функции отклонения энергии от синхронного значения и функции угловой длины сгустка 2ψ. Так, при $n < 0$ колебания Δu

увеличиваются, а 2ψ уменьшаются с ростом энергии u_s, при $n > 0$ наоборот, Δu уменьшается, а 2ψ увеличивается и при $n = 0$ величины колебаний Δu и 2ψ неизменны с ростом энергии u_s.

Для проводимости волновода получим

$$\Gamma(u_s) = \frac{P \sin^2 \varphi_г}{E_s^2} - c_2 u_s^{2n} \cdot (u_s^2 + 2u_s)^3, \tag{15}$$

где c_2 — новая постоянная.

Исходя из формулы (15), можно заключить, что для того, чтобы волновод не был слишком неоднородным, рекомендуется выбрать $n \approx -2$.

Пример 2. Ток $I \neq 0$ и фаза стороннего поля $\varphi_г$ изменяется (имеет место скольжение сгустка электронов по отношению к волне и изменяется синхронная фаза) так, что

$$\varphi_г = \varphi_s \quad \text{при} \quad u_s = u_{sн},$$

и

$$\varphi_г > \varphi_s \quad \text{при} \quad u_s > u_{sн}.$$

Используем формулу (13). Не учитывая для простоты изменения $\cos(\varphi - \varphi_{ср})$ под интегралом, получим

$$\Gamma(u_s) = \frac{I_0 \cos^2(\varphi - \varphi_{ср})}{E_s^2 \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi_г}{\operatorname{ts} \varphi_s} - 1\right)^2} \int \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi_г}{\operatorname{tg} \varphi_s} - 1\right) du_s. \tag{16}$$

Пусть ε определяется по формуле (14), а

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi_г}{\operatorname{tg} \varphi_s} = 1 + a u_s^m,$$

где a — постоянная. В зависимости от значений показателей m и n возможны различные решения для Δu и 2ψ. Для проводимости волновода получим

$$\Gamma(u_s) = c_3 (u_s + 2)^3 \cdot u_s^{2n+4-m}, \tag{17}$$

где c_3 — постоянная, зависящая от постоянных c_1, a, P, I_0, $\cos(\varphi - \varphi_{ср})$. Закон изменения $\varphi_г(u_s)$ определяется просто:

$$\operatorname{tg} \varphi_г = \operatorname{tg} \varphi_s (1 + a u_s^m). \tag{18}$$

Задаваясь действующими синхронным полем E_s и синхронной фазой φ_s, найденными из исследования продольной динамики, получаем $\Gamma(u_s)$ как функцию закона изменения $\varphi_г$. Последняя является достаточно произвольной величиной.

Различные зависимости действующего поля можно обеспечить выбором закона изменения фазы генератора и при одной и той же проводимости волновода.

Московский энергетический институт,
Ереванский государственный университет

Поступила 28.XII.1970

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. И. Жилейко, Л. М. Мовсисян*, Изв. АН АрмССР, Физика 5, 205 (1970).
2. *Г. И. Жилейко*, Высоковольтные электронные пучки. Энергия, 1968.
3. *Г. И. Жилейко, В. В. Синдинский*, ЖТФ, 40, 900 (1970).

ՓՆՋԻ ՏՐՎԱԾ ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐՈՎ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՓՆՋՈՎ ԲԵՌՆԱՎՈՐՎԱԾ ԴԱՆԴԱՂԵՑՆՈՂ ՍԻՍՏԵՄԻ ՀԱՂՈՐԴԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՈՐՈՇՈՒՄԸ

Գ. Ի. ԺԻԼԵՅԿՈ, Լ. Մ. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ, Վ. Վ. ՍԻՆԴԻՆՍԿԻ

Տրված է դանդաղեցնող սիստեմի հիմնական պարամետրի՝ հաղորդականության հաշվարկը էլեկտրոնային փնջի տրված բնութագրերով (հոսանքի, էլեկտրոնային թանձրուկի երկարության, թանձրուկում, էներգիայի շեղումների), որպես ֆունկցիա սինխրոն էներգիայից։ Հետազոտվում է դանդաղեցնող սիստեմի և փնջի փոխազդեցությունը կողմնակի դաշտի (գեներատորի դաշտի) հաստատուն և փոփոխական ֆազերի դեպքում։

THE DETERMINATION OF SLOWING DOWN ELECTRON BUNCH SYSTEM CONDUCTIVITY THROUGH GIVEN CHARACTERISTICS OF THE BUNCH

G. I. ZHILEIKO, L. M. MOVSISSIAN, V. V. SINDINSKI

The calculation of the basic parameter of slowing down system—its conductivity—as a function of synchronous energy at given bunch characteristics (bunch current, cluster length, cluster energy dispersion) is carred out. System-bunch interaction a constant and varying external field (generation field) phase is investigated.