

К РАСЧЕТУ ДВУХЗЕРКАЛЬНЫХ АНТЕНН

Л. Д. БАХРАХ, К. Е. КАРАПЕТЯН

Рассматриваются вопросы применимости лучевой трактовки к электромагнитным полям. Вводится критерий применимости.

Проводится расчет формы (профиля) малого зеркала параболической двухзеркальной антенны. Оно должно скомпенсировать влияние краевых дифракционных эффектов. Приводятся результаты аналитического и численного расчета.

Обосновывается корректность геометрикооптического подхода к расчету малого зеркала.

1. Критерий применимости лучевой трактовки

При проектировании и расчете многозеркальных антенн важным обстоятельством является, как известно, возможность применимости геометрикооптических методов. В некоторых случаях, когда правомерность применения метода геометрической оптики вызывает сомнения, необходимо провести соответствующее исследование.

Уравнения Максвелла, которым удовлетворяют электромагнитные поля, отраженные от идеально проводящего зеркала, можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \vec{E} &= i\omega\mu\vec{H}, \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= i\omega\varepsilon\vec{E}.\end{aligned}\quad (1)$$

При этом можно положить, что

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_0 e^{-i\psi}, \\ \vec{H} &= \vec{H}_0 e^{-i\psi}.\end{aligned}\quad (2)$$

При этом в представлении не содержится никакого приближения.

Имея строгое решение уравнений для $\vec{E}$ и $\vec{H}$ и некоторую функцию координат ψ , можно, подставив (2) в (1) и произведя несложные преобразования, получить следующее уравнение

$$(\nabla\psi)^2 - k^2 = \frac{(\nabla\psi\vec{E}_0)^2 - i[\operatorname{rot} \vec{E}_0, \nabla\psi] + i\omega\mu \operatorname{rot} \vec{H}_0}{(\vec{E}_0)^2}.\quad (3)$$

Правую часть (3) обозначим через $f(\vec{E}_0, \vec{H}_0, \nabla\psi)$. Уравнение (3) перейдет в уравнение эйконала

$$(\nabla\psi)^2 - k^2 = 0,\quad (4)$$

если функционал

$$f(\vec{E}_0, \vec{H}_0, \nabla\psi) \ll k^2.\quad (5)$$

Таким образом, можно сказать, что если для класса полей выполнено неравенство (5), то к этому классу полей применима концепция геометрической оптики (представления о лучах, принцип Ферма и т. п.). Вообще говоря, уравнение эйконала строго выполнимо для плоских волн; для квазиплоских волн оно никогда не выполняется строго. Так как практически мы имеем только квазиплоские волны, то уравнение эйконала является всегда приближенным.

Критерий (5) является необходимым условием применимости лучевой трактовки к исследуемым полям. Существенно то обстоятельство, что его можно применять к различным приближенным решениям (получаемым без использования геометрикооптических методов; лучевая трактовка сама есть тоже формальное следствие уравнения эйконала).

И, наконец, можно сказать, что если некоторое приближенное решение близко к точному, то его подстановка в правую часть уравнения (3) для проверки критерия (5) оправдана, т. е. если $\vec{E}_{\text{ист}}, \vec{H}_{\text{ист}}$ — истинное поле, а $\vec{E}, \vec{H}$ — некоторое решение, то

$$|f(\vec{E}e^{-i\psi}, \vec{H}e^{-i\psi}, \nabla\psi) - f(\vec{E}_{\text{ист}}e^{i\psi}, \vec{H}_{\text{ист}}e^{i\psi}, \psi)| \ll \ll 1 \ll |f(\vec{E}e^{i\psi}, \vec{H}e^{i\psi}, \nabla\psi)|. \quad (6)$$

Известно [1], что приближение геометрической оптики неприменимо в точках каустик полей. Потому оценка функционала $f(\vec{E}_0, \vec{H}_0, \nabla\psi)$ проводилась на каустике и дала результат $0,2 k^2$. Исследования проводились в точках каустики отраженной от идеально проводящей сферы плоской электромагнитной волны. Функционал $f(\vec{E}_0, \vec{H}_0, \nabla\psi)$ оказался равным $0,02 k^2$ в точках поля, удаленных от каустики на расстояние порядка одной длины волны вдоль нормали к ней. Следовательно, условием применимости лучевой трактовки к полю можно считать следующее соотношение

$$f(\vec{E}_0, \vec{H}_0, \nabla\psi) \leq 0,02 k^2. \quad (7)$$

2. Параболическая двухзеркальная антенна с зеркалом, корректирующим краевые потери на дифракцию

Как известно, дифракционные явления на краях зеркальных антенн приводят к потере эффективной площади, к.п.д., росту бокового излучения, собственных шумов и др.

