

ИЗЛУЧЕНИЕ БЫСТРЫХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В МАГНИТНЫХ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ОНДУЛЯТОРАХ

Н. А. КОРХМАЗЯН, С. С. ЭЛБАКЯН

Рассмотрена задача об излучении быстрых заряженных частиц при движении в кусочно-однородных статических электрических и магнитных полях. Показано, что кусочно-однородное поле напряженности E_0

эквивалентно синусоидальному с амплитудой $\frac{2}{\pi} E_0 \cos \frac{\pi}{2} \frac{p-1}{p+1}$, где $p = \frac{b}{a}$, a — ширина магнитных (электрических) полюсов, а b — расстояние

между соседними полюсами.

Рассмотрено также влияние отклонения траектории частицы от оси ондулятора на излучение.

В работах [1, 2] была рассмотрена задача об излучении релятивистских частиц в синусоидальных электрических или магнитостатических полях. Было показано, что при определенных условиях с одного метра пробега электрон ($v \rightarrow c$) излучает около ста фотонов с энергиями $\hbar\omega \gtrsim m\hbar\Omega\gamma^2$, где $\Omega = 2\pi c/l$, $\gamma = E/Mc^2$, l — период поля, E — энергия частицы, M — масса покоя частицы, а $m = 1, 2, 3 \dots$. Например, при $l = 20$ см, $H_0 = 10^4$ эрстед, $\gamma \gtrsim 10^2$, с метра пробега испускается около 60 квантов. В частности, при $\gamma = 10^4$ энергия этих квантов находится в пределах 1–30 кэв.

В этих работах указано на возможность использования этого излучения для регистрации быстрых заряженных частиц. Впервые такая задача была рассмотрена В. Л. Гинзбургом [3], где обсуждается возможность генерации миллиметровых радиоволн. Моц [4] рассмотрел частную задачу об излучении в оптической области частот.

Практически осуществить синусоидальные статические поля, конечно, невозможно. Поэтому интересно рассмотреть излучение в полях, отклоняющихся от синусоидальных и выяснить, меняют ли они существенно это излучение.

В частности, интересно рассмотреть излучение при движении частицы в электромагнитных ондуляторах. Поле в ондуляторах можно считать кусочно-однородным, так как продольная компонента его не существенна для генерации квантов. Это следует также и из экспериментальных исследований полей в ондуляторах (см. стр. 224 [5]).

Возможность использования ондуляторов для регистрации релятивистских частиц требует детального рассмотрения зависимости интенсивности излучения и числа испущенных квантов в них от периода поля и отношения межмагнитных расстояний к ширине полюсов. Варьированием этих параметров можно добиться оптимальных условий для

регистрации частиц. Исходя из этих соображений, ниже рассматривается излучение релятивистских частиц в кусочно-однородных статических полях.

Пусть задано статическое электрическое или магнитное поле

$$\begin{aligned} E_y = E_z = 0, \quad H_x = H_z = 0, \\ E_x = E_0 \sigma(z), \quad H_y = -H_0 \sigma(z), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\sigma(z) = \begin{cases} 1, & 0 \leq z \leq a, \\ 0, & a \leq z \leq a+b, \\ -1, & a+b \leq z \leq 2a+b, \\ 0, & 2a+b \leq z \leq 2a+2b, \end{cases}$$

$$\sigma(z) = \sigma(z+l), \quad l = 2a+2b.$$

На частицу, движущуюся вдоль оси z , будет действовать сила $F_x = eE_0 \sigma(z)$, или $F_x = eH_0 \sigma(z)$, которая заставит ее совершать колебания в плоскости xz (в дальнейшем для обеих полей мы сохраним обозначение E_0).

Разложим $\sigma(z)$ в ряд Фурье:

$$\begin{aligned} \sigma(z) &= \sum_{k=0}^{\infty} c_k \cos \left[\frac{2\pi z}{l} (2k+1) \right], \\ c_k &= \frac{2(-1)^k}{\pi(2k+1)} \cos \left[\frac{\pi}{2} \frac{p-1}{p+1} (2k+1) \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Рассмотрим условие применимости разложения (2). Для этого предположим, что на краях магнита поле падает от значения E_0 до нуля, или наоборот — растет от нуля до E_0 равномерно (линейно) на некотором отрезке Δ . Тогда условием применимости разложения (2) является

$$2\Delta \ll a \frac{p+1}{2k+1}. \quad (2')$$

Этому условию можно удовлетворить лишь при малых $k=0, 1, 2$. Как следует из дальнейшего (см. конец этого пункта), основной вклад в излучение дает именно гармоника с номером $k=0$, а гармоники $k=1, 2$ можно рассматривать как поправки к нулевой гармонике, так что условие (2') можно записать в виде $\Delta \ll a$.

