

К АННИГИЛЯЦИИ И РАССЕЯНИЮ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ
ЧАСТИЦ СО СПИНОМ $1/2$

Ю. Г. ШАХНАЗАРЯН

На основе выписанного наиболее общего вида для тензора электромагнитного взаимодействия частиц со спином $1/2$ с учетом формфакторов и поляризаций последних в произвольной системе координат и в с.д.м. в однофотонном приближении получены выражения для дифференциального сечения процесса аннигиляции поляризованных неточечных лептонных пар в произвольное двухчастичное состояние, с помощью которых исследованы некоторые проявления возможного нарушения квантовой электродинамики на малых расстояниях. Приведены также выражения для дифференциального сечения рассеяния поляризованных неточечных лептонов на мишени с произвольным спином и для вектора поляризации рассеянного лептона. В качестве примеров рассмотрены некоторые конкретные процессы аннигиляции и рассеяния, известные результаты для которых обобщены на случай, когда учитываются как поляризации, так и формфакторы лептонов.

В последнее время в связи с созданием мощных электронных ускорителей и успешным осуществлением метода встречных пучков открылись широкие возможности в исследовании электромагнитных взаимодействий при высоких энергиях. В опытах по рассеянию электронов больших энергий и аннигиляции электрон-позитронных пар во встречных пучках можно не только проверить основные положения квантовой электродинамики в области малых расстояний, но и исследовать широкий круг вопросов, связанных с электромагнитными свойствами адронов.

Наиболее полное теоретическое рассмотрение основных двухчастичных процессов, идущих при аннигиляции электрон-позитронных пар, было проведено в работе Кабиббо и Гатто [1] и обзоре Байера [2]. После того, как выяснилось [3], что в результате излучения частицы в накопителях могут быть поперечно поляризованными, Байером и Фадиным [4] было исследовано влияние поляризаций начальных частиц на процессы электрон-позитронной аннигиляции в пару частиц со спином $s \leq 1$. Учет указанных поляризаций весьма важен. Расчеты показывают, что сечения процессов существенным образом зависят от направления и степени поляризаций аннигилирующей пары. Вряд ли случаев оказываются запрещенными некоторые направления или плоскости рождения конечных частиц [5—7]. Недавно были изучены также некоторые процессы образования частиц с высшими спинами в электрон-позитронных столкновениях [7—9].

В настоящей работе проводится теоретическое рассмотрение общего процесса аннигиляции пары частиц со спином $1/2$ в произвольное

ное двухчастичное состояние в однофотонном приближении. При этом мы учитываем наряду с поляризациями также формфакторы начальных частиц.

Учет указанных формфакторов предпринят с нескольких точек зрения. Прежде всего, при энергиях порядка 3 ГэВ и выше в каждом из встречных пучков электронов и позитронов, которые будут достигнуты в ближайшее время, мы попадаем в область не изученных еще малых расстояний. Если предположить, что на таких расстояниях происходит нарушение квантовой электродинамики, выражающееся в том, что электрон и позитрон проявляют конечное распределение заряда и магнитного момента, то для описания последних необходимо ввести два формфактора.

Далее, проведенные до настоящего времени многочисленные эксперименты не обнаружили никакого различия во взаимодействиях электронов и мюонов. Может быть, именно во времениподобной области передаваемых импульсов проявятся какие-либо аномальные свойства μ -мезонов. Возможно, что при больших энергиях мюоны в отличие от электронов будут обнаруживать структуру. Для обобщения рассматриваемых формул на случай аннигиляции μ -мезонных пар также нужно учитывать формфакторы начальных частиц.

И, наконец, полученные формулы относятся и к электромагнитным процессам аннигиляции адронных пар со спином $1/2$, учет формфакторов которых необходим.

В § 1 получены выражения для дифференциального сечения процесса аннигиляции поляризованной пары частиц со спином $1/2$ в две частицы в произвольной системе координат и в с.ц.м. и рассмотрены некоторые проявления возможного нарушения квантовой электродинамики на малых расстояниях. На основе приведенных общих формул известные результаты для некоторых конкретных процессов аннигиляции обобщены на случай, когда учитываются как поляризации, так и формфакторы начальных частиц.

В § 2 рассмотрен общий процесс рассеяния поляризованных лептонов, обладающих структурой, на мишени с произвольным спином. Получены выражения для дифференциального сечения указанного процесса и для вектора поляризации рассеянного лептона. В качестве примеров рассмотрены некоторые конкретные процессы рассеяния.

§ 1. Двухчастичная аннигиляция пары частиц со спином $1/2$

Начнем с рассмотрения процесса аннигиляции пары частиц со спином $1/2$ в две частицы, для которого справедливо однофотонное приближение. Необходимым условием для этого является наличие по крайней мере одной чисто электромагнитной вершины. Такая ситуация имеет место при аннигиляции лептонных пар независимо от того, какие частицы при этом рождаются, а также при аннигиляции адронных

пар, если образующиеся частицы не имеют сильного взаимодействия (лептоны, промежуточный векторный бозон).

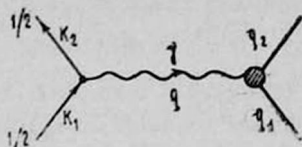


Рис. 1.

Запишем матричный элемент рассматриваемого процесса, изображаемого диаграммой рис. 1, в виде¹

$$M_{if} = -i(2\pi)^4 \frac{e^2}{q^2} \frac{m}{(E_1 E_2)^{1/2}} \frac{N}{(\omega_1 \omega_2)^{1/2}} [\bar{u}(-\vec{k}_2) \Gamma_\mu u(\vec{k}_1)] \langle q_1 q_2 | J_\mu | 0 \rangle \times \\ \times \delta(k_1 + k_2 - q_1 - q_2), \quad (1.1)$$

где приняты следующие обозначения:

k_1, k_2 — 4-импульсы начальных частицы и античастицы,

E_1, E_2 — энергии начальных частиц,

m — масса начальных частиц,

q_1, q_2 — 4-импульсы конечных частиц,

ω_1, ω_2 — энергии конечных частиц,

$q = k_1 + k_2 = q_1 + q_2$ — передаваемый импульс,

$N = 1/2$, если конечные частицы — бозоны,

$N = (M_1 M_2)^{1/2}$, если конечные частицы — фермионы (M_1, M_2 — их массы). Биспинорные амплитуды нормированы условием¹

$$\bar{u}(\vec{k}_1) u(\vec{k}_1) = -\bar{v}(-\vec{k}_2) v(-\vec{k}_2) = 1. \quad (1.2)$$

В качестве вершинной функции Γ_μ будем брать следующее наиболее общее выражение [10]

$$\Gamma_\mu = \gamma_\mu f_1(q^2) - \frac{i}{4m} (\gamma_\mu \hat{q} - \hat{q} \gamma_\mu) f_2(q^2), \quad (1.3)$$

в котором $f_1(q^2)$ и $f_2(q^2)$ — соответственно дираковский и паулиевский формфакторы частицы со спином 1/2.

Эрмитовски сопряженный матричный элемент представим в виде

$$M_{if}^+ = i(2\pi)^4 \frac{e^2}{q^2} \frac{mN}{(E_1 E_2 \omega_1 \omega_2)^{1/2}} [\bar{u}(\vec{k}_1) \tilde{\Gamma}_\nu v(-\vec{k}_2)] \langle 0 | \tilde{J}_\nu | q_1 q_2 \rangle \times \\ \times \delta(k_1 + k_2 - q_1 - q_2), \quad (1.4)$$

где

$$\tilde{\Gamma}_\nu = \gamma_\nu f_1^*(q^2) + \frac{i}{4m} (\gamma_\nu \hat{q} - \hat{q} \gamma_\nu) f_2^*(q^2). \quad (1.5)$$

¹ В работе берется единичный нормировочный объем, используется система

единиц $c = \hbar = 1$, $\alpha = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}$ и метрика $(ab) = \vec{a} \vec{b} - a_0 b_0$, $a_\mu = (\vec{a}, ia_0)$.

