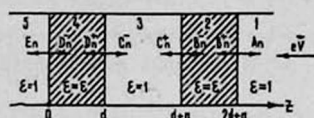


ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ВОЛНОВОДЕ (Случай двух пластин)

Э. А. БЕГЛОЯН, Э. Д. ГАЗАЗЯН, Э. М. ЛАЗИЕВ

Рассматривается переходное излучение, возникающее при пролете заряженной частицы через две параллельно расположенные пластины в волноводе. Получены выражения для полей и интенсивности излучения «вперед» и «назад». Детально исследован случай тонких пластин (малые углы пролета). Получены условия интерференции волн, возбужденных на границах раздела.

1. Рассмотрим цилиндрический волновод произвольного сечения, вдоль оси z которого со стороны $z > 0$ движется одиночный заряд со скоростью $v = v_z$. При своем движении он пролетает через две параллельно расположенные пластины толщины d и расстоянием a между ними. Диэлектрическая проницаемость пластин равна ε (рис. 1).



ис. 1. Геометрия задачи.

Исследуем возникающее при этом переходное излучение. Для решения поставленной задачи воспользуемся методом, примененным в работах [1, 2]. Введем вектор-потенциал $\vec{A}$, который ввиду симметрии задачи будет иметь единственную отличную от нуля продольную компоненту $\vec{A}_z = \vec{A}$. Разложим вектор-потенциал и ток в интеграл Фурье, обозначив через $A^0(\omega)$ фурье-компоненту $\vec{A}$ собственного поля частицы, определяемую из уравнений

$$\Delta A_{(\omega)1,3,5}^0 + \frac{\omega^2}{c^2} A_{(\omega)1,3,5}^0 = -\frac{4\pi}{c} j(\omega), \quad (1.1)$$

$$\Delta A_{(\omega)2,4}^0 + \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} A_{(\omega)2,4}^0 = -\frac{4\pi}{c} j(\omega).$$

Через $A_{(\omega)2,4}$ обозначается фурье-компонента вектора-потенциала поля излучения. Уравнения для $A_{(\omega)}$ имеют вид

$$\Delta A'_{(\omega)1,3,5} + \frac{\omega^2}{c^2} A'_{(\omega)1,3,5} = 0, \quad (1.2)$$

$$\Delta A'_{(\omega)2,4} + \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} A'_{(\omega)2,4} = 0.$$

В (1.1) и (1.2) индексы соответствуют областям, обозначенным на рис. 1, а $j(\omega)$ — фурье-компонента тока.

Фурье-компоненты полей выражаются через $\vec{A}(\omega)$ обычным образом:

$$\vec{E}(\omega) = -\frac{i\omega}{c} \vec{A}(\omega) + \frac{c}{i\omega\epsilon} \nabla (\nabla \cdot \vec{A}(\omega)), \quad (1.3)$$

$$\vec{H}(\omega) = [\nabla \vec{A}(\omega)].$$

Решения уравнений (1.1) и (1.2) определяются через решения первой краевой задачи Дирихле

$$\nabla^2 \psi_n + \lambda_n^2 \psi_n = 0$$

с граничным условием $\psi_n = 0$ на границе поперечного сечения волновода. Здесь $\psi_n(M)$ — собственная функция, λ_n — собственные значения задачи, M — координата поперечного сечения волновода. Эти решения имеют вид:

$$A^0(\omega)_{1,3,5} = \frac{2e}{c} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\psi_n(M) \psi_n(M_0)}{\lambda_n^2 + \frac{\omega^2}{c^2} (1-\beta^2)} e^{-i \frac{\omega}{v} z}, \quad (1.4)$$

$$A^0(\omega)_{2,4} = \frac{2e}{c} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\psi_n(M) \psi_n(M_0)}{\lambda_n^2 + \frac{\omega^2}{c^2} (1-\epsilon\beta^2)} e^{-i \frac{\omega}{v} z},$$

