Изв. АН Армянской ССР, Физика, 6, 174—185 (1971)

О ТЕОРИИ ОБРАЗОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ*

Г. Г. БАХШЯН, Г. М. ГАРИБЯН

При рассмотрении образования переходного излучения с длинами волн, меньшими расстояний между атомами необходимо иметь такую теорию, в которой вещество не считалось бы сплошным. В предлагаемой работе, в некотором приближении, развита динамическая теория переходного излучения, когда излучение создается благодаря рассеянию поля пролетающего заряда на отдельных атомах, составляющих вещество.

В существующей теории переходного излучения считается, что в заоптической области частот вещество может быть описано диэлектрической постоянной вида $\varepsilon(\omega) = 1 - \sigma/\omega^2$, где $\sigma = 4\pi Ne^2/m$, N — число электронов в единице объема вещества, e и m — заряд и масса электрона [1]. Однако, когда длина волны излучения становится меньше расстояний между атомами, мы не имеем права [2, 3] считать, вообще говоря, среду сплошной и описывать ее с помощью приведенной выше диэлектрической постоянной. Действительно, так как для таких длин волн невозможно провести усреднение по физически бесконечно малому объему, то в качестве плотности числа электронов надо брать уже истинную квантово-механическую плотность, являющуюся функцией координат. Если исследовать тогда прохождение через вещество свободного поля излучения и интересоваться когерентной частью рассеянного поля, то рассмотрение этого процесса как рассеяния на отдельных атомах среды приводит к заключению [4], что в том случае, когда длина волны излучения больше размеров рассеивателей, этот процесс может быть описан с помощью выписанной выше независящей от координат диэлектрической постоянной. Однако этот результат относится только к распространению свободного поля излучения. В случае же поля заряда, состоящего из набора волн, эту задачу, так же как и для свободного излучения, необходимо опять рассматривать как рассеяние всего этого поля на отдельных атомах вещества. Ввиду того, что спектр поля переходного излучения простирается от оптических до весьма больших частот, то в зависимости от того, генерацией каких длин волн мы интересуемся, вещество должно быть рассмотрено либо сплошным, либо состоящим из отдельных атомов. Выраженная в *кэв*-ах частота поля, при которой ее длина волны равна

---

* Результаты первых экспериментальных исследований динамического переходного излучения, выполненных согласно настоящей работы, были доложены на Международной конференции по аппаратуре в физике высоких энергий в сентябре 1970 г., в Дубне, в двух докладах А. И. Алиханяна и А. И. Алиханяна, Г. М. Гарибяна, М. П. Лорикяна, К. К. Шихлярова.

расстоянию R_0 между атомами среды, есть $\omega_1 = 10^{-7}/R_0$. Если взять $R_0 \sim 10^{-8}$ *см*, то $\omega_1 \sim 10$ *кэв*.

Для теоретического исследования процесса образования переходного излучения с энергиями, значительно большими ω_1, мы в предлагаемой работе рассмотрим сначала рассеяние поля пролетающего заряда на отдельных атомах среды, полагая, что каждый из них обладает соответствующей диэлектрической постоянной. Просуммировав затем эти рассеянные поля по всем атомам среды, мы найдем полное поле излучения, образованного заряженной частицей в веществе.

Такой подход находится в соответствии с динамической теорией дифракции рентгеновских лучей, развитой Лауэ [3], в которой плотность числа электронов, а следовательно, и диэлектрическая постоянная вещества, считается непрерывной периодической функцией координат. В данной теории, которую естественно назвать динамической теорией переходного излучения, в отличие от обычной или классической теории, когда вещество рассматривается сплошным, мы полагаем плотность числа электронов постоянной в пределах каждого атома и равной нулю вне них.

1. Рассеяние поля прямолинейно и равномерно движущегося заряда на атоме мы будем рассматривать как рассеяние поля заряда на сфере радиуса r_0, имеющей коэффициент преломления $n = 1 - \sigma/\omega^2$, причем в качестве плотности числа электронов N мы возьмем усредненное по объему атома значение истинной квантово-механической плотности числа электронов. Такой коэффициент преломления называют также фиктивным коэффициентом преломления, так как он не учитывает заряды ядер. Этот коэффициент преломления может быть использован только в задачах рассеяния излучения, частота которого больше собственных частот поглощения атомов [5].