В некоторых случаях представляется возможность учета этих эффектов и внесения в антенную систему коррекций с целью их ликвидации.

Особый интерес в этом отношении представляет двухзеркальная антенна, где коррекция может быть внесена в форму поверхности малого зеркала. Ниже рассмотрена двухзеркальная параболическая ан-

тенна с корректирующим краевые дифракционные потери малым зеркалом.

Такая коррекция может быть произведена на одной длине волны.

В антенных системах типа Кассегрен поле в некоторой точке P (рис. 1) может быть представлено в виде [2]:

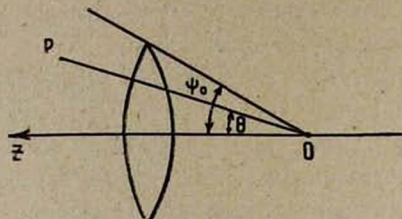


Рис. 1.

$$U_P = \frac{e^{iku}}{a} (B \cos \theta - C) +$$

$$+ [Ue^{ik(r_0+a) + \frac{\pi}{4}l} - Ve^{ik(r_0+\beta) - \frac{\pi}{4}l}],$$

$$U = \frac{1}{4\pi a} \sqrt{\frac{\lambda \alpha \sin \psi_0}{ar_0 \sin \theta}} \cdot \frac{1 + \cos(\psi_0 - \theta)}{\sin(\psi_0 - \theta)} \cdot [B \cos(\psi_0 - 2\theta) - C], \quad (8)$$

$$V = \frac{1}{4\pi a} \sqrt{\frac{\lambda \beta \sin \psi_0}{ar_0 \sin \theta}} \cdot \frac{1 + \cos(\psi_0 + \theta)}{\sin(\psi_0 + \theta)} \cdot [B \cos \psi_0 - C],$$

$$\alpha = \sqrt{a^2 + r_0^2 - 2ar_0 \cos(\psi_0 - \theta)},$$

$$\beta = \sqrt{a^2 + r_0^2 - 2ar_0 \cos(\psi_0 + \theta)}.$$

B , C , a и r_0 — постоянные, определенные геометрией системы и условием облучения на краях малого зеркала; a — расстояние от точки O до точки P ; θ — текущий угол между оптической осью и направлением в точку P .

Уравнение (8) содержит в себе кроме геометрооптического члена еще и дифракционную поправку первого порядка, которую желательно скомпенсировать, например, выбором соответствующего профиля малого зеркала. Он может быть выбран таким образом, чтобы сферический волновой фронт после отражения от второго зеркала не претерпевал бы искажений, несмотря на краевые эффекты. Отраженное от малого зеркала поле в точке P можно представить в виде

$$\frac{e^{ika}}{a} (B \cos \theta - C) = e^{ikZ(\theta)} (B \cos \theta - C) + \Phi(\theta), \quad (9)$$

где

$$\Phi(\theta) = Ue^{i\gamma} - Ve^{i\chi},$$

$Z(\theta)$ — фазовая характеристика поля, отраженного от зеркала.

$$|Y| = a - Z(\theta) = a - \frac{1}{2\pi} \arctg \left(\frac{A_1}{B_1} \right),$$

$$A_1 = \frac{B \cos \theta - C}{a} \sin 2\pi a - U \sin \gamma + V \sin \alpha,$$

$$B_1 = \frac{B \cos \theta - C}{a} \cos 2\pi a - U \cos \gamma + V \cos \alpha,$$

$$\gamma = 2\pi (r_0 + a) + \frac{\pi}{4},$$

$$\alpha = 2\pi (r_0 + \beta) - \frac{\pi}{4}.$$

U и V — функции, определенные выше.

Искомую поверхность малого зеркала можно найти, например, методом волновых фронтов, требуя чтобы она преобразовывала сферический волновой фронт в волновой фронт вида $|Y|$.

Уравнения волновых фронтов и переотражающих поверхностей записываются в векторной форме. Падающий сферический фронт

$$\vec{X} = a \vec{l},$$

$$\text{отраженный} - \vec{Y} = Y_x \vec{l} + Y_y \vec{j},$$

где

$$Y_x = |Y| \cos \theta,$$

$$Y_y = |Y| \sin \theta.$$

Начало координат находится в точке O_1 .