$$\begin{aligned} A'(\omega)_1 &= \frac{2e}{c} \sum_{n=0}^{\infty} A_n e^{i\Gamma_n z} \psi_n(M) \psi_n(M_0), \\ A'(\omega)_2 &= \frac{2e}{c} \sum_{n=0}^{\infty} (B_n^- e^{i\gamma_n z} + B_n^+ e^{-i\gamma_n z}) \psi_n(M) \psi_n(M_0), \\ A'(\omega)_3 &= \frac{2e}{c} \sum_{n=0}^{\infty} (C_n^- e^{i\Gamma_n z} + C_n^+ e^{-i\Gamma_n z}) \psi_n(M) \psi_n(M_0), \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$A'(\omega)_4 = \frac{2e}{c} \sum_{n=0}^{\infty} (D_n^- e^{i\gamma_n z} + D_n^+ e^{-i\gamma_n z}) \psi_n(M) \psi_n(M_0)$$

$$A'(\omega)_5 = \frac{2e}{c} \sum_{n=0}^{\infty} E_n e^{-i\Gamma_n z} \psi_n(M) \psi_n(M_0);$$

где

$$\Gamma_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \lambda_n^2}, \quad \gamma_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon - \lambda_n^2}.$$

Условия непрерывности тангенциальных составляющих полей на границах раздела выражаются через полный вектор-потенциал в виде:

$$\begin{aligned}
 A(\omega)_1 &= A(\omega)_2, \quad \varepsilon \frac{\partial A(\omega)_1}{\partial z} = \frac{\partial A(\omega)_2}{\partial z} \text{ при } z=0, \\
 A(\omega)_2 &= A(\omega)_3, \quad \varepsilon \frac{\partial A(\omega)_2}{\partial z} = \frac{\partial A(\omega)_3}{\partial z} \text{ при } z=d, \\
 A(\omega)_3 &= A(\omega)_4, \quad \varepsilon \frac{\partial A(\omega)_3}{\partial z} = \frac{\partial A(\omega)_4}{\partial z} \text{ при } z=d+a, \\
 A(\omega)_4 &= A(\omega)_5, \quad \varepsilon \frac{\partial A(\omega)_4}{\partial z} = \frac{\partial A(\omega)_5}{\partial z} \text{ при } z=2d+a.
 \end{aligned} \tag{1.6}$$

Опуская громоздкие выкладки, связанные с решением системы (1.6) относительно коэффициентов, приведем для них окончательные выражения:

$$\begin{aligned}
 C_n^+ &= \frac{\Delta_n^2}{m} C_n'^+ e^{i\Gamma_n a} + 2P_n^+ P_n^- \frac{\Delta_n}{m} A_n' \sin \gamma_n d e^{-i \left[\Gamma_n d - \frac{\omega}{v} (d+a) - \frac{\pi}{2} \right]}, \\
 C_n^- &= \frac{\Delta_n^2}{m} A_n' e^{-i \left[\Gamma_n d + \frac{\omega}{v} (d+a) \right]} + 2P_n^+ P_n^- \frac{\Delta_n}{m} C_n'^+ \sin \gamma_n d e^{-i \left[\Gamma_n (2d+a) + \frac{\pi}{2} \right]}, \\
 A_n &= A_n' + 4\Gamma_n \varepsilon \gamma_n \frac{\Delta_n}{m} A_n' e^{-i \left[\frac{\omega}{v} (d+a) \right]} + \\
 &+ 6\Gamma_n \varepsilon \gamma_n \frac{P_n^+ P_n^-}{m} C_n'^+ \sin \gamma_n d e^{-i \left[\Gamma_n (d+a) + \frac{\pi}{2} \right]}, \\
 B_n^- &= B_n'^- + 2\Gamma_n \varepsilon P_n^+ \frac{\Delta_n}{m} A_n' e^{-i \frac{\omega}{v} (d+a)} + \\
 &+ 4\Gamma_n \varepsilon \frac{(P_n^+)^2 P_n^-}{m} C_n'^+ \sin \gamma_n d e^{-i \left[\Gamma_n (d+a) + \frac{\pi}{2} \right]}, \\
 B_n^+ &= B_n'^+ + 2\Gamma_n \varepsilon P_n^- \frac{\Delta_n}{m} A_n' e^{-i \frac{\omega}{v} (d+a)} + \\
 &+ 4\Gamma_n \varepsilon \frac{P_n^+ (P_n^-)^2}{m} C_n'^+ \sin \gamma_n d e^{-i \left[\Gamma_n (d+a) + \frac{\pi}{2} \right]}, \\
 D_n^- &= B_n'^- e^{-i \left(\gamma_n + \frac{\omega}{v} \right) (d+a)} + 2\Gamma_n \varepsilon P_n^- \frac{\Delta_n}{m} C_n'^+ e^{-i \left[\gamma_n (2d+a) + \Gamma_n d \right]} + \\
 &+ 4\Gamma_n \varepsilon \frac{P_n^+ (P_n^-)^2}{m} A_n' \sin \gamma_n d e^{-i \left[\left(\gamma_n + \frac{\omega}{v} \right) (d+a) + \gamma_n d + \Gamma_n a - \frac{\pi}{2} \right]}.
 \end{aligned} \tag{1.7}$$

