Изв. АН Армянской ССР, Физика, 5, 433—447 (1970)

ПОЛНОЕ ВНЕШНЕЕ И ЗЕРКАЛЬНОЕ ОТРАЖЕНИЯ РЕНТГЕНОВЫХ ЛУЧЕЙ ОТ ТОНКИХ СЛОЕВ I

П. А. БЕЗИРГАНЯН, М. А. ЦЕРУНЯН, Ж. К. МАНУЧАРОВА

Исследованы полное внешнее и зеркальное отражения рентгеновых лучей от тонких прозрачных диэлектрических и металлических слоев. Уточнено выражение для сдвига фаз между падающими и отраженными волнами при отражении от более плотной и менее плотной сред. Найдены точные условия возникновения интерференционных максимумов волн, отраженных от диэлектрических и металлических тонких слоев.

В последнее десятилетие вопросы физики тонких слоев приобрели особо важное значение в связи с бурным развитием лазерной техники, электроники и кибернетики. В деле изучения физики тонких слоев (пленок) особое место занимают рентгеновские методы исследования, среди которых более успешное применение имеют методы полного внешнего и зеркального отражения рентгеновых лучей.

Впервые эксперименты по исследованию полного внешнего отражения рентгеновых лучей провел Комптон в двадцатых годах [1].

После этих работ Комптона в конце двадцатых и в начале тридцатых годов развернулось обширное экспериментальное исследование явления полного внешнего отражения, основные результаты которых опубликованы в [2—14]. В этих работах главным образом исследована зависимость интенсивности полного внешнего отражения от угла падения и от поглощения с целью определения коэффициента преломления металлов. Исследован вид кривой интенсивности полного внешнего отражения слоев в зависимости от их толщин и определена глубина проникновения падающей рентгеновской волны во вторую среду при полном внешнем отражении. Наблюдена и расшифрована интерференционная картина, полученная зеркальным отражением от тонких слоев за углами полного внешнего отражения, которая использовалась для определения толщин тонких пленок.

В работе [15] исследована зависимость интенсивности полного внешнего отражения от качества отражающей поверхности. В работе [16] исследованы полное внешнее и зеркальное отражения от многослойных пленок и разработана методика для определения толщин отдельных слоев без порчи пленки. В работе [17] исследована интенсивность полного внешнего отражения непосредственно в окрестностях, примыкающих первичному пучку, и замечены искажения кривой отражения, вносимые условиями эксперимента (регистрацией).

Более внимательный разбор работ, посвященных полному внешнему и зеркальному отражениям, показывает, что в этой области в вопросах фазовых сдвигов при полном внешнем и зеркальном отражениях между падающими и отраженными волнами существует путаница; часто неправильно определяются условия возникновения интерференционных максимумов и, следовательно, неправильно определяются толщины пленок. Не исследован случай интерференции рентгеновских лучей в многослойных пленках, представляющий практический интерес.

Действительно, почему-то в работах [9] и [19] ошибочно указывается, что якобы при полном внутреннем (внешнем) отражении от оптически менее плотной среды, как и в обычной оптике, нет потерь в фазе.

Однако, во-первых, в оптике хорошо известно, что полное внутреннее (внешнее) отражение происходит только при отражении от менее плотных сред и, во-вторых, именно в этой области углов падения отраженная волна претерпевает фазовые сдвиги, чем и объясняется эллиптическая поляризация отраженной волны при полном внутреннем отражении (параллелепипед Френеля).

Далее, разные авторы считают целесообразным для наблюдения интерференционных картин, полученных от тонких пленок (слоев), разные угловые области полного внешнего и зеркального отражений. В работе [18] найдено для одного частного случая условие для получения наиболее яркой и четкой интерференционной картины, но в последующих работах [20] это рациональное предложение почему-то не учитывается.

Цель нашей работы — детально исследовать полное внутреннее (внешнее) и зеркальное отражения от однослойных и многослойных пленок и нахождением точных фазовых сдвигов и условий возникновения интерференционных максимумов уточнить методику определения толщин тонких пленок.

§ 1. Сдвиг фаз между падающими и отраженными волнами

В вопросе сдвига фаз между падающими и отраженными волнами в литературе, как уже указывалось, существует путаница [21—26]. Обычно предполагают, что при отражении от менее плотной среды не происходит сдвига фаз между падающими и отраженными волнами. Далее ограничиваются исследованием сдвига фаз между двумя компонентами электрического вектора отраженной волны, параллельной и перпендикулярной к плоскости падения, и разные авторы приходят к различным выводам. Так, например, в работах [21, 24] разность фаз между компонентами R_p и R_s отраженной волны описывается картиной, показанной на рисунке 1.