Нормаль к волновому фронту $|Y|$

$$\vec{\xi} = \xi_x \vec{l} + \xi_y \vec{j},$$

где

$$\xi_x = \cos \lambda,$$

$$\xi_y = \sin \lambda.$$

(10)

а A'_1 , B'_1 , U'_1 и V'_1 — производные по θ .

Искомая поверхность отражателя $\vec{R} = \vec{l} R_x + \vec{j} R_y$ запишется следующим образом:

$$R_x = Y_x + \xi_x \cdot P,$$

$$R_y = Y_y + \xi_y \cdot P,$$

(11)

$$P = \frac{c_1^2 - (Y_x - a)^2 - Y_y^2}{2[c_1 + (Y_x - a)s_x + Y_y \xi_y]},$$

$$c_1 = \sqrt{a^2 + r_0^2 - 2ar_0 + (a - r_0)}.$$

По полученным формулам производились расчеты вторых зеркал требуемой формы на ЭВМ „Раздан 2“. Угол θ менялся в пределах от 1° до 60° , ψ_0 задавалось равным 60° и для каждой пары a и r_0 брались различные значения пар B и C . Значения a и r_0 приведены в табл. 1.

Таблица 1

a	100	50	20
r_0	10	5	2

Форма полученных поверхностей зеркал отличается от обычной гиперболы наложением на ее поверхность волнообразных отклонений. Их величина по амплитуде не превышает рабочую длину волны. Числовой пример такого корректирующего зеркала приведен в таблице 2 (цифры даны в долях λ). Видно, что профиль нового зеркала (R_x , R_y) отличается от гиперболы (R_{xr} , R_{yr}).

Таблица 2

№	θ	R_x	R_y	R_{xr}	R_{yr}
1	0,5°	3,6493	0,02375	3,6513	0,0637
2	5°	3,6379	0,5642	3,6438	0,3508
3	10°	3,6564	0,3123	3,6231	0,6715
4	20°	3,4877	1,7023	3,5412	1,3240
5	30°	3,4621	1,6831	3,4000	2,0028
6	40°	3,0238	3,2487	3,1761	2,7609
6	50°	2,5532	4,4916	2,8722	3,5469

Искомую поверхность второго зеркала можно найти также путем решения обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Предполагается, что из точки O_1 (рис. 2) на зеркало (x , y) падает

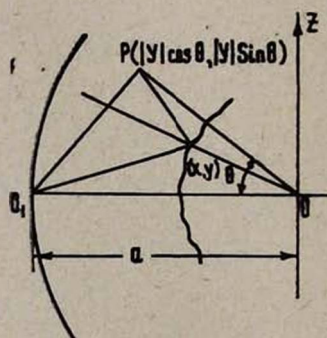


Рис. 2.

сферическая волна, которая после отражения преобразовывается в некоторый фронт $|Y|$. В декартовых координатах он может быть записан в виде

$$Y_x = |Y| \cos \theta,$$

$$Y_y = |Y| \sin \theta,$$

где $|Y| = a - Z(\theta)$ — функция, определенная выше.

Поверхность искомого зеркала (x, y) находится решением дифференциального уравнения, которое определяет угловой коэффициент нормали к поверхности искомого зеркала. После некоторых несложных преобразований можно заключить:

$$\sqrt{(a-x)^2 + y^2} + \sqrt{(|Y|\cos\theta - x)^2 + (|Y|\sin\theta - y)^2} = c_1, \quad (12)$$

$$-\frac{dx}{dy} =$$

$$= \frac{(|Y|\sin\theta - y) \cdot \sqrt{(a-x)^2 + y^2} - y \sqrt{(|Y|\cos\theta - x)^2 + (|Y|\sin\theta - y)^2}}{(a-x) \sqrt{(|Y|\cos\theta - x)^2 + (|Y|\sin\theta - y)^2} + (|Y|\cos\theta - x) \cdot \sqrt{(a-x)^2 + y^2}}.$$

Начальное условие накладывается при $\theta = 0,5^\circ$, так как при $\theta = 0$ функция $Z(\theta)$ — не имеет смысла.

Уравнение (12) может быть решено на ЭВМ методом Рунге-Кутты.

Рассмотрим подробнее возможность применимости геометрикооптических методов к расчету корректирующих зеркал.