$$\begin{aligned}
 D_n^+ &= B_n^+ e^{i\left(\gamma_n - \frac{\omega}{v}\right)(d+a)} + 2\Gamma_n \varepsilon P_n^+ \frac{\Delta_n}{m} C_n' e^{i\left[\gamma_n(2d+a) - \Gamma_n d\right]} + \\
 &+ 4\Gamma_n \varepsilon \frac{(P_n^+)^2 P_n^-}{m} A_n' \sin \gamma_n d e^{i\left[\left(\gamma_n - \frac{\omega}{v}\right)(d+a) + \gamma_n d - \Gamma_n a + \frac{\pi}{2}\right]}, \\
 E_n &= C_n' e^{i\left(\Gamma_n - \frac{\omega}{v}\right)(d+a)} + 4\Gamma_n \varepsilon \gamma_n \frac{\Delta_n}{m} C_n' e^{i\Gamma_n(d+a)} + \\
 &+ 4\Gamma_n \varepsilon \gamma_n \frac{P_n^+ P_n^-}{m} A_n' \sin \gamma_n d e^{i\left[2\Gamma_n d - \frac{\omega}{v}(d+a) - \frac{\pi}{2}\right]},
 \end{aligned} \quad (1.7)$$

где

$$m = 4(P_n^+ P_n^-)^2 \sin^2 \gamma_n d e^{-i\Gamma_n a} + \Delta_n^2 e^{i\Gamma_n a},$$

A_n', B_n^+, B_n^-, C_n' — коэффициенты, соответствующие излучению от одиночной пластинки*. Для ясности последующего изложения приведем их вид [1]:

$$\begin{aligned}
 A_n' &= \frac{\omega}{v} \frac{(\varepsilon - 1)}{\Delta_n d_n} (P_n^- q_n^- e^{-i\gamma_n d} + P_n^+ q_n^+ e^{i\gamma_n d} - 2\gamma_n r_n^+ e^{-i\frac{\omega}{v}d}), \\
 B_n^+ &= \frac{\omega}{v} \frac{(\varepsilon - 1)}{\Delta_n d_n} (r_n^+ P_n^- e^{i\frac{\omega}{v}d} - r_n^- P_n^+ e^{i\gamma_n d}), \\
 B_n^- &= \frac{\omega}{v} \frac{(\varepsilon - 1)}{\Delta_n d_n} (r_n^+ P_n^+ e^{-i\frac{\omega}{v}d} - r_n^- P_n^- e^{i\gamma_n d}), \\
 C_n' &= \frac{\omega}{v} \frac{(\varepsilon - 1)}{\Delta_n d_n} (2\gamma_n r_n^- e^{i\frac{\omega}{v}d} - P_n^+ q_n^- e^{i\gamma_n d} - P_n^- q_n^+ e^{i\gamma_n d}) e^{i\left(\Gamma_n - \frac{\omega}{v}\right)d}, \quad (1.8)
 \end{aligned}$$