Для описания возможной поляризации начальных частиц введем соответствующие матрицы плотности [11], которые при выбранной нормировке (1.2) имеют вид

$$P^{(+)}(k_1) = u(\vec{k}_1) \bar{u}(\vec{k}_1) = \frac{1}{4m} (1 - i \hat{a}_1 \gamma_5) (m - i \hat{k}_1), \quad (1.6)$$

$$P^{(-)}(k_2) = v(-\vec{k}_2) \bar{v}(-\vec{k}_2) = -\frac{1}{4m} (1 - i \hat{a}_2 \gamma_5) (m + i \hat{k}_2);$$

a_1 и a_2 — 4-векторы поляризаций указанных частиц.

Произведя суммирование по поляризациям конечных частиц, для дифференциального сечения процесса аннигиляции в произвольной системе координат получим

$$d\sigma = \frac{1}{2} \alpha^2 \frac{|q_1|}{\omega_2 q^4} (-q^2 k^2)^{-1/2} A_{\mu\nu} B_{\mu\nu} \left| \frac{dW}{d\Omega_1} \right|^{-1} d\Omega_1, \quad (1.7)$$

где тензор $A_{\mu\nu}$, относящийся к начальным частицам, есть

$$A_{\mu\nu} = \text{Sp}[(1 - i \hat{a}_2 \gamma_5)(i \hat{k}_2 + m) \Gamma_\mu (1 - i \hat{a}_1 \gamma_5)(i \hat{k}_1 - m) \tilde{\Gamma}_\nu], \quad (1.8)$$

а тензор $B_{\mu\nu}$, описывающий конечное состояние, имеет вид

$$B_{\mu\nu} = N^2 \sum_{\text{пол.}} \langle q_1 q_2 | J_\mu | 0 \rangle \langle 0 | \tilde{J}_\nu | q_1 q_2 \rangle; \quad (1.9)$$

W — полная энергия реакции, $k = k_1 - k_2$.

Вычисленное по формуле (1.8) наиболее общее выражение для тензора $A_{\mu\nu}$, характеризующего электромагнитное взаимодействие частиц со спином $1/2$ с учетом формфакторов и произвольных поляризаций этих частиц, есть

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} A_{\mu\nu}(a_1, a_2) = & A_{\mu\nu}^{(0)} |f_1 + f_2|^2 + A_{\mu\nu}^{(1)} |f_1|^2 + A_{\mu\nu}^{(2)} (f_1 f_2^*) + \\ & + A_{\mu\nu}^{(3)} (f_1^* f_2) + A_{\mu\nu}^{(4)} |f_2|^2, \end{aligned} \quad (1.10)$$

где

$$\begin{aligned} A_{\mu\nu}^{(0)} = & [1 + (a_1 a_2)] (q^2 \delta_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu) - q^2 (a_{1\mu} a_{2\nu} + a_{2\mu} a_{1\nu}) - 2(a_1 k_2)(a_2 k_1) \delta_{\mu\nu} + \\ & + (a_1 k_2)(a_{2\mu} q_\nu + q_\mu a_{2\nu}) + (a_2 k_1)(a_{1\mu} q_\nu + q_\mu a_{1\nu}), \\ A_{\mu\nu}^{(1)} = & [1 + (a_1 a_2)] k_\mu k_\nu + (a_1 k_2)(a_{2\mu} k_\nu + k_\mu a_{2\nu}) - (a_2 k_1)(a_{1\mu} k_\nu + k_\mu a_{1\nu}) + 2m a_2 q_\beta e_{\alpha\beta\mu\nu}, \\ A_{\mu\nu}^{(2)} = & [(a_1 k_2) a_{2\nu} - (a_2 k_1) a_{1\nu}] k_\mu + 2m a_2 q_\beta (e_{\alpha\beta\mu\nu} - \frac{1}{4m^2} k_\mu k_\nu e_{\alpha\beta\gamma\mu}), \\ A_{\mu\nu}^{(3)} = & A_{\nu\mu}^{(2)} + 4m a_2 q_\beta (e_{\alpha\beta\mu\nu} + \frac{1}{4m^2} k_\mu k_\nu e_{\alpha\beta\gamma\nu}), \\ A_{\mu\nu}^{(4)} = & \frac{1}{4m^2} \{ q^2 [1 + (a_1 a_2)] - 2(a_1 k_2)(a_2 k_1) \} k_\mu k_\nu - \frac{1}{m} [q^2 a_\alpha k_{2\beta} + \\ & + (a_1 k_2) q_\alpha k_{2\beta}] e_{\alpha\beta\mu\nu} - \frac{1}{2m} (q_\mu e_{\alpha\beta\gamma\nu} - q_\nu e_{\alpha\beta\gamma\mu}) a_\alpha q_\beta k_\gamma. \end{aligned} \quad (1.11)$$

и введено обозначение

$$a = a_1 + a_2.$$

В силу уравнения непрерывности для электромагнитного тока начальных частиц тензор $A_{\mu\nu}$ удовлетворяет условию

$$q_\mu A_{\mu\nu} = q_\nu A_{\mu\nu} = 0, \quad (1.12)$$

в чем можно убедиться с помощью выражений (1.10) и (1.11).

Так как по поляризациям конечных частиц производится суммирование, единственными величинами, из которых может быть построен тензор $B_{\mu\nu}$, являются единичный тензор $\delta_{\mu\nu}$ и 4-векторы q_1 и q_2 или их линейные комбинации

$$q = q_1 + q_2, \quad p = q_2 - q_1. \quad (1.13)$$

Наложение общих требований приводит к следующему симметричному виду [12] для тензора $B_{\mu\nu}$:

$$B_{\mu\nu} = B_1(q^2)(q^2\delta_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu) + B_2(q^2) \left[p_\mu - \frac{(qp)}{q^2} q_\mu \right] \left[p_\nu - \frac{(qp)}{q^2} q_\nu \right]. \quad (1.14)$$

Если обозначить через A_1 и A_2 нижеприведенные свертки тензора $A_{\mu\nu}$

$$A_1 = \frac{1}{2} q^{-2} \delta_{\mu\nu} A_{\mu\nu}, \quad A_2 = \frac{1}{2} q^{-4} p_\mu p_\nu A_{\mu\nu}, \quad (1.15)$$

которые нетрудно найти, используя (1.10) и (1.11), сечение произвольного процесса двухчастичной аннигиляции поляризованной пары частиц со спином $1/2$ примет вид

$$d\sigma = x^2 \frac{|q_1|}{\omega_2} (-q^2 k^2)^{-1/2} (A_1 B_1 + A_2 B_2) \left| \frac{dW}{d\omega_1} \right|^{-1} d\Omega_1. \quad (1.16)$$

Таким образом, для каждого конкретного процесса задача сводится к нахождению функций $B_1(q^2)$ и $B_2(q^2)$. Для этого необходимо по формуле (1.9) вычислить тензор $B_{\mu\nu}$, который будет иметь вид (1.14). В некоторых случаях бывает удобнее вычислять B_1 и B_2 с помощью формул

$$B_1 = \frac{1}{2} q^{-2} \left\{ B_{\mu\mu} - \left[p^2 - \frac{(qp)^2}{q^2} \right]^{-1} p_\mu p_\nu B_{\mu\nu} \right\}, \quad (1.17)$$

$$B_2 = \frac{1}{2} \left[p^2 - \frac{(qp)^2}{q^2} \right]^{-1} \left\{ 3 \left[p^2 - \frac{(qp)^2}{q^2} \right]^{-1} p_\mu p_\nu B_{\mu\nu} - B_{\mu\mu} \right\},$$