Воспользовавшись уравнениями движения

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}, \quad \vec{p} = \frac{E}{c^2} \vec{v} \quad (3)$$

с начальными условиями при $t=0$

$$x = -x_0 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_k}{(2k+1)^2}, \quad v_x = 0, \quad x_0 = \frac{e E_0 c^2}{E \Omega^2}, \quad (3')$$

получаем закон движения частицы в следующем виде:

$$\vec{r}(t) = \left\{ - \sum_{k=0}^{\infty} x_{0,k} \cos \Omega_k t, 0, vt \right\}, \quad (4)$$

$$\vec{v}(t) = \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} x_{0,k} \Omega_k \sin \Omega_k t, 0, v \right\},$$

$$x_{0,k} = x_0 \frac{c_k}{(2k+1)^2}, \quad \Omega_k = \Omega (2k+1).$$

При интегрировании уравнения (3) энергию частицы (E) полагаем постоянной, что приводит к условию

$$\left(\frac{M}{M_e} \right)^2 \gamma^2 \gg 10^{-8} E_0^2 l^2, \quad (5)$$

где M и M_e — массы покоя частицы и электрона. В магнитных полях энергия частицы постоянна всегда. Однако в этом случае условие (5) оказывается необходимым для того, чтобы движение вдоль оси z можно было бы считать подчиняющимся закону $z = vt$.

С точки зрения излучения вместо одной частицы, движущейся по закону (4), можно представить себе бесчисленное множество одинаковых частиц, k -ая из которых движется по закону

$$\begin{aligned} \vec{r}_k(t) &= \{-x_{0,k} \cos \Omega_k t, 0, vt\}, \\ \vec{v}_k(t) &= \{x_{0,k} \Omega_k \sin \Omega_k t, 0, v\}. \end{aligned} \quad (4')$$

Для вычисления полной излученной энергии и числа квантов с единицы пути пролета можно воспользоваться результатами работ [1, 2],

$$\begin{aligned} J_k &= \sum_{m=1}^{\infty} J_{k,m} = \frac{\pi^2 e^2}{l^2} \gamma^2 \sum_{m=1}^{\infty} m S_{m,k}, \\ N_k &= \sum_{m=1}^{\infty} N_{k,m} = \frac{e^2}{\hbar c} \frac{2\pi}{l} \sum_{m=1}^{\infty} S_{m,k}, \\ S_{m,k} &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n m (2m+2n)! (m \Omega_k \tau_{0,k})^{2m+2n}}{2^{2(m+n-1)} n! [(m+n)!]^2 (2m+n)! [4(m+n)^2 - 1]}, \\ \tau_{0,k} &= \tau_0 \frac{|c_k|}{(2k+1)^2}, \quad \tau_0 = \gamma \frac{\dot{x}_0}{c}. \end{aligned} \quad (6)$$

Эта задача совпадает с задачей работ [1, 2] при формальном переходе $k=0$, $p=1$, $E_0 \rightarrow \frac{\pi}{2} E_0$, $\Omega_k \tau_{0,k} \rightarrow \Omega \tau_0$. Спектр излученных частот для определенных k и m находится в пределах

$$\omega_{1k,m} = (2k+1) \frac{m\Omega}{1+\beta} \leq \omega \leq (2k+1) \frac{m\Omega}{1-\beta} = \omega_{2k,m}. \quad (7)$$

Максимум числа фотонов приходится на частоту $\omega_{\max, k, m} = (2k+1) m \Omega \gamma^2$.