R_p и R_s — компоненты электрического вектора отраженной волны, параллельные и перпендикулярные к плоскости падения соответственно,

α и $\alpha_Б$ — углы падения и Брюстера соответственно,

δ — разность фаз между R_p и R_s.

В работах [22, 23 и 20] эта разность фаз описывается картиной, приведенной на рисунке 2. Согласно этим работам, такая зависимость для сдвига фаз между компонентами R_p и R_s получается как в случае отражения от оптически более плотной среды, так и в случае отражения от оптически менее плотной среды.

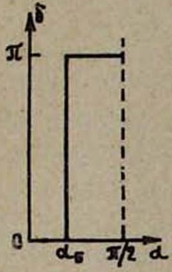

Рис. 1. Разность фаз между компонентами R_p и R_s по [21, 24].

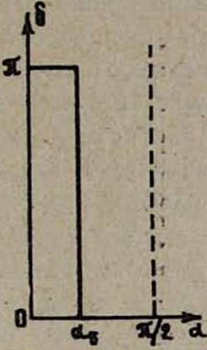

Рис. 2. Разность фаз между компонентами R_p и R_s по [22, 23, 20].

Отложив на время вопрос о том, какая из этих двух картин (рис. 1 и 2) зависимостей соответствует действительности, мы можем на основании любой из них констатировать:

Разность фаз между компонентами R_p и R_s или в области углов отражения от нуля до $\alpha_Б$ (угол Брюстера) равна π (рис. 1), а в области углов $\alpha_Б$ до $\frac{\pi}{2}$ равна нулю, или наоборот (рис. 2). Отсутствие разностей фаз между R_p и R_s означает, что эти обе компоненты при отражении не меняют своих фаз относительно первичной волны или обе меняют свои фазы на π (или меняют одинаково). Если разность фаз между этими компонентами равна π, то это означает, что одна из этих компонент свою фазу при отражении меняет на π, а другая — не меняет своей фазы так, что они отличаются друг от друга на π.

Следовательно, на основании вышеизложенного, приходим к следующим выводам:

1. Если при отражении от оптически более плотной среды в пределах углов падения от нуля до угла Брюстера отраженная волна меняет свою фазу на π, то в пределах углов падения от угла Брюстера до $\frac{\pi}{2}$ только одна из компонент R_p или R_s меняет свою фазу на π, или наоборот.

2. При отражении от оптически менее плотной среды в пределах углов от нуля до угла Брюстера фазу на π меняет только одна из R_p и R_s компонент, а в пределах углов от угла Брюстера до $\frac{\pi}{2}$ ни одна из компонент не меняет фазы (здесь мы не имели в виду область полного внутреннего (внешнего) отражения, об этом речь будет идти ниже).

Таким образом, общее утверждение о том, что при любом угле отражения от более плотной среды отраженная волна меняет свою фазу на π и при любом угле отражения от менее плотной среды отраженная волна не меняет своей фазы, в общем случае не верно.

Перейдем к вопросу нахождения истинной зависимости сдвига фаз отраженной волны от угла падения. Для этого мы должны иметь в виду следующие обстоятельства:

а) Прн определении разности фаз между падающей и отраженной волнами принято предполагать, что если A_p и R_p (A_p — компоненты электрического вектора падающей волны, параллельной плоскости падения) имеют одинаковые знаки, то разность фаз между ними равна π, а в противном случае равна нулю. Однако легко убедиться в том, что это предположение верно только для нулевого угла падения, когда A_p и R_p антипараллельны (см. рис. 3в), а для углов падения, отличных от нуля (рис. 3а), оно не имеет смысла и видимо является источ-

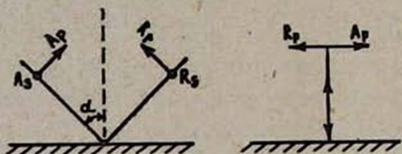

Рис. 3а — Отражение под углом $\alpha \neq 0$.
Рис. 3в — Отражение под углом $\alpha = 0$,

ником всех путаниц, существующих в литературе по вопросу разности фаз между компонентами R_p и R_s.

Действительно, авторы этого предположения почему-то направление колебаний связывают с фазой. Ведь колебания, происходящие в разных направлениях, могут иметь одинаковые фазы, а изменение направления колебаний не обязательно сопровождается изменением фазы. Только в одном частном случае, когда направление колебания меняется на 180° (при нулевом угле падения), это равносильно изменению фазы на π. При этих углах падения, чтобы не допустить ошибки необходимо иметь в виду, что колебания векторов A_p и R_p не параллельны, но если знаки одинаковые, то и фазы одинаковые.