Рассмотрение рассеяния проведем в приближении Хюлста [6], когда предполагается, что

$$\frac{\omega}{c} r_0 \gg 1, \tag{1}$$

$$|n - 1| \ll 1, \tag{2}$$

где c — скорость света и рассеяние при этом идет без изменения частоты. Согласно Хюлста, Фурье-компонента рассеянного поля определяется формулой

$$\vec{E'}(\vec{\varkappa}) = \int dS \left(e^{2i\frac{\omega}{c} r_0 (n-1)\cos\gamma} - 1\right) e^{-i\frac{\omega}{c} r_0 \vartheta \sin\gamma \cos\varphi} \mathbf{E}_0 e^{i\left(\frac{\omega}{c} z - \omega t\right)}, \tag{3}$$

причем падающее поле есть $\mathbf{E}_0 e^{i\left(\frac{\omega}{c} z - \omega t\right)}$, а $\vec{\varkappa}$ есть составляющая волнового вектора в плоскости перпендикулярной направлению распространения первичной волны. Интегрирование в (3) производится по поперечной плоскости рассеивателя, в нашем случае атома, на котором имеет место рассеяние. Формула (3) следует из общих принци-

пов теории дифракции волн [7] и описывает тот случай, когда дифракция имеет место на сфере за счет того, что она обладает отличным от единицы коэффициентом преломления n. Величина $2r_0(n-1)\cos\gamma$, где γ есть угол входа луча в сферу (см. рисунок), дает оптическую

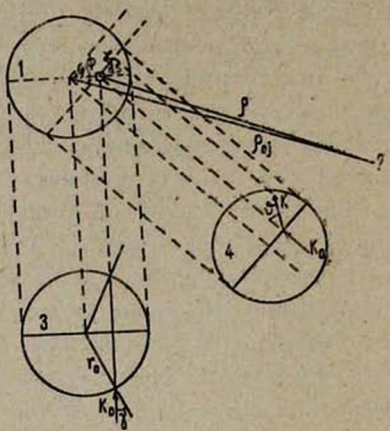

Рис. 1. 1 — плоскость поперечного сечения рассеивателя, проходящая через центр сферы и перпендикулярная волновому вектору падающего излучения $\vec{k}_0$; $\vec{\varkappa}$ направлено в точку наблюдения; траектория движения заряда перпендикулярна плоскости чертежа и проходит через точку 2; 3 — плоскость прицельного параметра $R = r_0 \sin\gamma$, в которой находится вектор $\vec{k}_0$ и центр рассеивателя; 4 — плоскость рассеяния, проходящая через векторы $\vec{k}_0$ и $\vec{k}$.

разность путей, проходимых волной в сфере и в вакууме, при рассеянии вперед. Умноженное на $E_0^{\,i\left(\frac{\omega}{c}z-\omega t\right)}$ выражение в круглых скобках, стоящее под интегралом в формуле (3), есть разность между полем, имеющимся после рассеивателя, и падающим полем в области геометрической тени рассеивателя, причем вне тени эта разность равна нулю. Множитель $e^{-i\frac{\omega}{c}r_0\vartheta\sin\gamma\cos\varphi}$ учитывает ту дополнительную разность фаз, которая возникает тогда, когда рассеяние происходит на малый, но отличный от нуля угол ϑ. При этом предположено, что угол γ не очень близок к $\frac{\pi}{2}$. Само рассеянное поле, которое можно получить с помощью Фурье-компоненты (3), имеется, наряду с падающим полем, уже во всем пространстве за рассеивателем. Отметим также, что $dS = RdRd\varphi = r_0^2\sin\gamma\cos\gamma\, d\gamma d\varphi$, так как $R = r_0\sin\gamma$.

В отличие от Хюлста в нашем случае имеет место рассеяние на сфере не свободной волны, а поля заряда. Известно, кроме того, что если разложить электрическое поле ультра-релятивистской частицы на поперечную и продольную части, то продольной компонентной можно пренебречь. Поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать рассея-

ние только поперечной части поля заряда. Ее спектральное разложение имеет вид

$$E(\vec{r}, t) = \frac{e}{\pi v} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\omega|}{v} \sqrt{1-\beta^2}\, K_1\left(\frac{|\omega|}{v}\sqrt{1-\beta^2}\,\rho\right) e^{i\left(\frac{\omega}{v}z-\omega t\right)} d\omega, \qquad (4)$$

где v есть скорость частицы, $\beta = \frac{v}{c}$, движение заряда происходит вдоль оси z, ρ — расстояние от траектории заряда в плоскости x, y, $K_1(z)$ — модифицированная функция Ганкеля первого порядка.