в которых достаточно знать свертки $B_{\mu\mu}$ и $p_\mu p_\nu B_{\mu\nu}$, а не сам тензор $B_{\mu\nu}$. В случае, когда массы конечных частиц равны, $(qp) = 0$ и формулы упрощаются:

До сих пор мы рассматривали произвольную систему координат. При изучении реакций во встречных пучках естественно пользоваться системой центра масс (с. ц. м.). В этой системе сечение рассматриваемого процесса аннигиляции принимает вид

$$d\sigma = \frac{1}{8} \alpha^2 \frac{|\vec{q}_1|}{E^2 |\vec{k}_1|} (A_1 B_1 + A_2 B_2) d\Omega_1. \quad (1.18)$$

В наиболее общем случае неточечных произвольно поляризованных начальных частиц для A_1 и A_2 имеем

$$\begin{aligned} A_1 = & 2|f_1 + f_2|^2 + \frac{m^2}{E^2} \left| f_1 + \frac{E^2}{m^2} f_2 \right|^2 (1 + \vec{\zeta}_1 \vec{\zeta}_2) + 2 \frac{\vec{k}_1^2}{E^2} (|f_1|^2 - \frac{E^2}{m^2} |f_2|^2) (\vec{v}_1 \vec{\zeta}_1) (\vec{v}_2 \vec{\zeta}_2), \\ A_2 = & - \frac{\vec{q}_1^2}{E^2} \left\{ \left(\sin^2 \theta |f_1 + f_2|^2 + \frac{m^2}{E^2} \cos^2 \theta \left| f_1 + \frac{E^2}{m^2} f_2 \right|^2 \right) (1 + \vec{\zeta}_1 \vec{\zeta}_2) - \right. \\ & - 2 \operatorname{Re} \left(\left[(f_1 + f_2) (\vec{n} \vec{\zeta}_1) - \left(1 - \frac{m}{E} \right) \cos \theta \left(f_1 - \frac{E}{m} f_2 \right) (\vec{v}_1 \vec{\zeta}_1) \right] \times \right. \\ & \times \left. \left[(f_1^* + f_2^*) (\vec{n} \vec{\zeta}_2) - \left(1 - \frac{m}{E} \right) \cos \theta \left(f_1^* - \frac{E}{m} f_2^* \right) (\vec{v}_2 \vec{\zeta}_2) \right] \right) - \\ & \left. - \frac{\vec{k}_1^2}{mE} \sin 2\theta (\vec{s} \vec{\zeta}) \operatorname{Im} (f_1 f_2^*) \right\}. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Здесь приняты следующие обозначения: E — энергия каждой из начальных частиц, $\vec{v}$ и $\vec{n}$ — соответственно единичные векторы вдоль импульсов $\vec{k}_1$ и $\vec{q}_1$, θ — угол между ними, $\vec{s}$ — единичный вектор, нормальный к плоскости реакции, $\vec{\zeta} = \vec{\zeta}_1 + \vec{\zeta}_2$, где $\vec{\zeta}_1$ и $\vec{\zeta}_2$ — векторы поляризации начальных частиц в их системе покоя, связанные с компонентами 4-векторов a_1 и a_2 соотношениями

$$\vec{a}_1 = \vec{\zeta}_1 + \frac{E-m}{m} (\vec{v} \vec{\zeta}_1) \vec{v}, \quad a_{10} = \frac{|\vec{k}_1|}{m} (\vec{v} \vec{\zeta}_1), \quad (1.20)$$

$$\vec{a}_2 = \vec{\zeta}_2 + \frac{E-m}{m} (\vec{v} \vec{\zeta}_2) \vec{v}, \quad a_{20} = - \frac{|\vec{k}_1|}{m} (\vec{v} \vec{\zeta}_2).$$

Положив в формулах (1.19) $f_1 = 1$ и $f_2 = 0$, придем к выражениям, впервые полученным в работе [4] при оценке влияния поляризаций электрон-позитронной пары на некоторые двухчастичные процессы аннигиляции.

Обращает на себя внимание присутствие в A_2 следующего члена

$$A_2' = \frac{\vec{k}_1^2 \vec{q}_1^2}{mE^3} \sin 2\theta (\vec{s} \vec{\zeta}) \operatorname{Im} (f_1 f_2^*),$$

из вида которого следует, что если начальные частицы описываются комплексными формфакторами и их суммарный вектор поляризации не

лежит в плоскости реакции, во всех процессах аннигиляции лептонных пар, для которых $B_2 \neq 0$ (что выполняется для всех рассмотренных ниже конкретных реакций), уже в однофотонном приближении должна наблюдаться азимутальная асимметрия. Это обстоятельство можно было бы использовать для исследования наличия поперечной поляризации и неточечного характера аннигилирующих частиц.

В случае, когда поляризована только одна из начальных частиц, из (1.19) имеем

$$A_1 = A_1^0, \quad A_2 = A_2^0 + A_2', \quad (1.21)$$

где A_1^0 и A_2^0 характеризуют аннигиляцию неполяризованных частиц. Следовательно, отличие сечения произвольного процесса аннигиляции лептонов, один из которых не поляризован, а вектор поляризации второго не лежит в плоскости реакции, от соответствующего сечения аннигиляции неполяризованных лептонов обусловлено комплексными формфакторами начальных частиц. Обнаружение на опыте указанного различия с точностью, превышающей поправки от двухфотонного обмена, также будет свидетельствовать о неточечном характере лептонов.

В случае продольных поляризаций начальных частиц функции A_1 и A_2 принимают вид

$$A_1 = 2|g_m|^2(1 \pm \zeta_1 \zeta_2) + \frac{m^2}{E^2}|g_e|^2(1 \mp \zeta_1 \zeta_2), \quad (1.22)$$

$$A_2 = -\frac{q_1^2}{E^2} \left[\sin^2 \theta |g_m|^2(1 \pm \zeta_1 \zeta_2) + \frac{m^2}{E^2} \cos^2 \theta |g_e|^2(1 \mp \zeta_1 \zeta_2) \right],$$

где берется верхний знак, когда направления векторов $\vec{\zeta}_1$ и $\vec{\zeta}_2$ совпадают, и нижний — когда они противоположны, а g_e и g_m представляют собой электрический и магнитный формфакторы частиц со спином $1/2$, выражающиеся через формфакторы f_1 и f_2 следующим образом:

$$g_e(q^2) = f_1(q^2) - \frac{q^2}{4m^2} f_2(q^2), \quad (1.23)$$

$$g_m(q^2) = f_1(q^2) + f_2(q^2).$$

На основании (1.18) и (1.22) для сечения аннигиляции продольно поляризованных ультрарелятивистских электронов и позитронов получаем

$$d\sigma = (1 \pm \zeta_1 \zeta_2) d\sigma^0, \quad (1.24)$$

где $d\sigma^0$ — сечение с неполяризованными начальными частицами.

В наиболее интересном случае полных антипараллельных поперечных поляризаций аннигилирующих частиц функции A_1 и A_2 значительно упрощаются:

$$A_1 = 2|g_m|^2, \quad A_2 = -2\frac{q_1^2}{E^2} \sin^2 \theta \sin^2 \gamma |g_m|^2, \quad (1.25)$$

где γ — угол между плоскостью реакции и плоскостью орбиты, определяемой вектором $\vec{\zeta}_1$. Из приведенных значений (1.25) следует, что при указанных поляризациях сечение произвольного процесса аннигиляции определяется только магнитным формфактором начальных частиц.