где

$$P_n^\pm = \gamma_n \pm \varepsilon \Gamma_n, \quad q_n^\pm = \alpha_n \pm \beta \frac{\omega}{c} \gamma_n,$$

$$r_n^\pm = \alpha_n \pm \beta \frac{\omega}{c} \varepsilon \Gamma_n, \quad \alpha_n = \frac{\omega^2}{v^2} (1 - \beta^2) - \gamma_n^2,$$

$$d_n = \left(\alpha_n + \xi \frac{\omega^2}{c^2}\right) \left(\alpha_n + \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2}\right), \quad \Delta_n = (P_n^+)^2 e^{i\gamma_n d} - (P_n^-)^2 e^{-i\gamma_n d}.$$

В (1.7) и (1.8) при замене $\omega \rightarrow -\omega$ соответствующие выражения переходят в комплексно-сопряженные.

* Мы следуем обозначениям работы [1], исходя из общности рассматриваемых задач.

Здесь же видно, что при $a \rightarrow 0$ коэффициенты (1.7) переходят в аналогичные выражения для случая одной пластины с удвоенной толщиной, причем коэффициенты C_n^+ и C_n^- оказываются тогда равными по величине и противоположными по знаку.

Посмотрим к чему приводит наличие второй пластины. Для этого обратимся к коэффициенту A_n , на примере которого легко видеть, что излучение „назад“ от двух пластин складывается из суммы излучений „назад“ от первой и второй пластины с соответствующим амплитудным множителем и фазовым сдвигом, учитывающим запаздывание, обусловленное углом пролета. К этой сумме добавляется также излучение „вперед“ от первой пластины, отраженное от второй пластины с соответствующим интерференционным множителем. Видно, что, подобрав оптимальную величину пластин и расстояние между ними, можно добиться значительного увеличения интенсивности. Интенсивность излучения „вперед“ S_n^+ и „назад“ S_n^- можно вычислить по формулам

$$S_n^+ = 4e^2 \sum_{n=0}^{\infty} |\psi_n(M)|^2 \lambda_n^2 \int_{\omega_n k p}^{\infty} |E_n|^2 \Gamma_n \frac{d\omega}{\omega}, \quad (1.9)$$

$$S_n^- = 4e^2 \sum_{n=0}^{\infty} |\psi_n(M)|^2 \lambda_n^2 \int_{\omega_n k p}^{\infty} |A_n|^2 \Gamma_n \frac{d\omega}{\omega},$$

где $\omega_n k p = c \lambda_n$ — критическая частота волновода для волны индекса n .

Заметим, что при экспериментальной проверке полученных результатов, нужно учитывать вклад черенковского полюса [1] или же потребовать выполнения условия $\beta^2 < 1$. Это ограничение может быть снято для случая тонких пластин.

2. Условиями тонкости пластин являются

$$\gamma_n d \ll 1 \quad \text{и} \quad \frac{\omega}{v} d \ll 1. \quad (2.1)$$

Перепишем (2.1) в следующем виде

$$\frac{d}{\lambda_n} \ll 1, \quad \frac{d}{\lambda_n^0} \ll \beta \quad \text{или} \quad \omega t_0 = \frac{2\pi}{T} t_0 \ll 1,$$

где λ_n и λ_n^0 — волноводная длина волны в диэлектрике и свободном пространстве, соответственно деленные на 2π , t_0 — время пролета частицы через пластину, T — период излучаемых колебаний. Физический смысл приведенных условий совершенно ясен.

Толщина пластин должна быть гораздо меньше длин волны в диэлектрике, а время пролета через пластину должно быть мало так, чтобы в виду малости угла пролета ωt_0 не надо было бы учитывать фазовый сдвиг излучаемых колебаний от передней и задней границ. Выполнение неравенства (2.1) позволяет существенно упростить и

сделать наглядными выражения (1.9), если потребовать также условие ультрарелятивизма частицы, которое мы применяем в виде

$$\varepsilon \Gamma_n \gg \frac{\omega}{v} (1 - \beta^2).$$

Для удобства наложим дополнительные условия на толщину пластины, которые не противоречат по своему физическому содержанию (2.1):

$$d \frac{(\gamma_n^2 + \varepsilon \Gamma_n^2)}{\varepsilon \Gamma_n} \ll 2, \quad d \left(\frac{\omega}{v} + \varepsilon \Gamma_n \right) \ll 2.$$