Для получения поперечной Фурье-компоненты рассеянного поля заряда необходимо подставить в формуле (3) вместо $E_0 e^{i\left(\frac{\omega}{c}z-\omega t\right)}$ выражение (4). Однако при этом надо иметь в виду следующее обстоятельство. Если до встречи с рассеивателем падающее поле заряда (4) двигалось с фазовой скоростью v, равной скорости движения заряда, то после рассеяния рассеявшаяся часть поля, превратившись в свободное поле, начнет двигаться с фазовой скоростью c, т. е. будет характеризоваться волновым вектором $\frac{\omega}{c}$. Имея это в виду, для Фурье-компоненты поля заряда, рассеянного атомом, находящимся в точке с координатами ρ_{0j}, z_{0j}, получим выражение

$$E_j'(\vec{\varkappa}) = \int d\omega \int dS \left(e^{i\frac{\omega}{c}r_0(n-1)\cos\gamma} - 1\right) e^{-i\frac{\omega}{c}r_0\vartheta\sin\gamma\cos\varphi} \times$$

$$\times \frac{e}{\pi v}\frac{|\omega|}{v}\sqrt{1-\beta^2}\, K_1\left(\frac{|\omega|}{v}\sqrt{1-\beta^2}\,\rho_j'\right) e^{-i\omega t + i\frac{\omega}{v}z_{0j} + i\frac{\omega}{c}\cos\vartheta(z-z_{0j})}. \qquad (5)$$

Здесь $\rho_j'^2 = \rho_{0j}^2 + 2\rho_{0j} r_0 \sin\gamma\cos(\Phi - \varphi) + r_0^2\sin^2\gamma$, где ρ_{0j} есть расстояние от траектории заряда до центра рассматриваемого атома, а Φ — угол, составляемый этим вектором с направлением в точку наблюдения (рис.). Мы учли также, что проекция волнового вектора на ось z будет $\frac{\omega}{c}\cos\vartheta$.

Рассмотрим сначала такие атомы, когда

$$\rho_{0j} \gg r_0. \qquad (6)$$

Тогда очевидно, что $\rho_{0j} \simeq \rho_j'$. В формуле (5) в этом случае можно легко произвести интегрирование по углу φ от 0 до 2π и в результате получим

$$E_j'(\vec{\varkappa}) = \frac{2er_0^2}{v}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\omega|}{v}\sqrt{1-\beta^2}\, K_1\left(\frac{|\omega|}{v}\sqrt{1-\beta^2}\,\rho_{0j}\right) \times$$

$$\times I \cdot e^{i\left(\frac{\omega}{c}\cos\vartheta \cdot z - \omega t + \frac{\omega}{v}(1-\beta\cos\vartheta)\, z_{0j}\right)} d\omega, \tag{7}$$

где

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(e^{2i\frac{\omega}{c} r_0 (n-1)\cos\gamma} - 1\right) J_0\left(\frac{\omega}{c} r_0 \vartheta \sin\gamma\right) \sin\gamma\cos\gamma d\gamma, \tag{8}$$

а $J_0(z)$ — функция Бесселя нулевого порядка. Также как в [8], разобьем интеграл I на мнимую и действительную части. Мнимая часть интеграла легко берется, если воспользоваться вторым интегралом Сонина [9]. В результате

$$\operatorname{Im} I = \frac{2\frac{\omega}{c} r_0 (n-1)}{\xi^2}\left(\frac{\sin\xi}{\xi} - \cos\xi\right), \tag{9}$$

где $\xi^2 = 4\frac{\omega^2}{c^2} r_0^2 (n-1)^2 + \frac{\omega^2}{c^2} r_0^2 \vartheta^2$. Для действительной части имеем

$$\operatorname{Re} I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\cos\left(2\frac{\omega}{c} r_0 (n-1)\cos\gamma\right) - 1\right] J_0\left(\frac{\omega}{c} r_0 \vartheta \sin\gamma\right) \sin\gamma\cos\gamma\, d\gamma. \tag{10}$$

Заметим, что в нашей задаче

$$\frac{\omega}{c} r_0 |n-1| \ll 1. \tag{11}$$

В самом деле, если предположить, что имеет место неравенство, обратное (11), то оно не будет выполняться одновременно с условием (1). Действительно, эти условия будут совместны лишь при выполнении неравенства $r_0\sigma/2c^2 \gg 1$, которое при $r_0 \sim 10^{-8}$ *см* и $\sigma \sim 10^{34}$ *сек*$^{-2}$ не имеет места.