б) При отражении от менее плотной среды в области углов полного внешнего отражения компоненты R_p и R_s по-разному меняют свои фазы, поэтому получается разность фаз между ними, которая определяется по формуле

$$\operatorname{tg}\frac{\delta}{2} = \frac{\cos\alpha\sqrt{\sin^2\alpha - n^2}}{\sin^2\alpha}, \tag{1}$$

а разность фаз между компонентами R_p и A_p и компонентами R_s и A_s определяются с помощью формул

$$\operatorname{tg}\frac{\delta_p}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2\alpha - n^2}}{n^2\cos\alpha}, \tag{2}$$

$$\operatorname{tg}\frac{\delta_s}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2\alpha - n^2}}{\cos\alpha}, \tag{3}$$

где δ_p — разность фаз между R_p и A_p,

δ_s — разность фаз между R_s и A_s,

$\delta = \delta_p - \delta_s$.

Теперь, имея в виду последние обстоятельства и следующие формулы Френеля

$$R_p = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)} A_p, \qquad R_s = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} A_p,$$

где β — угол преломления, составим таблицу сдвигов фаз между соответствующими компонентами падающей и отраженной волн в случае прозрачных диэлектриков.

Таблица 1

Случай, когда отражение происходит от более плотной среды ($n_1 < n_2$, $\alpha > \beta$)

$\alpha+\beta$	Разность фаз между A_p и R_p	Разность фаз между A_s и R_s
$\alpha+\beta < \frac{\pi}{2}$	0	π
$\alpha+\beta > \frac{\pi}{2}$	π	π

Таблица 2

Случай, когда отражение происходит от менее плотной среды ($n_1 > n_2$, $\alpha > \beta$)

$\alpha+\beta$	Разность фаз между A_p и R_p	Разность фаз между A_s и R_s
$\alpha+\beta < \frac{\pi}{2}$	π	0
$\alpha+\beta > \frac{\pi}{2}$ $\alpha < \alpha_a$	0	0

где $\alpha_п$ — предельный угол полного внешнего отражения.

В последней строке таблицы 2 разность фаз между компонентами представлена только для углов падения от нуля до предельного угла полного отражения. В пределах углов падения полного отражения разности фаз между соответствующими компонентами падающей и отраженной волн, а также между компонентами отраженной волны, как уже сказано, дается формулами (1)—(3). Разности фаз между компонентами R_p и R_s отраженной волны, приведенные в таблицах 1 и 2 и формулами (1)—(3), можно представить графиками, приведенными на рисунках 4а и 4в.

Интересно исследовать зависимость величин δ_p и δ_s в области углов полного внешнего (внутреннего) отражения по формулам (2) и (3). Эта зависимость представлена на рисунке 5.

Из приведенных таблиц и графиков можно сделать следующие выводы:

1. При отражении от более плотной среды отраженная волна меняет свою фазу на π только в пределах углов падения от угла Брюстера до $\frac{\pi}{2}$, а в пределах углов падения от нуля до угла

Брюстера свою фазу меняет на π только R_s компонента и в этом случае отраженный свет меняет свою внутреннюю структуру. Метод обнаружения этого эффекта подробно описан в работе [28].

Следовательно, в пределах углов падения от нуля до угла Брюстера (вернее $0 < \alpha < \alpha_Б$) недопустимо предполагать, что при отражении от оптически более плотной среды волна, независимо от поляризации, меняет свою фазу на π.

2. При отражении от менее плотной среды отраженная волна не меняет своей фазы только в пределах углов падения от угла Брюсте-

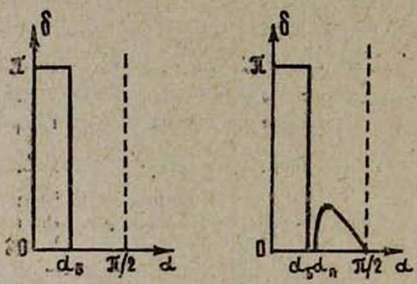

Рис. 4а. Отражение от более плотной среды.

Рис. 4в. Отражение от менее плотной среды.

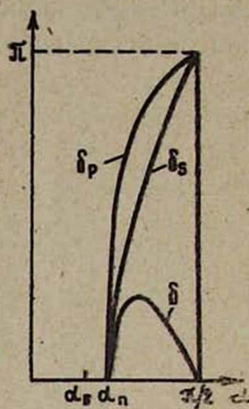

Рис. 5. Фазовые сдвиги между соответствующими компонентами падающей и отраженной волн и между компонентами отраженной волны.