После сделанных уточнений приведем окончательный результат, отметив при этом, что в рассматриваемом случае интенсивности „вперед“ и „назад“ оказываются равными

$$S_n^{\pm} = \frac{4e^2 d^2}{v^2} \sum_n \frac{|\psi_n(M)|^2}{\lambda_n^2} \int_{\omega_{nkr}}^{\infty} |\varepsilon - 1|^2 \Gamma_n \cos^2 \left(\Gamma_n + \frac{\omega}{v} \right) \frac{a}{2} \omega d\omega. \quad (2.2)$$

В случае круглого волновода радиуса R $\psi_n(M)$ выражается следующим образом:

$$\psi_n(M) = \frac{1}{\sqrt{\pi R^2 J^2(\lambda_n, R)}}.$$

Для основного типа волны $E_{0,1}$, возбуждаемого пролетающей частицей, спектр излучения имеет вид

$$\frac{dS_1^{\pm}}{d\omega} = \frac{4e^2 d^2 |\varepsilon - 1|^2 \Gamma_1 \omega \cos^2 \left(\Gamma_1 + \frac{\omega}{v} \right) \frac{a}{2}}{\pi R^2 v^2 \lambda_1^2 J_1^2(\lambda_1, R)}.$$

Как отмечалось выше, наличие второй пластины приводит к ярко выраженным максимумам и минимумам интенсивности, определяемым соответственно условиями

$$\left(\Gamma_1 + \frac{\omega}{v} \right) a = 2\pi n, \quad (2.4a)$$

$$\left(\Gamma_1 + \frac{\omega}{v} \right) a = (2n + 1) \pi. \quad (2.4b)$$

Отсюда видно, что при равенстве (2.4a) излучение возрастает в 4 раза, т. е. оказывается пропорциональным квадрату числа пластин. Этот эффект в волноводах может быть использован для генерации монохроматического радиоизлучения, мощность которого можно увеличить применением сгруппированных сгустков заряженных частиц.

В заключение отметим, что при $R \rightarrow \infty$ получаются известные выражения интенсивного переходного излучения в пластинках для безграничного пространства [3].

Ереванский физический институт,

АОРИ ВНИИФТРИ

Поступила 2.III.1971

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. К. А. Барсуков, ЖТФ, 30, 1337 (1960).
2. Э. Д. Газаян, Э. М. Лазиев, Изв. АН АрмССР, Физ.-мат. наук, XVI, 2 (1963).
3. Г. М. Гарибян, ЖЭТФ, 37, 2 (8), 527 (1959).

ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ԱՎԻՔԱՍԱՐՈՒՄ
(երկու քաղաքների դեպք)

Է. Ա. ԲԵԳԼՈՅԱՆ, Է. Դ. ԳԱԶԱԶԻԱՆ, Է. Մ. ԼԱԶԻԵՎ

Դիտարկվում է անցումային ճառագայթումը, որը առաջանում է, երբ լիցքավորված մասնիկը անցնում է ալիքատարի մեջ տեղավորված երկու զուգահեռ թաղանթների: Ստացված են արտաճալույթունների «առաջ և հետ» ճառագայթման դաշտերի և ինտենսիվությունների համար: Մանրամասնորեն դիտարկված է բարակ թաղանթների դեպքը (անցման փոքր անկյունները):

Բաժանման սահմաններում զրոգված ալիքների համար ստացված են ինտերֆերենցիայի պայմաններ:

TRANSITION RADIATION IN THE WAVEGUIDE

E. A. BEGLOYAN, E. D. GAZAZIAN and E. M. LAZIEV

The transition radiation generated by a charged particle during its flight through two parallel plates in a waveguide is considered. Expressions for the fields and intensities of "forward" and "backward" radiation are obtained. The case of thin plates is studied in detail. The conditions of the interference of waves excited on the interfaces are obtained.