Рассеяние, происходящее при выполнении условий (1), (2) и (11) называют рассеянием Релея-Ганса [6]. Разлагая $\cos\left(2\frac{\omega}{c} r_0 (n-1)\cos\gamma\right)$ в ряд и оставляя первый неисчезающий член, получим

$$\operatorname{Re} I = -\frac{4(n-1)^2}{\vartheta^2} J_2\left(\frac{\omega}{c} r_0 \vartheta\right). \tag{12}$$

Для того чтобы оценить относительный вклад мнимой и действительной частей интеграла (8), разобьем значения угла ϑ на две области, когда $\frac{\omega}{c} r_0 \vartheta \gg 1$ и $\frac{\omega}{c} r_0 \vartheta \ll 1$. Нетрудно убедиться, что в обоих случаях главный вклад будет давать мнимая часть, т. е. $I = i \operatorname{Im} I$.

Само рассеянное поле в точке с координатами $\vec{\rho}_j$, z, где $\vec{\rho}_j$ есть радиус-вектор точки наблюдения в плоскости x, y, отсчитываемый от атома, находящегося в точке с радиус-вектором $\vec{\rho}_{0j}$, будет равно

$$E_j(\vec{r}, t) = \int E_j(\vec{\varkappa})\, e^{i\vec{\varkappa}\vec{\rho}_j} \frac{d\vec{\varkappa}}{(2\pi)^2}. \tag{13}$$

Если ввести теперь радиус-вектор точки наблюдения $\vec{\rho}$, отсчитываемый от траектории заряда, причем $\vec{\rho}_j = \vec{\rho} - \vec{\rho}_{0j}$, то последнему выражению можно придать вид

$$E_j(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(\omega, \vartheta)\, \beta(\vec{\rho}_{0j}, z_{0j})\, e^{i\left(\vec{\varkappa}\vec{\rho} + \frac{\omega}{c}\cos\vartheta \cdot z - \omega t\right)} d\omega d\vec{\varkappa}, \tag{14}$$

где

$$\alpha(\omega, \vartheta) = \frac{er_0^2}{\pi^2 v} \frac{|\omega|}{v} \sqrt{1-\beta^2}\, \frac{i\frac{\omega}{c} r_0 (n-1)}{\xi^2} \left(\frac{\sin\xi}{\xi} - \cos\xi\right), \tag{15}$$

$$\beta(\vec{\rho}_{0j}, z_{0j}) = K_1\left(\frac{|\omega|}{v}\sqrt{1-\beta^2}\,\rho_{0j}\right) e^{i\frac{\omega}{v}(1-\beta\cos\vartheta) z_{0j} - i\vec{\varkappa}\vec{\rho}_{0j}}, \tag{16}$$

причем $\varkappa = \frac{\omega}{c}\vartheta$. Из формулы (16) видно, что рассеянное поле не будет экспоненциально малым, если атом, на котором имеет место рассеяние, находится на таком расстоянии ρ_{0j} от траектории частицы, что

$$\frac{|\omega|}{v}\sqrt{1-\beta^2}\,\rho_{0j} < 1. \tag{17}$$

Для выполнения этого неравенства необходимо, чтобы энергия частицы и расстояние между атомами R_0, по крайней мере, удовлетворяли неравенству

$$\frac{|\omega|}{v}\sqrt{1-\beta^2}R_0 \ll 1. \tag{18}$$

Формулы (14)—(16) дают поле, рассеянное атомами, находящимися на расстояниях $\rho_{0j} \gg r_0$ от траектории заряда. Для того чтобы получить поле, рассеянное атомами, находящимися на расстояниях $\rho_{0j} \ll r_0$, необходимо сделать соответствующее приближение в общей формуле (5) и провести расчеты, аналогичные вышеприведенным. Оказывается, что получающийся при этом результат легко выразить с помощью формул (14)—(16). При этом необходимо различать два случая:

1) $\frac{\omega}{c} r_0 \vartheta \ll 1$. Тогда надо положить только в формуле (16) $\rho_{0j} = \frac{4r_0}{3\pi} \sim \frac{r_0}{2}$ и разложить $K_1(z) \sim 1/z$.

2) $\frac{\omega}{c} r_0 \vartheta \gg 1$. Теперь в формуле (16) ρ_{0j} надо положить равным $1\Big/\frac{\omega}{c}\vartheta$ и произвести такое же разложение функции $K_1(z)$.