Рассмотрим нулевую гармонику $k=0$. При этом в решении (6) мы должны положить $\Omega_k \tau_{0, k} = \Omega \tau_0 \frac{2}{\pi} \cos \frac{\pi p-1}{2 p+1}$, т. е. параметр $\Omega_k \tau_{0, k}$

в $\frac{2}{\pi} \cos \frac{\pi p-1}{2 p+1}$ раз меньше соответствующего параметра при синусоидальном поле. Например, при $p=2$ кусочно-однородное поле с напряженностью E_0 эквивалентно синусоидальному полю с амплитудой $\frac{\sqrt{3}}{\pi} E_0$. Для высших гармоник ($k=1, 2, \dots$) указанный параметр падает $\sim (2k+1)^{-2}$ и излучение на этих гармониках сильно подавлено.

2. В пункте 1 рассматривалось излучение релятивистских частиц, движущихся вдоль оси z ондулятора.

Однако практически частица, пролетающая через ондулятор, всегда будет составлять некоторый малый угол с осью z . Поэтому следует исследовать влияние отклонения движения частицы от оси z на излучение. Пусть направление скорости частицы, входящей в ондулятор в точке $z=0$, составляет углы α_1 и α_2 с плоскостями xz и yz соответственно ($\alpha_1 + \alpha_2 < \pi/2$).

Если поле разложить на два составляющих, одно из которых параллельно, а другое перпендикулярно начальной скорости частицы, то по абсолютной величине они будут равны соответственно

$$E_0^\perp = E_0 \cos \alpha_2, \quad E_0^\parallel = E_0 \sin \alpha_2. \quad (8)$$

Продольной компонентой поля можно пренебречь как несущественной для генерации излучения (тем более, что $\alpha_2 \ll 1$). Кроме того, изменится также период поля, так как a и b умножаются на величину $(1 - \sin^2 \alpha_1 - \sin^2 \alpha_2)^{-1/2}$.

Если выбрать теперь новые оси координат так, чтобы ось z была направлена вдоль начальной скорости, а ось x перпендикулярно ей, то получим задачу, решенную в пункте 1. Для получения числа квантов и излученной энергии с единицы пути пролета в формулах (6) необходимо произвести замены

$$E_0 \rightarrow E_0 \cos \alpha_2, \quad (a, b, l) \rightarrow \frac{(a, b, l)}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha_1 - \sin^2 \alpha_2}}. \quad (9)$$

Формулы (6) не чувствительны к малым изменениям параметра $\Omega_k \tau_{0, k}$, определяющего излучение. При условии $\alpha_1 \ll 1, \alpha_2 \ll 1$ как указанный параметр, так и само излучение меняются незначительно по сравнению с соответствующими величинами при пролете вдоль оси z .

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Н. А. Корхмазян, Изв. АН АрмССР, Физика, 5, 287 (1970).
2. Н. А. Корхмазян, Изв. АН АрмССР, Физика, 5, 418 (1970).
3. В. Л. Гинзбург, Изв. АН СССР, сер. физ. 11, 165 (1947).
4. H. Motz, J. Appl. Phys., 22, 527 (1957).
5. Миллиметровые и субмиллиметровые волны. Изд. иностранной литературы, М., 1959

ԼԻՅՔԱՎՈՐՎԱԾ ԱՐԱԳ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ՄԱԳՆԵՍԱԿԱՆ
ԵՎ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՕՆԴՈՒԼԱՏՈՐՆԵՐՈՒՄ

Ն. Ա. ԴՈՐԽՄԱԶՅԱՆ, Ս. Ս. ԷԼԲԱԿՅԱՆ

Քննարկված է արագ լիցքավորված մասնիկների ճառագայթման խնդիրը, երբ նրանք շարժվում են մագնիսական և էլեկտրական օնդուլատորներում: Ցույց է տրված, որ E_0 լարվածության կտոր առ կտոր համասեռ դաշտը համարժեք է $2/\pi E_0 \cos \frac{\pi}{2} \cdot \frac{p-1}{p+1}$ ամպլիտուդայով սինուսոիդական դաշտին: Այստեղ $p=b/a$, a -ն բեկորի լայնությունն է, իսկ b -ն հարեան բեկորների հեռավորությունը:

Քննարկված է նաև ճառագայթման փոփոխությունը կախված մասնիկի շարժման ուղղությունից:

RADIATION OF RELATIVISTIC CHARGED PARTICLES
IN ONDULATORS

N. A. KORKHMAZIAN, S. S. ELBAKIAN

The problem of radiation of relativistic charged particles during a motion in stepped electro or magnetostatic fields is considered.