ра до предельного угла полного внешнего отражения. Следовательно, в пределах углов падения от нуля до угла Брюстера и от предельного угла полного отражения до $\frac{\pi}{2}$ $\left(\text{вернее } 0 < \alpha < \alpha_Б,\ \alpha_п < \alpha \leqslant \frac{\pi}{2}\right)$ недопустимо предполагать, что при отражении от менее плотной среды волна, независимо от своей поляризации, не меняет своей фазы.

3. Недопустимо предполагать, что в области углов падения полного внешнего отражения изменения фазы отраженной волны не происходит.

Действительно, как видно (рис. 5), в пределах углов падения от $\alpha_п$ до $\frac{\pi}{2}$ компоненты R_p и R_s свои фазы монотонно меняют от нуля до π, а разность фаз между ними в этой области растет от нуля, принимая максимальное значение при

$$\operatorname{tg}\frac{\delta_{max}}{2} = \frac{1-n^2}{2n}, \tag{4}$$

и с дальнейшим увеличением угла падения падает до нуля при $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

Следовательно, утверждение [9, 18, 19] о том, что при полном внутреннем отражении не происходит сдвига фаз, глубоко ошибочно. До сих пор мы исследовали сдвиг фаз между падающими и отраженными от границы раздела двух прозрачных диэлектриков волн.

Теперь мы рассмотрим фазовые сдвиги при отражении от границы раздела между диэлектриком и металлом.

В случае отражения волны от поверхности металла необходимо иметь в виду, что коэффициент преломления — величина комплексная. Если в прозрачных диэлектриках коэффициент преломления комплексный только в области полного внутреннего отражения, то для металлов (и поглощающих диэлектриков) он комплексен при всех углах падения.

Для исследования фазовых сдвигов между падающими и отраженными от поверхности раздела диэлектрика и металла волнами исходим из следующих условий Френеля:

$$\begin{gathered}\cos\alpha\,(A_p - R_p) = \cos\beta\cdot D_p,\\ A_s + R_s = D_s,\\ \cos\alpha\sqrt{\varepsilon_1}\,(A_s - R_s) = \cos\beta\sqrt{\varepsilon_2}\cdot D_s,\\ \sqrt{\varepsilon_1}(A_p + R_p) = \sqrt{\varepsilon_2}\cdot D_p.\end{gathered} \tag{5}$$

В последних выражениях $\sqrt{\varepsilon_1} = n_1$ и $\sqrt{\varepsilon_2} = n_2$ -- абсолютные коэффициенты преломления прозрачного диэлектрика и металла соответственно, D_p и D_s — компоненты преломленной волны. Так как коэффициент преломления металлов, т. е. n_2 — комплексная величина, равная

$$n_2 = n_2'(1 - ix), \tag{6}$$

то комплексной величиной является и относительный коэффициент преломления металлов

$$n = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_2'}{n_1} - i\frac{n_2'x}{n_1} = n_0 - in_0x, \tag{7}$$

где $n_0 = \dfrac{n_2'}{n_1}$.

Имея в виду (5) и (7), получим

$$\frac{R_p}{A_p} = \left|\frac{R_p}{A_p}\right| e^{i\delta_p} = \frac{n^2\cos\alpha - \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}{n^2\cos\alpha + \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}, \tag{8}$$

$$\frac{R_s}{A_s} = \left|\frac{R_s}{A_s}\right| e^{i\delta_s} = \frac{\cos\alpha - \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \cos\alpha}. \tag{9}$$

Откуда для соотношения компонентов R_p и R_s отраженной волны получим

$$\frac{R_p}{R_s} = \left|\frac{R_p}{R_s}\right| e^{i(\delta_p - \delta_s)} = \left|\frac{R_p}{R_s}\right| e^{i\delta} = -\frac{\cos\alpha\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \sin^2\alpha}{\cos\alpha\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \sin^2\alpha}. \tag{10}$$

При выводе последнего выражения мы предполагали, что $|A_p| = |A_s|$.