С учетом этих замечаний, можно считать, что формулы (14)—(16) дают поперечную компоненту поля, рассеянного атомом, находящимся на любом расстоянии от траектории заряда.

2. Очевидно, что поле, рассеянное совокупностью атомов, получится, если просуммировать выражение (14) по всем координатам центров атомов $\vec{\rho}_{0j}$, z_{0j}. Полное количество рассеянной энергии, прошедшей за все время пролета частицы через плоскость $z = \text{const}$, расположенную за рассеивателем, будет равно

$$W' = \frac{c}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dtdxdy \left[\sum_{\vec{\rho}_{0j},\, z_{0j}} E_j'(\vec{r}, t) \right]^2. \tag{19}$$

Пользуясь формулами (14)—(16), последнее выражение можно записать в следующем виде:

$$W' = 4\pi^2 c \int_0^{\infty} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 d\omega\, \vartheta d\vartheta d\varphi\, |\alpha(\omega, \vartheta)|^2 \cdot L, \tag{20}$$

где

$$L = \sum_{\substack{\vec{\rho}_{0j},\, z_{0j} \\ \vec{\rho}_{0k},\, z_{0k}}} K_1\left(\frac{\omega}{v}\sqrt{1-\beta^2}\,\rho_{0j}\right) \times$$

$$\times K_1\left(\frac{\omega}{v}\sqrt{1-\beta^2}\,\rho_{ik}\right) e^{-i\vec{\varkappa}\left(\vec{\rho}_{0j}-\vec{\rho}_{0k}\right)+i\frac{\omega}{v}(1-\beta\cos\vartheta)(z_{0j}-z_{0k})}. \tag{21}$$

Формула (20) с выражением для L, в котором производят суммирование по всем рассеивающим атомам, дает количество рассеянной энергии в предположении, что рассеянное поле движется в веществе, не проходя через атомы, т. е. что оно движется с фазовой скоростью равной c и не поглощается.

Будем считать, что заряд пролетает через кристалл, элементарная ячейка которого содержит один атом, причем движение происходит перпендикулярно к совокупности атомных плоскостей $z_{0j} = \text{const}$. Прежде чем производить в L суммирование по всем рассеивателям, усреднim выражение (20) по всем возможным значениям $\vec{\rho}_{0j}$ и z_{0j}, вызванным тепловыми колебаниями атомов кристаллической решетки относительно положений равновесия. Очевидно, что это сводится к усреднению величины L. Усреднение проведем, следуя работе [10]. Подставляя $\vec{\rho}_{0j} \to \vec{\rho}_{0j} + \vec{u}_j$, $z_{0j} \to z_{0j} + u_j$, где $\vec{u}_j$ есть тепловое смещение j-го атома в плоскости x, y, а u — в направлении z и считая, что между тепловыми колебаниями различных атомов нет связи, получим

$$\overline{L} = \overline{L}_{1,\,2} \cdot \overline{L}_3, \tag{22}$$

$$\overline{L}_{1,\,2} = e^{-\frac{\omega^2}{c^2}\vartheta^2\overline{u^2}}\left|\sum_j K_1\left(\frac{\omega}{v}\sqrt{1-\beta^2}\,\rho_{0j}\right)e^{-i\vec{\varkappa}\vec{\rho}_{0j}}\right|^2 +$$

$$+\left(1-e^{-\frac{\omega^2}{c^2}\vartheta^2\overline{u^2}}\right)\sum_j K_1^2\left(\frac{\omega}{v}\sqrt{1-\beta^2}\,\rho_{0j}\right), \tag{23}$$

$$\overline{L}_3 = e^{-\frac{\omega^2}{v^2}(1-\beta\cos\vartheta)^2\overline{u^2}}\left|\sum_l e^{i\frac{\omega}{v}(1-\beta\cos\vartheta)z_{0l}}\right|^2 +$$

$$+\left(1-e^{-\frac{\omega^2}{v^2}(1-\beta\cos\vartheta)^2\overline{u^2}}\right)N_3, \tag{24}$$

где N_3 есть число атомных плоскостей в направлении оси z, а $\overline{u^2}$ есть средний квадрат амплитуды тепловых колебаний атомов. Экспоненты, где имеются $\overline{u^2}$, есть факторы Дебая-Валлера, причем

$$\overline{u^2} = 3\hbar^2/(Mk\theta)\left[\frac{1}{4} + \frac{T^2}{\theta^2}\int_0^{\theta/T} z\,dz/(e^z-1)\right],$$

M — масса атома, θ — температура Дебая, k — постоянная Больцмана [11].