Очевидно, достаточно, чтобы в зоне облучения большого зеркала полное поле допускало бы лучевую трактовку, т. е. чтобы при подстановке в строгое уравнение (3) полного поля в этой зоне, с хорошей степенью точности, имело бы место уравнение эйконала. Для этого необходимо, чтобы выполнялся критерий (6).

Полное поле, отраженное малым зеркалом, может быть представлено следующим образом:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{e}_0 \cdot |\vec{E}_0| e^{-i\psi}, \\ \vec{H} &= \frac{[\vec{n}_0 \vec{e}_0]}{W} \cdot |\vec{E}_0| e^{-i\psi}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$|\vec{E}_0| = \sqrt{A_1^2 + B_1^2},$$

$$\psi = a - \frac{1}{2\pi} \arctg \frac{A_1}{B_1},$$

а A_1, B_1 — функции, определенные выше, $\vec{e}_0$ — единичный вектор в направлении $\vec{E}_0$, $\vec{n}_0$ — единичный вектор в направлении распространения волны, W — волновое сопротивление, a — варьируемая постоянная.

Функционал $f(\vec{E}_0, \vec{H}_0, \nabla\psi)$ записывается в сферических координатах: $\vec{r}_0, \vec{\theta}_0, \vec{\alpha}_0$ — направляющие векторы.

Рассматриваются две поляризации (рис. 3).

Пусть а) $\vec{e} \equiv \vec{\theta}_0$.

$$\vec{E}_0 = \vec{\theta}_0' |\vec{E}_0'|, \quad \vec{H}_0 = \frac{[\vec{n}_0 \vec{\theta}_0']}{W} |\vec{E}_0'|,$$

$$F(\theta) = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{\sin \psi_0}{r_0 \sin \theta}} \cdot \sqrt{\left[\frac{1 + \cos(\psi_0 - \theta)}{\sin(\psi_0 - \theta)} \right]^2 \cdot [B \cos(\psi_0 - 2\theta) - C]^2 + \left[\frac{1 + \cos(\psi_0 + \theta)}{\sin(\psi_0 + \theta)} \right]^2 \cdot (B \cos \psi_0 - C)^2}.$$

По формулам (14)–(15) были произведены расчеты для

$$a = 100, \quad B = 1,92, \quad \psi_0 = 60^\circ \text{ и}$$

$$r_0 = 10, \quad G = 0,92, \quad \theta = 0,5^\circ; 15^\circ; 59^\circ.$$

Численная величина $f(E, H_0, \nabla \psi)$ не превышала $0,02k^2$ для обеих выбранных поляризаций. Отсюда вытекает, что лучевая трактовка применима к полям, отраженным малым зеркалом.

Поэтому можно утверждать, что метод волновых фронтов и дифференциальных уравнений применим к расчету зеркал, корректирующих дифракцию на краях.

Армянский отдел радиотехнических измерений ВНИИФТРИ

Поступила 1.IX.1970

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Зоммерфельд, Оптика, 1953.
2. А. Е. Саломонович, Н. С. Соболева, „РЭ“, IV, вып. 5, 1959.

ԵՐԿՀԱՅԵԼԱՅԻՆ ԱՆՏԵՆԱՆԵՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Լ. Դ. ԲԱԽՐԱԽ, Կ. Ե. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

Դիտարկվում են ճառագայթային մեկնաբանության կիրառելիության հարցերը էլեկտրամագնիսական դաշտերի համար: Բերված են կիրառելիության չափանիշները:

Կատարված է երկհայելային պարաբոլիկ անտենայի փոքր հայելու ձևի (պրոֆիլի) հաշվարկ: Այն պետք է կոմպենսացնի եզրային դիֆրակցիոն էֆեկտների ազդեցությունը: Բերվում են անալիտիկ և թվային հաշվարկների արդյունքները:

Հիմնավորված է երկրաչափական օպտիկայի մոտեցման ճշգրտությունը փոքր հայելու հաշվարկի համար:

ON THE CALCULATION OF TWO REFLECTOR ANTENNA

L. D. BAKHRAKH, K. E. KARAPETIAN

The questions of application of beam interpretation to the electromagnetic field have been considered. The criterion of applicability is introduced.

The profile of the small reflector of two-reflector parabolic antenna has been calculated. It should compensate the impact of the edge diffraction effects. The results of the analytical and numerical calculations are given.

The correctness of the geometrical approach to the calculation of the small reflector has been substantiated.