Обычно предполагают [20], что действительная часть выражения (6) коэффициента преломления, т. е. n_2', также, как и в случае прозрачных сред, представляет собой отношение скоростей распространения волны в ваккуме к распространению ее в металле. Однако нетрудно убедиться в том, что это предположение несостоятельно. Если обозначить фазовые скорости волны в металле и в вакууме через C и C_0 соответственно, то отношение $\frac{C_0}{C} = n_2''$, которое является действительной величиной, не равно действительной части комплексного коэффициента преломления, $n_2'' \neq n_2'$. Более того, так как в поглощающих средах поверхности одинаковых фаз не совпадают с поверхностями одинаковых амплитуд, то в экстинкционном множителе амплитуды $\exp\{-n_2''\chi'z\}$ величина χ' не совпадает с величиной x выражения (6) коэффициента преломления. Величины n_2'' и χ' связаны с величинами n_2' и x следующими соотношениями:

$$
\begin{aligned}
n''(1-\chi'^2) &= n_2'(1-x^2), \\
n''^2\chi'\cos\beta &= n_2'^2 x,
\end{aligned}
\tag{11}
$$

где β — угол между плоскостями одинаковых фаз и одинаковых амплитуд (действительный угол преломления).

Из последнего выражения видно, что n'' зависит от угла β, следовательно, и от угла падения α, т. е. в поглощающей среде фазовая скорость зависит от угла отражения даже в изотропной среде: закон преломления не выполняется.

В случае рентгеновских лучей комплексный коэффициент преломления обозначают через $n = 1-\Delta_1 - i\Delta_2$, предполагая, что Δ_1 и Δ_2 малые величины. Пренебрегая их квадратами и произведениями, и имея в виду, что α мало отличается от $\frac{\pi}{2}$, мы можем с достаточной точностью сделать следующие приближения:

$$n^2 = (1-\Delta_1 - i\Delta_2)^2 \approx 1 - 2\Delta_1 - i2\Delta_2,$$

$$\sin^2\alpha = \cos^2\varphi \approx \left(1-\frac{\varphi^2}{2}\right)^2 \approx 1-\varphi^2,$$

$$\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} \approx \sqrt{\varphi^2 - 2\Delta_1 - i2\Delta_2},$$

$$\cos\alpha = \sin\varphi \approx \varphi,$$

$$n^2\cos\alpha = (1-2\Delta_1 - i2\Delta_2)\sin\varphi = \varphi(1-2\Delta_1 - i2\Delta_2).$$

Учитывая эти приближения, выражения (8)—(10) можно привести к следующему виду:

$$\frac{R_p}{A_p} = \frac{\varphi(1-2\Delta_1 - i2\Delta_2) - \sqrt{\varphi^2-2\Delta_1-2i\Delta_2}}{\varphi(1-2\Delta_1 - i2\Delta_2) + \sqrt{\varphi^2-2\Delta_1-2i\Delta_2}}, \tag{13}$$

$$\frac{R_s}{A_s} = \frac{\varphi - \sqrt{\varphi^2-2\Delta_1-2i\Delta_2}}{\varphi + \sqrt{\varphi^2-2\Delta_1-2i\Delta_2}}, \tag{13}$$

$$\frac{R_p}{A_s} = \frac{1 - \varphi^2 - \varphi\sqrt{\varphi^2 - 2\Delta_1 - 2i\Delta_2}}{1 - \varphi^2 + \varphi\sqrt{\varphi^2 - 2\Delta_1 - 2i\Delta_2}}. \tag{14}$$

Максимальное значение угла скольжения зеркального отражения порядка двух-трех десятков угловых минут, а в радианах квадрат этого угла имеет величину порядка $10^{-8} - 10^{-7}$, поэтому мы можем пренебречь φ^2, Δ_1, φ и $\Delta_2\varphi$ относительно $2\Delta_1$ и $2\Delta_2$. Тогда выражения (12—14) с достаточной точностью можем переписать в следующем виде:

$$\frac{R_p}{A_p} \approx \frac{\varphi - i\sqrt{2\Delta_1 + 2i\Delta_2}}{\varphi + i\sqrt{2\Delta_1 + 2i\Delta_2}}, \tag{15}$$

$$\frac{R_s}{A_s} \approx \frac{\varphi - i\sqrt{2\Delta_1 + 2i\Delta_2}}{\varphi + i\sqrt{2\Delta_1 + 2i\Delta_2}}, \tag{16}$$

$$\frac{R_p}{A_s} = 1. \tag{17}$$

Таким образом, при зеркальном отражении рентгеновых лучей от металлической поверхности R_p и R_s компоненты меняют свои фазы почти одинаково и, следовательно, разность фаз между ними почти равна нулю $\left(\frac{R_p}{R_s} = 1\right)$.