Если проинтегрировать по азимутальному углу общую формулу (1.18) и представить получающееся при этом дифференциальное сечение в виде [13]

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\cos\theta} = \frac{1}{4} \{ (1 - \vec{\zeta}_1 \vec{\zeta}_2) \sigma_s(\theta) + [1 + \vec{\zeta}_1 \vec{\zeta}_2 - 2(\vec{v}_{\zeta_1} \vec{v}_{\zeta_2})] \sigma_{t,0}(\theta) + \\ + 2[1 + (\vec{v}_{\zeta_1} \vec{v}_{\zeta_2})] \sigma_{t,1}(\theta) \},$$

для сечений аннигиляции в состояниях с определенными значениями полного спина начальной пары и его проекции на направление движения нетрудно получить

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_s(\theta)}{d\cos\theta} &= 0, \\ \frac{d\sigma_{t,0}(\theta)}{d\cos\theta} &= \pi\alpha^2 \frac{|\vec{q}_1|}{E^2 |\vec{k}_1|} \frac{m^2}{E^2} |g_e|^2 \left(B_1 - \frac{q_1^2}{E^2} \cos^2\theta B_2 \right), \\ \frac{d\sigma_{t,1}(\theta)}{d\cos\theta} &= \frac{1}{2} \pi\alpha^2 \frac{|\vec{q}_1|}{E^2 |\vec{k}_1|} |g_m|^2 \left(2B_1 - \frac{q_1^2}{E^2} \sin^2\theta B_2 \right). \end{aligned} \quad (1.26)$$

Обращение в нуль сечения аннигиляции в синглетном состоянии связано с тем, что расчеты проведены в однофотонном приближении. Из приведенных выражений следует также, что аннигиляция в триплетном состоянии с проекцией спина 0 в однофотонном приближении определяется только электрическим формфактором начальных частиц, а с проекцией спина 1 — магнитным формфактором. Для отношения полных сечений указанных переходов получаем результат

$$\frac{\sigma_{t,0}}{\sigma_{t,1}} = \frac{m^2 |g_e|^2}{E^2 |g_m|^2}, \quad (1.27)$$

не зависящий от конечного состояния. Изучение этого отношения также может дать сведения о возможных формфакторах аннигилирующих частиц.

Перейдем к рассмотрению некоторых конкретных процессов.

1. Аннигиляция лептонной пары в пару заряженных частиц со спином 0

Примером реакции указанного типа является процесс

$$l + \bar{l} \rightarrow \pi^+ + \pi^-. \quad (1.28)$$

Матричный элемент электромагнитного тока конечных частиц имеет вид

$$\langle q_1 q_2 | J_\mu | 0 \rangle = i p_\mu F_\pi(q^2),$$

где $F_\pi(q^2)$ — электромагнитный формфактор пиона, а функции B_1 и B_2 , которые на основе полученных выше формул определяют сечение процесса при различных предположениях относительно поляризаций начальных частиц, есть

$$B_1 = 0, \quad B_2 = -\frac{1}{4} |F_\pi|^2.$$

2. Аннигиляция в пару частиц со спином 1/2

Здесь мы предполагаем, что конечные частицы не тождественны с начальными. Типичным примером рассматриваемого случая является процесс

$$l + \bar{l} \rightarrow N + \bar{N}. \quad (1.29)$$

Матричный элемент электромагнитного тока нуклонов имеет вид

$$\langle q_1 q_2 | J_\mu | 0 \rangle = \bar{U}(\vec{q}_2) T_\mu(q^2) V(-\vec{q}_1),$$

где вершинная функция T_μ выражается через дираковский и паулиевский формфакторы нуклона F_1 и F_2 согласно формуле

$$T_\mu(q^2) = \gamma_\mu F_1(q^2) + \frac{i}{4M} (\gamma_\mu \hat{q} - \hat{q} \gamma_\mu) F_2(q^2). \quad (1.30)$$

Функции B_1 и B_2 в этом случае есть

$$B_1 = \frac{1}{2} |F_1 + F_2|^2, \quad B_2 = \frac{1}{2} \left(|F_1|^2 + \frac{q^2}{4M^2} |F_2|^2 \right).$$

Для исследования формфакторов начальных частиц в реакции (1.29) рассмотрим некоторые конкретные случаи поляризаций этих частиц, когда выражения для сечений, сохраняя нужную информацию, принимают наиболее простой вид.

В случае полных антипараллельных поперечных поляризаций имеем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{8} x^2 \frac{\beta_N}{E^2 \beta_l} \left\{ |G_m|^2 - \sin^2 \theta \sin^2 \gamma \left(|G_m|^2 - \frac{M^2}{E^2} |G_e|^2 \right) \right\} |g_m|^2,$$

где β_l и β_N — скорости лептонов и нуклонов, а G_e и G_m — зарядовый и магнитный формфакторы нуклона, связанные с F_1 и F_2 соотношениями вида (1.23).

Пусть теперь поперечно поляризована только одна из начальных частиц, например, $(\vec{v}_{\vec{q}_1}) = 0$. Если при этом вторая частица не поляризована, получаем

$$\frac{d\sigma_1}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} - \frac{1}{16} x^2 \frac{\beta_N}{E^2 \beta_l} \frac{m}{E} \sin 2\theta (\vec{s}_{\vec{q}_1}) \left(|G_m|^2 - \frac{M^2}{E^2} |G_e|^2 \right) \text{Im}(g_e g_m^*),$$

где сечение с неполяризованными частицами есть

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = \frac{1}{16} \alpha^2 \frac{\beta_N}{E^2 \beta_l} \left\{ \frac{M^2}{E^2} |G_e|^2 \left(\sin^2 \theta |g_m|^2 + \frac{m^2}{E^2} \cos^2 \theta |g_e|^2 \right) + \right. \\ \left. + |G_m|^2 \left[(1 + \cos^2 \theta) |g_m|^2 + \frac{m^2}{E^2} \sin^2 \theta |g_e|^2 \right] \right\}.$$

Если же вторая частица поляризована продольно, $\vec{\zeta}_2 = \vec{\zeta}_1 \vec{v}$, имеем

$$\frac{d\sigma_2}{d\Omega} = \frac{d\sigma_1}{d\Omega} + \frac{1}{8} \alpha^2 \frac{\beta_N}{E^2 \beta_l} \frac{m}{E} \cos \theta (\vec{n} \vec{\zeta}_1) \vec{\zeta}_2 (|G_m|^2 - \frac{M^2}{E^2} |G_e|^2) \operatorname{Re} (g_e g_m^*).$$

Полученные соотношения в принципе позволяют полностью определить формфакторы начальных частиц, т. е. квадраты модулей, а также синус и косинус их относительной фазы.

Заметим, что для рассматриваемого процесса аннигиляции в пару частиц со спином $1/2$ с помощью приведенных выражений можно получить более общий результат, связанный с учетом также произвольных поляризаций конечных частиц.