Оценим порядок величин, входящих в формулы (23), (24). Так как $\sqrt{\overline{u^2}} \sim 10^{-9}$ *см*, и полагая $\omega \sim 10^2$ *кэв* $(1{,}6\cdot 10^{20}$ *сек*$^{-1})$, $\vartheta \sim \sqrt{1-\beta^2}$, энергии частиц в интервале $\frac{\mu c^2}{E} = \sqrt{1-\beta^2} = 10^{-3} \div 10^{-4}$; нетрудно убедиться, что факторы Дебая-Валлера обращаются в единицу. Следовательно, в рассматриваемой задаче тепловыми колебаниями атомов можно пренебречь. В результате нам остается вычислить в формулах (23), (24) только квадраты абсолютных значений указанных там сумм.

Обратимся к первой сумме, стоящей в формуле (23), т. е. к

$$\sum_j K_1\left(\frac{\omega}{v}\sqrt{1-\beta^2}\,\rho_{0j}\right)e^{-i\varkappa\rho_{0j}\cos\varphi_j}, \tag{25}$$

где φ_j — угол между $\vec{\varkappa}$ и $\vec{\rho}_{0j}$. Покажем сначала, что суммирование по ρ_{0j} и φ_j можно заменить интегрированием. Для этого заметим, что приращения, которые испытывают ρ_{0j} и φ_j при суммировании по всем атомам, находящимся в данной атомной плоскости $z = z_{0j}$, равны $\Delta\rho_{0j} \sim R_0 = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$, $\Delta\varphi_j \sim R_0/\rho_{0j}$. Следовательно, приращение аргументов функций суммы (25) будут равны, соответственно, $\frac{\omega}{c}\sqrt{1-\beta^2}\,R_0$ и $i\frac{\omega}{c}R_0\vartheta$. Первое приращение много меньше единицы согласно (18), тогда как второе будет много меньше единицы, если

$$\vartheta \ll \frac{1}{\frac{\omega}{c} R_0}. \tag{26}$$

Если $\vartheta \sim \sqrt{1-\beta^2}$, в чем мы убедимся ниже, то нетрудно видеть, что неравенство (26) также имеет место, так как согласно (18) правая часть (26) много больше $\sqrt{1-\beta^2}$.

Сумма (25), представленная в виде интеграла, будет иметь следующий вид

$$\int_0^\infty \int_0^{2\pi} K_1\left(\frac{\omega}{v}\sqrt{1-\beta^2}\,\rho\right) e^{-iz\rho\cos\varphi} \frac{\rho d\rho d\varphi}{a_x a_y}. \tag{27}$$

Интеграл по φ дает $2\pi J_0(x\rho)$. Оставшийся интеграл по ρ имеется в таблицах [12] и в результате получаем

$$L_{1,2} = \frac{\pi^4}{a_x^2 a_y^2 \left(\frac{\omega}{v}\sqrt{1-\beta^2}\right)^4} \cdot F^2\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}; 1; -\frac{\vartheta^2}{1-\beta^2}\right), \tag{28}$$

где F есть гипергеометрическая функция Гаусса. В нашем частном случае $F\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}; 1; z\right) = \frac{1}{\pi}\int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{t(1-t)}(1-tz)^{3/2}}$. При $\vartheta \ll \sqrt{1-\beta^2}$ имеем, что

$$F = 1 - \frac{3}{4}\frac{\vartheta^2}{1-\beta^2} + \cdots, \tag{29}$$

тогда как при $\vartheta \gg \sqrt{1-\beta^2}$ получаем [13]

$$F \approx \frac{2}{\pi}\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\vartheta}. \tag{30}$$

Обратимся теперь к сумме, имеющейся в формуле (24). Нетрудно получить, что

$$\overline{L}_3 = \frac{\sin^2\left[\frac{\omega}{4v}(1-\beta^2\cos^2\vartheta)\, z_0 N_3\right]}{\sin^2\left[\frac{\omega}{4v}(1-\beta^2\cos^2\vartheta)\, z_0\right]}, \tag{31}$$

где z_0 есть расстояние между атомными плоскостями.