Очевидно

$$\sqrt{\Delta_1 + i\Delta_2} = a + ib\,,$$

где

$$a = \pm\sqrt{\frac{\Delta_1}{2} \pm \frac{\sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}}{2}}, \tag{18}$$

$$b = \pm\sqrt{-\frac{\Delta_1}{2} \pm \frac{\sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}}{2}}. \tag{19}$$

Так как a и b вещественные числа, удовлетворяющие условиям задачи, то

$$a = \pm\sqrt{\frac{\Delta_1}{2} + \frac{\sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}}{2}}, \tag{20}$$

$$b = \pm\sqrt{-\frac{\Delta_1}{2} + \frac{\sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}}{2}}. \tag{21}$$

Имея в виду последнее и переписав выражения (15)—(17) в виде

$$\frac{R_s}{A_s} = \frac{R_p}{A_p} = \frac{\varphi + b - ia}{\varphi - b + ia} = \frac{c_1 - ia}{c_2 + ia},$$

где $c_1 = \varphi + b$, $c_2 = \varphi - b$,
получим

$$\frac{R_p}{A_p} = \left|\frac{R_p}{A_p}\right| e^{i\delta_p} \approx \frac{R_s}{A_s} = \left|\frac{R_s}{A_s}\right| e^{i\delta_s},$$

где

$$\operatorname{tg}\delta_p \approx \operatorname{tg}\delta_s \approx \frac{-2a\varphi}{c_1c_2-a^2},$$

или

$$\operatorname{tg}\delta_p \approx \operatorname{tg}\delta_s \approx \frac{-2a\varphi}{\varphi^2-(a^2+b^2)}. \tag{22}$$

Для выбора знаков a и b в (20) и (21) мы можем рассуждать так: при очень малых углах φ в знаменателе (22) можем пренебречь φ^2 относительно (a^2+b^2), тогда (22) примет следующий вид:

$$\operatorname{tg}\delta_p = \operatorname{tg}\delta_s = \frac{2a\varphi}{a^2+b^2}. \tag{23}$$

С другой стороны, в исходных выражениях (12—13) при $\varphi \to 0$ разность фаз между R_p и A_p и между R_s и A_s равна π, т. е. в (23) величина $\frac{2a\varphi}{a^2+b^2}$ должна быть меньше нуля, следовательно, из (20) и (21) для a и b получим

$$a = -\sqrt{\frac{\Delta_1}{2}+\frac{\sqrt{\Delta_1^2+\Delta_2^2}}{2}}, \tag{24}$$

$$b = -\sqrt{-\frac{\Delta_1}{2}+\frac{\sqrt{\Delta_1^2+\Delta_2^2}}{2}}. \tag{25}$$

Итак, исследовав сдвиг фаз при отражении от металлической поверхности, мы приходим к следующим выводам:

1. В области малых углов скольжения (больших углов падения), т. е. в пределах углов скольжения полного внешнего и зеркального отражения, отраженная волна, независимо от поляризации, меняет свою фазу приблизительно на π (см. (8), (9), (15) и (16)).

2. Утверждение о том, что в области углов полного отражения отраженная волна не меняет своей фазы, неверно и для случая металлов.

3. При полном отражении в случае рентгеновых лучей разность фаз между компонентами R_p и R_s почти равна нулю: не возникает эллиптической поляризации отраженной волны.

§ 2. Интерференционная картина рентгеновских волн, отраженных от тонких слоев

Рассмотрев вопросы сдвигов фаз между падающими и отраженными волнами, перейдем к исследованию интерференционных картин, полученных рентгеновскими волнами, отраженными от тонких слоев.

1. Отражение от прозрачного диэлектрического слоя

Сначала рассмотрим простой случай, когда на прозрачной подложке нанесен один прозрачный слой. Ни слой, ни подложка не поглощают данное монохроматическое рентгеновское излучение. Коэффициенты преломления подложки и слоя обозначим через n_1 и n_2 соответственно. Рассмотрим случай, когда коэффициент преломления подложки больше, чем коэффициенты преломления слоя ($n_1 = 1 - \Delta_1 > n_2 = 1 - \Delta_2$, т. е. $\Delta_1 < \Delta_2$), и когда наоборот $n_1 < n_2$. Коэффициент преломления подложки относительно слоя будет

$$n_{12} = \frac{n_1}{n_2} \approx 1 + (\Delta_2 - \Delta_1).$$

В первом случае этот коэффициент преломления будет больше единицы ($\Delta_2 - \Delta_1 > 0$), а во втором случае меньше единицы ($\Delta_2 - \Delta_1 < 0$).