Если в выражении (1.9) опустить суммирование по поляризациям и ввести аналогично (1.6) поляризационные матрицы плотности конечных частиц, для дифференциального сечения процесса (1.29) в наиболее общем случае, когда учитываются поляризации и формфакторы всех частиц, получаем

$$d\sigma = \frac{1}{32} \alpha^2 \frac{|\vec{q}_1|}{\omega_2 q^4} (-q^2 k^2)^{-1/2} A_{\mu\nu}(a_1, a_2) A'_{\mu\nu}(a_3, a_4) \left| \frac{dW}{d\omega_1} \right|^{-1} d\Omega_1,$$

где тензор $A'_{\mu\nu}(a_3, a_4)$ задается выражениями (1.10) и (1.11), в которых нужно произвести замены

$$m \rightarrow M, a_1 \rightarrow a_4, a_2 \rightarrow a_3, k_1 \rightarrow q_2, k_2 \rightarrow q_1, k \rightarrow p, f_1 \rightarrow F_1^*, f_2 \rightarrow F_2^*.$$

Очевидно, что приведенные результаты в полной мере относятся также к обратному процессу

$$N + \bar{N} \rightarrow l + \bar{l}.$$

3. Аннигиляция в пару частиц со спином 1

Рассмотрим процесс

$$l + \bar{l} \rightarrow V + \bar{V}, \quad (1.31)$$

где конечными частицами могут быть заряженные ρ -, A_1 -мезоны, промежуточный векторный бозон W и др. Полученные результаты будут справедливы также для процесса

$$N + \bar{N} \rightarrow W^+ + W^-. \quad (1.32)$$

Матричный элемент тока частиц со спином 1 имеет вид

$$\langle q_1 q_2 | J_\mu | 0 \rangle = \epsilon_\mu^* (\vec{q}_2) \Gamma_\mu^{\rho\sigma} (q^2) \epsilon_\sigma (-\vec{q}_1),$$

где $\epsilon_\mu^* (\vec{q}_2)$ и $\epsilon_\sigma^* (-\vec{q}_1)$ — соответственно векторы поляризации образую-

щихся частицы и античастицы, причем амплитуда ϵ_i^* связана с комплексно сопряженной амплитудой ϵ_i^* следующим образом:

$$\epsilon_i^* = \epsilon_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad \epsilon_4^* = -\epsilon_4.$$

В качестве вершинного оператора $\Gamma_\mu^{qs}(q^2)$ можно брать выражение работы [14]

$$\Gamma_\mu^{qs}(q^2) = p_\mu \left[\partial_{q^2} F_0(q^2) + \frac{q_2 q_3}{2M_V^2} F_2(q^2) \right] + (\partial_{q_2} q_3 - \partial_{q_3} q_2) F_1(q^2), \quad (1.33)$$

в котором F_0 , F_1 и F_2 — инвариантные формфакторы вектона.

Выполнив суммирование по поляризациям конечных частиц и перейдя с помощью соотношений

$$F_0 = G_e + \frac{2}{3} \gamma G_q, \quad F_1 = -G_m,$$

$$(2\gamma - 1) F_0 + 2\gamma F_1 - 2\gamma(\gamma - 1) F_2 = -G_e + \frac{4}{3} \gamma G_q,$$

$$\gamma = -\frac{q^2}{4M_V^2} = \frac{E^2}{M_V^2}$$

к физическим формфакторам вектона, для функций B_1 и B_2 получаем

$$B_1 = \frac{1}{2}(\gamma - 1)|G_m|^2,$$

$$B_2 = -\frac{1}{4} \left(3|G_e|^2 + \frac{8}{3} \gamma^2 |G_q|^2 \right) + \frac{\gamma}{\gamma - 1} B_1.$$

4. Аннигиляция в пару частиц со спином 3/2

Матричный элемент электромагнитного тока конечных частиц, в качестве которых могут выступать известные частицы барионного декаплета и другие барионные резонансы, есть

$$\langle q_1 q_2 | j_\mu | 0 \rangle = \bar{U}_x(\vec{q}_2) \Gamma_\mu^{qs}(q^2) V_\beta(-\vec{q}_1),$$

где амплитуда $\bar{U}_x$ связана с дираковски сопряженной амплитудой $\bar{U}_a$ посредством соотношений

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_l, \quad \bar{U}_4 = -\bar{U}_a,$$

а в качестве вершинной функции Γ_μ^{qs} можно брать одно из трех эквивалентных выражений, приведенных в работе [15], например,

$$\Gamma_\mu^{qs} = i \left\{ \gamma_\mu \left[\partial_{q^2} F_1(q^2) + \frac{q_2 q_3}{2M^2} F_3(q^2) \right] + \frac{i}{4M} (\gamma_\mu \hat{q} - \hat{q} \gamma_\mu) \left[\partial_{q^2} F_2(q^2) + \frac{q_2 q_3}{2M^2} F_4(q^2) \right] \right\}.$$

В результате для функций B_1 и B_2 , выраженных через физические формфакторы частиц со спином $3/2$, получаем

$$B_1 = (\eta - 1) \left(\frac{5}{9} |G_1|^2 + \frac{16}{5} \gamma^2 |G_3|^2 \right), \quad (1.34)$$

$$B_2 = - \left(|G_0|^2 + \frac{4}{9} \gamma^2 |G_2|^2 \right) + \frac{\eta}{\eta - 1} B_1,$$

где G_0 и G_2 — соответственно формфакторы электрического заряда и квадрупольного электрического момента, а G_1 и G_3 — формфакторы дипольного и октупольного магнитных моментов.

5. Аннигиляция в пару частиц со спином 2

В рассматриваемом случае продуктами реакции могут быть заряженные A_2 (1300)-, K_V (1420)-мезоны и др. Воспользовавшись определением матричного элемента, принятым в работе [9], а также установленными в ней соотношениями между инвариантными и физическими формфакторами частиц со спином 2, для функций B_1 и B_2 получаем

$$B_1 = (\eta - 1) \left(\frac{5}{8} |G_1|^2 + \frac{8}{5} \gamma^2 |G_3|^2 \right), \quad (1.35)$$

$$B_2 = - \left(\frac{5}{4} |G_0|^2 + \frac{7}{18} \gamma^2 |G_2|^2 + \frac{128}{315} \gamma^4 |G_4|^2 \right) + \frac{\eta}{\eta - 1} B_1.$$

На основе приведенных выражений для функций B_1 и B_2 , определяющих согласно (1.18) сечения образования пар заряженных частиц со спином $s \leq 2$, можно заметить следующую общую закономерность, которая имеет место при аннигиляции точечной электрон-позитронной пары. В случае полных поперечных поляризаций, когда векторы поляризации электрона и позитрона параллельны и лежат в плоскости реакции, а также когда они антипараллельны и перпендикулярны к плоскости реакции, сечение $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ не зависит от угла θ и определяется только магнитными формфакторами образующихся частиц. В случае обратных комбинаций рождение конечных частиц под углом $\theta = \frac{\pi}{2}$ определяется только электрическими формфакторами этих частиц.

6. В заключение этого параграфа остановимся кратко на двух процессах, для которых конечные состояния характеризуются одним формфактором. Рассмотрим реакцию

$$l + \bar{l} \rightarrow \pi^0 + \gamma, \quad (1.36)$$

представляющую интерес с точки зрения изучения формфактора в вершине $\pi^0 \gamma \gamma$ во времениподобной области передаваемых импульсов. Если записать матричный элемент электромагнитного тока конечных частиц в виде

$$\langle q_1 q_2 | J_\mu | 0 \rangle = \frac{1}{2e} F(q^2) e_{\mu\alpha\beta\gamma} \epsilon_\alpha(\vec{q}_1) q_\beta p_\gamma,$$

для функций B_1 и B_2 нетрудно получить

$$B_1 = tq^{-1} B_2, \quad B_2 = -\frac{1}{64\pi^2} q^2 |F(q^2)|^2, \quad (1.37)$$

где

$$t = (qp)^2 - q^2 p^2.$$

Рассмотрим, наконец, процесс [7]

$$l + \bar{l} \rightarrow A_2^\pm + \pi^\mp, \quad (1.38)$$

изучение которого может дать сведения о формфакторе в вершине $A_2\pi$. Матричный элемент и функции B_1 и B_2 для него следующие:

$$\langle q_1 q_2 | J_\mu | 0 \rangle = \frac{1}{2} F(q^2) e_{\mu\alpha\beta\gamma} \epsilon_\alpha^*(\vec{q}_2) q_\beta p_\gamma, \quad (1.39)$$

$$B_1 = tq^{-1} B_2, \quad B_2 = -\frac{1}{128} \frac{tq^2}{M_2^2} |F(q^2)|^2.$$

Выражения для сечений рассмотренных процессов обнаруживают сильную зависимость от поляризаций начальных частиц, что является характерным для реакций с конечными состояниями, описываемыми одним формфактором.