С помощью формул (20), (15), (22), (28) и (31) для числа испущенных фотонов получаем выражение

$$N' = \frac{2\pi q_0^2}{137(1-\beta^2)_e}\int \frac{d\omega}{\omega^3} \frac{\vartheta d\vartheta \cdot F^2\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}; 1; -\frac{\vartheta^2}{1-\beta^2}\right)}{(1-\beta^2\cos^2\vartheta)^2} \times$$

$$\times \sin^2\left[\frac{\omega}{4v}(1-\beta^2\cos^2\vartheta)\, z_0 N_3\right], \tag{32}$$

причем $\sigma_0 = 4\pi Ne^2/m$, где N есть число электронов в единице объема кристалла.

Полученная таким образом формула применима только к кристаллам ограниченной толщины. Действительно, пользуясь выражением (4) для поля заряда, мы считали, что поле заряда таково, как если бы заряд двигался в вакууме. На самом же деле поле заряда по мере проникновения в вещество начинает искажаться его же рассеянным полем. Оценим расстояние, на котором это искажение начинает ощущаться.

Для этого заметим, что проекция волнового вектора поля заряда на направление движения есть $\frac{\omega}{v}$, тогда как проекция волнового вектора поля излучения на это же направление есть $\frac{\omega}{c}\cos\vartheta$. Фаза волны, испущенной зарядом при входе в кристалл, будет равна $\frac{\omega}{c}\cos\vartheta \cdot l$ в плоскости $z = l$, а фаза поля заряда в той же плоскости будет $\frac{\omega}{v} l$. Разность фаз этих полей равна $\frac{\omega}{v}(1 - \beta\cos\vartheta)\, l$. Если эта величина $\sim \pi$, то поля будут находиться в противофазе. С другой стороны, оценка формулы (14) показывает, что величина поля, рассеянного на атомах, находящихся внутри области действия поля заряда (5), будет меньше поля заряда (5), записанного в виде трехкратного интеграла Фурье, если $\frac{l\sigma_0}{4\omega c} < 1$.

Таким образом, формула (32) будет применима при выполнении условий

$$l < l_0,\ l < \frac{4\omega c}{\sigma_0}, \tag{33}$$

где

$$l_0 = \frac{c/\omega}{1-\beta^2} \tag{34}$$

есть длина когерентности. Из двух условий (33) при $\omega < \frac{\sqrt{\sigma_0}}{\sqrt{1-\beta^2}}$ более жестким является второе.

3. В заключение отметим, какие изменения внесет учет поглощения в приведенные формулы. Ясно, что поглощение надо учесть в выражении для L_3. Пусть μ есть коэффициент поглощения, выраженный в $см^{-1}$. Тогда если $L_3 = |l_3|^2$, то

$$l_3 = 1 \cdot e^{-\mu(N_3-1)z_0} + e^{i\frac{\omega}{v}(1-\beta\cos\vartheta)z_0} e^{-\mu(N_3-2)z_0} + \cdots + e^{i\frac{\omega}{v}(1-\beta\cos\vartheta)z_0(N_3-1)} \cdot 1.$$

Поступая также как в [14], нетрудно получить

$$L_3 = \frac{4e^{-\mu z_0 N_3}\sin^2\left(\frac{\omega}{2v}(1-\beta\cos\vartheta)\,z_0 N_3\right)+(1-e^{-\mu z_0 N_3})^2}{4e^{-\mu z_0}\sin^2\left(\frac{\omega}{2v}(1-\beta\cos\vartheta)\,z_0\right)+(1-e^{-\mu z_0})^2}. \quad (35)$$

Так как

$$\mu z_0 \ll 1, \quad \frac{\omega}{2v}(1-\beta\cos\vartheta)\,z_0 \ll 1, \quad (36)$$

то

$$L_3 = \frac{4e^{-\mu z_0 N_3}\sin^2\left(\frac{\omega}{2v}(1-\beta\cos\vartheta)\,z_0 N_3\right)+(1-e^{-\mu z_0 N_3})^2}{\left(\frac{\omega}{v}(1-\beta\cos\vartheta)\,z_0\right)^2+(\mu z_0)^2}. \quad (37)$$

Пусть

$$\frac{\omega}{v}(1-\beta\cos\vartheta) \gg \mu, \quad (38)$$

т. е. поглощение на длине когерентности (34) мало, а следовательно, согласно (33), оно мало и на всей длине кристалла, т. е. $\mu z_0 N_3 \ll 1$. Тогда мы приходим к формуле (31).