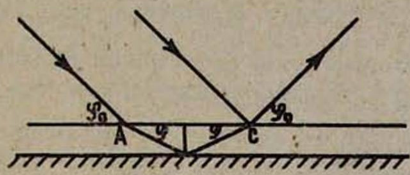

Рис. 6. Схема отражения рентгеновых лучей от тонкого слоя.

1. В первом случае в области углов полного внешнего отражения слоя на границе воздух — слой (рис. 6) рентгеновская падающая волна не доходит до подложки, если толщина слоя значительно больше, чем длина волны. Вне углов полного внешнего отражения слоя часть падающей энергии доходит до подложки и, если предельный угол скольжения зеркального отражеиия больше, чем предельный угол скольжения полного внешнего отражения, то часть энергии волны, доходящей до подложки, зеркально отражается от поверхности раздела слой-подложка и вне образца интерферирует с волной, отраженной от поверхности слоя.

Для нахождения условия возникновения интерференционных максимумов мы должны выяснить вопрос сдвига фаз. В рассматриваемом случае углы Брюстера, удовлетворяющие условию $\operatorname{tg} \alpha = n = 1 - \Delta$, имеют порядок величины $\frac{\pi}{4}$. Так как предельные углы падения полного внешнего отражения в рассматриваемом случае близки к $\frac{\pi}{2}$ и отражение происходит в пределах углов $\alpha_Б < \alpha < \alpha_n$, то следовательно, при отражении от границы слоя волна не меняет своей фазы, а при отражении от границы раздела слой-подложка происходит сдвиг фаз на π (см. таблицы). Тогда условия возникновения интерференционных максимумов примут следующий вид:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2} = n\lambda. \tag{26}$$

В случае рентгеновских лучей углы скольжения зеркального отражения малы, а углы падения зеркального отражения близки к $\frac{\pi}{2}$, так что заменяя угол падения углом скольжения, мы можем выражение (26) переписать в виде

$$2d\sqrt{2\Delta-\varphi^2}+\frac{\lambda}{2}=n\lambda, \tag{27}$$

где $\varphi=\frac{\pi}{2}-\alpha$ — угол слольжения зеркального отражения.

2) Во втором случае, когда $n_1<n_2$, т. е., когда $\delta_1>\delta_2$, угловая область полного внешнего отражения подложки больше, чем угловая область полного внешнего отражения слоя:

$$\varphi_n'=\sqrt{2\Delta_1},\quad \varphi_n''=\sqrt{2\Delta_2},\quad \varphi_n'>\varphi_n'',$$

где φ_n' и φ_n'' — предельные углы скольжения полного внешнего отражения подложки и слоя соответственно.

В углах скольжения от нуля до φ_n'' падающая энергия полностью отражается от внешней поверхноси слоя, но в углах скольжения от φ_n'' до φ_n' часть падающей энергии зеркально отражается от слоя, а другая часть входит в слой, доходит до подложки, откуда полностью отражается и, выходя из образца, интерферирует с волной, отраженной от внешней поверхности слоя.

В пределах углов скольжения от предельного угла скольжения полного внешнего отражения подложки до ее же предельного угла скольжения зеркального отражения, если, конечно, $\varphi'_{\text{зер.}}<\varphi''_{\text{зер.}}$, где $\varphi'_{\text{зер.}}$ и $\varphi''_{\text{зер.}}$ — предельные углы скольжения зеркального отражения подложки и слоя соответственно, часть энергии от слоя, а другая часть от подложки, зеркально отражаются и вне образца интерферируют между собой.

Условия возникновения интерференционных максимумов в пределах углов скольжения от φ_n'' до φ_n' будут

для компоненты R_p

$$2d\sqrt{2\Delta-\varphi^2}+\frac{\lambda}{2\pi}2\operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{\sin^2\alpha-n^2}}{n^2\cos\alpha}\right)=n\lambda, \tag{28}$$

для компоненты R_s

$$2d\sqrt{2\Delta-\varphi^2}+\frac{\lambda}{2\pi}2\operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{\sin^2\alpha-n^2}}{\cos\alpha}\right)=n\lambda. \tag{29}$$

Как видно из последних выражений, максимумы разных компонентов электрического вектора, вообще говоря, получаются в разных углах (в разных местах). Однако в случае рентгеновских лучей коэффициент преломления незначительно отличается от единицы, поэтому условия (28) и (29) также незначительно отличаются друг от друга и, следовательно, максимумы P и S поляризации практически совпадают. При выводе (28) и (29) мы имели в виду обстоятельство, что при зеркальном отражении от внешней поверхности слоя отраженная волна своей фазы не меняет, а при полном внешнем отражении от поверхности подложки компоненты R_p и R_s свои фазы меняют по законам (2) и (3).