§ 2. Рассеяние лептонов

Как нетрудно видеть, диаграмма рис. 1 кроме рассмотренного процесса аннигиляции описывает также рассеяние лептонов.

Матричный элемент такого процесса имеет вид

$$M_{ij} = -i(2\pi)^4 \frac{e^2}{q^2} \frac{m}{(E_1 E_2)^{1/2}} \frac{N}{(\omega_1 \omega_2)^{1/2}} [\bar{u}(\vec{k}_2) \Gamma_\mu(q^2) u(\vec{k}_1)] \langle q_2 | J_\mu | q_1 \rangle \times \\ \times \delta(k_1 - k_2 + q_1 - q_2), \quad (2.1)$$

где теперь k_2 — импульс рассеянного лептона, M_1 и q_1 — масса и импульс частиц мишени, а передаваемый импульс есть $q = k_1 - k_2 = q_2 - q_1$. Вершинная функция $\Gamma_\mu(q^2)$ задается прежним выражением (1.3), в котором формфакторы f_1 и f_2 определены уже в области пространственных передач импульса и являются вещественными.

Выкладки, аналогичные сделанным в § 1, приводят к следующему выражению для распределения по углам рассеянных лептонов в произвольной системе координат:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4} \frac{e^2}{\omega_2 q^4} [\vec{k}_2] [(k_1 q_1)^2 - m^2 M_1^2]^{-1/2} A_{\mu\nu} B_{\mu\nu} \left| \frac{dW}{dE_2} \right|^{-1}, \quad (2.2)$$

где тензор $A_{\mu\nu}$ дается формулой (1.8), в которой необходимо изменить знак импульса k_2 , а тензор $B_{\mu\nu}$ есть

$$B_{\mu\nu} = -\frac{\Lambda^2}{2s_1+1} \sum_{\text{пол.}} \langle q_2 | J_\mu | q_1 \rangle \langle q_1 | \bar{J}_\nu | q_2 \rangle \quad (2.3)$$

и его также можно представить в виде (1.14), в котором $p = q_1 + q_2$.

Используя обозначения (1.15) для свертки тензора $A_{\mu\nu}$, запишем дифференциальное сечение в виде

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} \alpha^2 \frac{|\vec{k}_2|}{\omega_2} [(k_1 q_1)^2 - m^2 M_1^2]^{-1/2} (A_1 B_1 + A_2 B_2) \left| \frac{dW}{dE_2} \right|^{-1}, \quad (2.4)$$

где в общем случае неточечных произвольно поляризованных лептонов имеем

$$\begin{aligned} A_1 &= 2(f_1 + f_2)^2 - 4 \frac{m^2}{q^2} [1 + (a_1 a_2)] \left(f_1 - \frac{q^2}{4m^2} f_2 \right)^2 + \\ &+ 2 \frac{1}{q^2} (a_1 k_2) (a_2 k_1) \left[2f_1 + \left(1 - \frac{q^2}{4m^2} \right) f_2 \right] f_2, \\ A_2 &= \frac{1}{q^4} \left\{ \left[(q^2 p^2 - (qp)^2) [1 + (a_1 a_2)] - 2q^2 (a_1 p) (a_2 p) + 2p^2 (a_1 k_2) (a_2 k_1) - \right. \right. \\ &- 2(qp) [(a_1 k_2) (a_2 p) - (a_1 p) (a_2 k_1)] \left. \right\} (f_1 + f_2)^2 + (kp)^2 [1 + (a_1 a_2)] \left(f_1^2 + \frac{q^2}{4m^2} f_2^2 \right) - \\ &- 2(kp) [(a_1 k_2) (a_2 p) + (a_1 p) (a_2 k_1)] f_1 (f_1 + f_2) + \frac{(kp)^2}{2m^2} (a_1 k_2) (a_2 k_1) f_2^2 \}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Таким образом, рассмотрение конкретного процесса рассеяния лептона на произвольной мишени также сводится к нахождению согласно (1.17) функций B_1 и B_2 или вычислению по формуле (2.3) тензора $B_{\mu\nu}$.

Из полученного выражения для сечения следует, что если при рассеянии поляризованного лептона на неполяризованной мишени мы не интересуемся поляризацией конечных частиц, поляризация начального лептона не будет сказываться на дифференциальном сечении процесса рассеяния. В такого рода экспериментах обычно задаются вопросом, какова будет поляризация конечных частиц в зависимости от поляризации начальной частицы.

В рассматриваемом случае нас интересует поляризация рассеянного лептона. Опуская выкладки, приведем выражение для искомого 4-вектора поляризации

$$a_{2\alpha} = \frac{C_{1\alpha\beta} B_1 + C_{2\alpha\beta} B_2}{A_1^0 B_1 + A_2^0 B_2} a_{1\beta}, \quad (2.6)$$

где

$$\begin{aligned} C_{1\alpha\beta} &= -2q^{-2} \left[2m^2 \left(f_1 - \frac{q^2}{4m^2} f_2 \right)^2 \delta_{\alpha\beta} + (f_1 + f_2)^2 q_\alpha q_\beta + \left(f_1^2 + \frac{q^2}{4m^2} f_2^2 \right) k_\alpha k_\beta \right], \\ C_{2\alpha\beta} &= q^{-4} \left\{ [(q^2 p^2 - (qp)^2) \delta_{\alpha\beta} + 2(qp) q_\alpha p_\beta + p_\alpha q_\beta] - 2(p^2 q_\alpha q_\beta + q^2 p_\alpha p_\beta) \right\} (f_1 + f_2)^2 + \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$+ (kp)^2 \left(f_1^2 + \frac{q^2}{4m^2} f_2^2 \right) \delta_{\alpha\beta} - 2(kp)(q_\alpha p_\beta - p_\alpha q_\beta) f_1(f_1 + f_2) - \frac{(kp)}{m^2} k_{2\alpha} [q^2 p_\beta - \\ - 2(pk_1) q_\beta] (f_1 + f_2) f_2 + \frac{(kp)^2}{2m^2} k_{2\alpha} k_{2\beta} f_2^2 \Bigg\},$$

а A_1^0 и A_2^0 представляют собой не зависящие от поляризаций слагаемые в выражениях (2.5).

Приведенные до сих пор формулы были выписаны в произвольной системе координат для случая неупругого рассеяния ($M_1 \neq M_2$).