Пусть теперь имеет место случай обратный (38), т. е.

$$\frac{\omega}{v}(1-\beta\cos\vartheta) \ll \mu. \quad (39)$$

Тогда в знаменателе формулы (37) надо пренебречь первым членом. Из формулы (39) следует, что

$$\frac{\omega}{v}(1-\beta\cos\vartheta)\,z_0 N_3 \ll \mu z_0 N_3.$$

Если

$$\mu z_0 N_3 \ll 1, \quad (40)$$

то

$$L_3 = N_3^2. \quad (41)$$

Если же

$$\mu z_0 N_3 \gg 1, \quad (42)$$

то

$$L_3 = \frac{1}{(\mu z_0)^2}. \quad (43)$$

Таким образом, в работе учтено то излучение, которое возникает при прямолинейном и равномерном пролете ультрарелятивистской заряженной частицы через кристалл в области энергий излучения порядка нескольких десятков *кэв*. Эти ограничения следуют из неравенства (1) и области применимости приближения Хюлста (3). Используемое приближение (3) предполагает также малость угла рассеяния, который действительно оказывается в результате расчета малым ($\sim\sqrt{1-\beta^2}$).

Схожие задачи рассматривались в работах [15, 16]. Однако в работе [15] эта задача решалась для аморфной среды, а в работе [16]

где исследование было проведено для монокристалла, рассматривалась область энергий квантов много больших массы покоя электрона.

Авторы выражают свою благодарность А. И. Алиханяну, А. Ц. Аматуни, П. А. Безирганяну, Ю. М. Кагану, М. П. Лорикяну, В. Л. Любошицу и М. И. Подгорецкому, беседы с которыми способствовали прояснению различных вопросов, связанных с настоящей работой.

Ереванский физический институт,
Институт радиофизики и электроники
АН АрмССР

Поступила 17.XII.1970

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. М. Гарибян*, ЖЭТФ 37, 527 (1959),
2. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Электродинамика сплошных сред. М., 1957, § 99.
3. *Дж. Слэтер*, Диэлектрики, полупроводники, металлы. М., 1969, гл. 6.
4. *В. Л. Любошиц*, ЖЭТФ, 52, 926 (1967).
5. *Р. Джеймс*, Оптические принципы дифракции рентгеновских лучей. М., 1950, гл. 8.
6. *Р. Ньютон*, Теория рассеяния волн и частиц. М., 1969, гл. 3.
7. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Теория поля. М., 1967, § 61.
8. *Г. ван де Хюлст*, Рассеяние света малыми частицами. М., 1961, гл. 11.
9. *Г. Н. Ватсон*, Теория бесселевых функций. М., 1949.
10. *С. Г. Калашников, М. А. Леонтович*, ЖЭТФ, 10, 749 (1940).
11. Handbuch der Physik. Herausgegeben von S. Flugge. Berlin, 1957. Band XXXII, s. 571, *Дж. Займан*, Принципы теории твердого тела. М., 1966, гл. II.
12. *И. С. Градштейн, И. М. Рыжик*, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1962, стр. 707.
13. *А. Кратцер, В. Франц*, Трансцендентные функции. М., 1963, стр. 112.
14. *Г. Г. Гарибян*, Изв. АН АрмССР, Физика, 6, № 1 (1971).
15. *И. Н. Топтыгин*, ЖЭТФ, 46, 851 (1964).
16. *В. Г. Кудрявцев, М. И. Рязанов*, Письма ЖЭТФ, 11, 503 (1970).

ԴԻՆԱՄԻԿ ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԱՌԱՋԱՑՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Գ. Մ. ՂԱՐԻԲՅԱՆ, Հ. Գ. ԲԱԽՇՅԱՆ

Միշատոմային տարածություններից փոքր ալիքի երկարություն ունեցող անցումային ճառագայթման առաջացման դիտարկման համար անհրաժեշտ է այնպիսի տեսություն, որում նյութը չի համարվում անընդհատ։

Առաջարկված աշխատանքում, որոշ մոտավորությամբ զարգացվում է անցումային ճառագայթման դինամիկ տեսություն, որում ճառագայթումը առաջանում է նյութի առանձին ատոմների վրա անցնող լիցքի դաշտի ցրման շնորհիվ։

ON THE THEORY OF DYNAMICAL TRANSITION RADIATION PRODUCTION

G. M. GARIBIAN, G. G. BAKHSHIAN

When considering the production of transition radiation with wave lengths less that the distance between the atoms of substance, it is necessary to have such a theory which deals with non-solid structure of the substance. In a work proposed, the dynamical theory of the transition radiation is developed, the radiation being due to the scattering of charge-in-flight field on separate atoms forming the substance considered.