Перейдем теперь к с. ц. м. начальных частиц и остановимся подробнее на упругом рассеянии. Из (2.4) и (2.5) для дифференциального сечения рассеяния лептонов на произвольной мишени получаем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{2W^2} (A_1 B_1 + A_2 B_2), \quad (2.8)$$

где

$$A_1 = A_1^0 + D_{1ik} \zeta_{2i} \zeta_{1k}, \\ A_2 = A_2^0 + D_{2ik} \zeta_{2i} \zeta_{1k}, \quad (2.9)$$

а D_{1ik} и D_{2ik} есть

$$D_{1ik} = -2q^{-2} \left\{ 2m^2 \left(f_1 - \frac{q^2}{4m^2} f_2 \right)^2 \delta_{ik} + \vec{k}_1^2 (f_1 + f_2)^2 (v_i - n_i)(v_k - n_k) - \right. \\ \left. - \vec{k}_1^2 \left[n_i v_k - v_i n_k + \frac{E-m}{E+m} (v_i v_k + n_i n_k - 2 \cos \theta n_i v_k) \right] \left(f_1^2 + \frac{q^2}{4m^2} f_2^2 \right) \right\}, \quad (2.10)$$

$$D_{2ik} = A_2^0 \delta_{ik} - 8 \frac{\vec{k}_1^2}{q^4} \left\{ \left[W^2 (f_1 + f_2)^2 - m^2 \left(f_1 - \frac{q^2 - 4WE}{4m^2} f_2 \right)^2 \right] (v_i n_k - n_i v_k) + \right. \\ \left. + \frac{E-m}{E+m} \left[(W+m) f_1 - \frac{q^2 - 4W(E+m)}{4m} f_2 \right]^2 (v_i v_k + n_i n_k - 2 \cos \theta n_i v_k) \right\}.$$

Здесь W — полная энергия реакции, E — энергия лептонов до и после рассеяния, $\vec{v}$ и $\vec{n}$ — соответственно единичные векторы в направлении импульсов $\vec{k}_1$ и $\vec{k}_2$, θ — угол между ними,

$$q^2 = 4\vec{k}_1^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad -p^2 = q^2 + 4M^2, \quad (kp) = q^2 - 4WE + 4m^2.$$

Аналогичным образом на основании (2.6) и (2.7) для вектора поляризации рассеянного лептона получаем

$$\zeta_{2i} = \frac{D_{1ik} B_1 + D_{2ik} B_2}{A_1^0 B_1 + A_2^0 B_2} \zeta_{1k}. \quad (2.11)$$

Если ввести три ортогональных единичных вектора $\vec{v}$, $\vec{s} =$

$= \frac{1}{\sin \theta} [\vec{vn}], \vec{r} = [\vec{vs}]$ и вычислить продольную составляющую вектора (2.11), то для точечных лептонов результат можно представить в виде

$$(\vec{\zeta}_2 \vec{n}) = \beta_{II}(\vec{\zeta}_1 \vec{v}) + \beta_{II}(\vec{\zeta}_1 \vec{r}), \quad (2.12)$$

где

$$\beta_{II} = 1 + \frac{2m^2}{\vec{k}_1^2} \frac{1}{A_1^0 B_1 + A_2^0 B_2} \left(B_1 - 4 \frac{\omega^2}{q^2} B_2 \right),$$

$$\beta_{II} = \frac{4mE}{q^2} \frac{\sin \theta}{A_1^0 B_1 + A_2^0 B_2} \left(B_1 - 4 \frac{\omega}{E} \frac{WE - m^2}{q^2} B_2 \right),$$

а ω — энергия частиц мишени.

Из приведенных выражений следует, что при рассеянии поляризованных лептонов больших энергий на произвольной неполяризованной мишени продольная компонента вектора поляризации с точностью до членов, содержащих массу лептона, должна оставаться неизменной. Обнаружение отклонения от этого правила, превышающего поправки от второго борновского приближения, может быть свидетельством о возможной структуре лептона.

Приведем также сечение произвольного процесса упругого рассеяния в лаб. системе, когда нас не интересует поляризация конечного лептона. Оно имеет вид

$$\frac{d\sigma^0}{d\Omega} = x^2 \frac{\vec{k}_2^2}{M |\vec{k}_1| W |\vec{k}_2| - E_2 |\vec{k}_1| \cos \theta} \frac{A_1^0 B_1 + A_2^0 B_2}{}, \quad (2.13)$$

где инварианты, входящие в A_1^0 и A_2^0 , в лаб. системе есть

$$q^2 = 2(E_1 E_2 - |\vec{k}_1| |\vec{k}_2| \cos \theta - m^2), \quad (kp) = -2M(E_1 + E_2).$$

В случае точечных лептонов, полагая $f_1 = 1$ и $f_2 = 0$ и пренебрегая членами, содержащими массу последних, приходим к следующему выражению для сечения:

$$\frac{d\sigma^0}{d\Omega} = 4\sigma_M \left(2\lambda \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} B_1 + B_2 \right), \quad (2.14)$$

где σ_M — моттовское сечение, а $\lambda = \frac{q^2}{4M^2}$.

Остановимся кратко на некоторых конкретных процессах. Приведем сводку функций B_1 и B_2 , которые на основе приведенных в этом параграфе формул определяют сечения соответствующих процессов с учетом поляризаций лептонов и формфакторов всех участвующих в процессах частиц и вектор поляризации рассеянного лептона в этих реакциях.

1. Рассеяние на бесспиновой мишени

Примером такой реакции является рассеяние лептонов на α -частицах. Взяв матричный элемент электромагнитного тока частиц мишени в виде

$$\langle q_2 | J_\mu | q_1 \rangle = i Z p_\mu F(q^2),$$

где Z и $F(q^2)$ заряд и формфактор частицы со спином 0, для функций B_1 и B_2 получаем

$$B_1 = 0, \quad B_2 = \frac{1}{4} Z^2 F^2. \quad (2.15)$$

2. Рассеяние нетождественных частиц со спином 1/2

Здесь предполагается рассеяние лептонов на произвольной мишени со спином 1/2 и рассеяние электронов и μ -мезонов друг на друге. Матричный элемент электромагнитного тока частиц мишени есть

$$\langle q_2 | J_\mu | q_1 \rangle = \bar{U}(\vec{q}_2) T_\mu U(\vec{q}_1),$$

где вершинная функция T_μ имеет вид (1.30), в котором формфакторы F_1 и F_2 вещественны. Для функций B_1 и B_2 имеем

$$B_1 = \frac{1}{4} (F_1 + F_2)^2, \quad B_2 = \frac{1}{4} \left(F_1^2 + \frac{q^2}{4M^2} F_2^2 \right). \quad (2.16)$$

Как и в аналогичном случае аннигиляции, для рассматриваемого процесса на основе выписанных выражений можно получить более общий результат, когда наряду с формфакторами учитываются также поляризации всех частиц. Соответствующее сечение имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64} x^2 \frac{|\vec{k}_2|}{\omega_2 q^4} [(k_1 q_1)^2 - m^2 M^2]^{-1/2} A_{\mu\nu}(a_1, a_2) A_{\nu\mu}^*(a_3, a_4) \left| \frac{dW}{dE_2} \right|^{-1}, \quad (2.17)$$

где тензор $A_{\mu\nu}(a_3, a_4)$ получается из тензора $A_{\mu\nu}(a_1, a_2)$, задаваемого выражениями (1.10) и (1.11), посредством замен

$$m \rightarrow M, \quad a_1 \rightarrow a_4, \quad a_2 \rightarrow a_3, \quad k_1 \rightarrow q_2, \quad k_2 \rightarrow -q_1, \quad k \rightarrow p, \quad f_1 \rightarrow F_1, \quad f_2 \rightarrow F_2,$$

а a_3 и a_4 — 4-векторы поляризаций частиц мишени до и после рассеяния.

Подставляя (2.16) в (2.6) и записав полученное выражение в лаб. системе, в пределе $f_2 = 0$ придем к результату Фролова [16] для вектора поляризации рассеянного электрона.

3. Рассеяние на мишени со спином 1

В качестве примера рассмотрим рассеяние лептона на дейтроне. Воспользовавшись следующим выражением для матричного элемента тока

$$\langle q_2 | J_\mu | q_1 \rangle = \epsilon_\mu^*(\vec{q}_2) \Gamma_\mu^{\sigma\sigma} \epsilon_\sigma(\vec{q}_1)$$

и взяв в качестве функции $\Gamma_\mu^{\sigma\sigma}$ выражение (1.33), определенное теперь в пространственноподобной области, получаем

$$B_1 = \frac{1}{6} (\lambda + 1) G_m^2, \quad B_2 = \frac{1}{12} (3 G_e^2 + 2 \lambda G_m^2 + \frac{8}{3} \lambda^2 G_q^2), \quad (2.18)$$

где G_e , G_m , G_q — физические формфакторы дейтрона. Подставляя (2.18) в (2.14), приходим к выражению работы [17].

4. Рассеяние на ядрах со спином 3/2 и 2

Для ядер со спином 3/2 функции B_1 и B_2 имеют аналогичный выражениям (1.34) вид

$$B_1 = \frac{1}{4} (\lambda + 1) \left(\frac{5}{9} G_1^2 + \frac{16}{5} \lambda^2 G_3^2 \right),$$

$$B_2 = \frac{1}{4} \left(G_0^2 + \frac{5}{9} \lambda G_1^2 + \frac{4}{9} \lambda^2 G_2^2 + \frac{16}{5} \lambda^3 G_3^2 \right). \quad (2.19)$$

В частном случае неполяризованных точечных лептонов получаем результаты работы [18].

Для ядер со спином 2 соответствующие функции B_1 и B_2 есть

$$B_1 = \frac{1}{8} (\lambda + 1) \left[G_1^2 + \left(\frac{8}{5} \lambda \right)^2 G_3^2 \right],$$

$$B_2 = \frac{1}{20} \left(5 G_0^2 + \frac{5}{2} \lambda G_1^2 + \frac{14}{9} \lambda^2 G_2^2 + \frac{32}{5} \lambda^3 G_3^2 + \frac{512}{315} \lambda^4 G_4^2 \right). \quad (2.20)$$

Выпишем еще выражение для сечения рассеяния неполяризованных лептонов на мишени со спином 2, которое согласно (2.14) имеет вид

$$\frac{d\sigma^0}{d\Omega} = \sigma_M(\theta) \left\{ G_0^2 + \frac{14}{45} \lambda^2 G_2^2 + \frac{2}{7} \left(\frac{16}{15} \lambda^2 \right)^2 G_1^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \lambda \left[1 + 2(\lambda + 1) \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right] \left[G_1^2 + \left(\frac{8}{5} \lambda \right)^2 G_3^2 \right] \right\}. \quad (2.21)$$

5. В заключение остановимся на некоторых процессах неупругого рассеяния лептонов.

В качестве первого примера рассмотрим реакцию

$$\gamma + l \rightarrow l + \pi^0, \quad (2.22)$$

которая может быть использована для изучения формфактора в вершине $\pi^0 \gamma \gamma$ в области пространственных передач импульса. Для этого процесса функции B_1 и B_2 , которые согласно (2.4) и (2.6) определяют сечение и вектор поляризации рассеянного лептона в произвольной системе координат, имеют аналогичный (1.37) вид

$$B_1 = t q^{-4} B_2, \quad B_2 = \frac{1}{128\pi\alpha} q^2 |F(q^2)|^2. \quad (2.23)$$

Просуммированное по поляризациям лептона в конечном состоянии сечение в с. ц. м. есть

$$\frac{d\sigma^0}{d\Omega} = \frac{\alpha}{32\pi} \frac{|\vec{k}_1||\vec{k}_2|}{W^2 q^2} |F(q^2)|^2 \left[(W - E_2 - |\vec{k}_2| \cos \theta)^2 (g_m^2 - \gamma g_e^2) + \right. \\ \left. + \frac{1}{\gamma + 1} (W + E_2 + |\vec{k}_2| \cos \theta)^2 (g_m^2 + \gamma g_e^2) \right], \quad (2.24)$$

где

$$\gamma = \frac{4m^2}{q^2}, \quad q^2 = 2(E_1 E_2 - \vec{k}_1 \vec{k}_2 - m^2),$$

а g_e и g_m — электрический и магнитный формфакторы лептона в области пространственных передач импульса.

В качестве последнего примера рассмотрим процесс

$$l + \pi^\pm \rightarrow l + A_2^\pm, \quad (2.25)$$

для которого функции B_1 и B_2 есть

$$B_1 = tq^{-1} B_2, \quad B_2 = \frac{1}{128 M_2^2} |F(q^2)|^2. \quad (2.26)$$

Некоторые частные случаи для сечений указанного процесса приведены в работе [7].

Ереванский физический институт

Поступила 19.I.1971.

ЛИТЕРАТУРА

1. N. Cabibbo, R. Gatto, Phys. Rev., 124, 1577 (1961).
2. В. Н. Байер, УФН, 78, 619 (1962).
3. А. А. Соколов, И. М. Тернов, ДАН СССР, 153, 1052 (1963).
4. В. Н. Байер, В. С. Фадин, ДАН СССР, 161, 74 (1965).
5. И. Б. Хрипович, Ядерная физика, 3, 762 (1966).
6. В. Н. Байер, В. А. Хозе, Ядерная физика, 5, 1257 (1967).
7. Ю. Г. Шахназарян, Ядерная физика, 8, 987 (1968).
8. Ю. Г. Шахназарян, Ядерная физика 7, 385 (1968).
9. Ю. Г. Шахназарян, Изв. АН АрмССР, Физика, 3, 400 (1968).
10. А. И. Ахиезер, Л. Н. Розенцвейг, И. М. Шмушкевич, ЖЭТФ, 33, 765 (1957).
11. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, Квантовая электродинамика (1959).
12. J. D. Bjorken, J. D. Walecka, Ann. Phys., 38, 35 (1966).
13. S. M. Bilenky, R. M. Ryndin, Phys. Letters, 6, 217 (1963).
14. M. Gourdin, Nuovo Cim., 28, 533 (1963).
15. M. Gourdin, J. Micheli, Nuovo Cim., 40A, 225 (1965).
16. Г. В. Фролов, ЖЭТФ, 40, 296 (1961).
17. M. Gourdin, C. A. Piketty, Nuovo Cim., 32, 1137 (1964).
18. M. Gourdin, Nuovo Cim., 36, 129 (1965).

1/2 ՍՊԻՆ ՈՒՆԵՑՈՂ ԲԵՎԵՌԱՑՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ
ԱՆԻՀԻՂԱՑԻԱՅԻ ԵՎ ՑՐՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

ՅՈՒ. Գ. ՇԱՀՆԱԶԱՐՅԱՆ

1/2 սպին ունեցող մասնիկների էլեկտրամագնիսական փոխազդեցությունների բնագործը բերված ամենաընդհանուր տեսքի հիման վրա ստացված են լեպտոնների բեռնացված զույգի

անհիլացիայի պրոցեսում առաջացող կամայական երկմասնիկային վիճակի դիֆերենցիալ կտրվածքները: Քննարկված են բվանտային էլեկտրադինամիկայի որոշ հնարավոր խախտումներ փոքր հեռավորությունների վրա: Բերված են նաև կամայական սպին ունեցող թիրախի վրա ցրվող ոչ կետային բեռացված լեպտոնների դիֆերենցիալ կտրվածքի և ցրված լեպտոնի բեռացման վեկտորի արտահայտությունները: Բերված են անհիլացիայի և ցրման մի քանի որոշակի օրինակներ:

ON ANNIHILATION AND SCATTERING OF POLARIZED PARTICLES WITH A $1/2$ SPIN

Yu. G. SHAKHNAZARIAN

On the basis of a common form for the tensor of electromagnetic interaction of the particles with a $1/2$ spin taking into account their form-factors and polarizations, the expressions for the differential cross-section of the annihilation of the polarized nonpoint leptonic pairs into an arbitrary two-particle state are obtained. Some questions of a possible violation of quantum electrodynamics at small distances are investigated. The expressions for the differential cross-section of the polarized nonpoint leptons scattering on a target with an arbitrary spin and for polarization vector of the scattered lepton are presented. Some concrete processes are considered as the examples.