Условие возникновения интерференционных максимумов в пределах углов скольжения $\varphi_n' < \varphi < \varphi_{зер.}'$ будет

$$2d\sqrt{2\Delta - \varphi^2} = n\lambda. \tag{30}$$

При выводе последнего мы имели в виду, что как при отражении от внешней поверхности слоя, так и при отражении от подложки, отраженные волны своих фаз не меняют, так как в этих случаях отражения происходят от менее плотных сред и в пределах углов падения от угла $\alpha_Б$ Брюстера до угла α внешнего отражения.

2. Отражения от металлического слоя

Теперь рассмотрим случай, когда на прозрачной подложке нанесен один металлический слой.

Отражение световых волн от металлической поверхности рассмотрено в работе [29]. В случае света коэффициент преломления металлов всегда комплексен и коэффициент отражения большой, но в случае рентгеновых лучей, когда поглощение в отдельных случаях может быть ничтожным, коэффициент преломления почти вещественен, а коэффициент отражения мал.

В случае, когда коэффициент преломления металлов для рентгеновых лучей вещественный, интерференционная картина будет рассчитана подобно расчету, сделанному во втором параграфе для прозрачных диэлектриков.

Здесь мы рассмотрим интерференционную картину, полученную рентгеновскими лучами, отраженными от металлического слоя (с комплексным коэффициентом преломления), нанесенного на прозрачную диэлектрическую подложку. Коэффициент преломления металла обозначим, как и раньше, через $n_м = 1 - \Delta_1 - i\Delta_2$, а коэффициент преломления подложки — $n_п = 1 - \Delta_3$. В рассматриваемом случае коэффициент преломления подложки относительно металлического слоя будет

$$n_{пм} = \frac{1 - \Delta_3}{1 - \Delta_1 - i\Delta_2} \approx 1 - \Delta_4 + i\Delta_2,$$

где $\Delta_4 = \Delta_3 - \Delta_1$.

Необходимо различать два случая, когда $\Delta_4 > 0$ и когда $\Delta_4 < 0$. В первом случае вещественная часть относительного коэффициента преломления $n_{пм}$ меньше единицы $1 - \Delta_4 < 1$, во втором случае $1 - \Delta_4 > 1$. Выбор знаков a и b в (24) и (25) сделан для случая, когда $\Delta_4 = \Delta_1 > 0$, поэтому мы здесь ограничимся рассмотрением случая $\Delta_4 > 0$. Для исследования случая $\Delta_4 < 0$ необходим соответствующий выбор знаков a и b, что не представляет трудности.

В рассматриваемом случае интерференционная картина получается наложением волн, отраженных от внешней поверхности металлического слоя и от поверхности раздела между слоем и подложкой. Если угол скольжения падения φ меньше, чем предельный угол скольжения зеркального отражения, то часть падающей энергии зеркально отражается от поверхностного слоя, а часть доходит до подложки и оттуда, зеркально отражаясь, выходит из слоя и интерферирует с первой отраженной волной. В этом случае условия образования интерференционных максимумов примут следующий вид:

$$2d\sqrt{2\Delta_1-\varphi^2}+\frac{\lambda}{2\pi}\ \mathrm{arc\,tg}\left(\frac{2a_1\varphi}{a_1^2+b_1^2}\right)-\frac{\lambda}{2\pi}\ \mathrm{arc\,tg}\left(\frac{2a_2\varphi}{a_2^2+b_2^2}\right)=n\lambda,$$

где значения a_1 и b_1 совпадают с выражениями (24) и (25), а a_2 и b_2 определяются выражениями

$$a_2=-\sqrt{\frac{\Delta_4}{2}+\frac{\sqrt{\Delta_4^2+\Delta_2^2}}{2}},\quad b_2=-\sqrt{-\frac{\Delta_4}{2}+\frac{\sqrt{\Delta_4^2+\Delta_2^2}}{2}}.$$

Как известно, для получения наблюдаемой интерференционной картины необходимо не только постоянство разностей фаз между интерферирующими волнами, но и необходимо, чтобы амплитуды этих волн мало отличались друг от друга. Ясно, что если амплитуды волн, отраженных от передней и задней поверхностей слоя, не одинакового порядка, то не получится наблюдаемой интерференционной картины: максимумы и минимумы так мало будут отличаться, что отделять их друг от друга будет практически невозможно.

Ереванский государственный университет Поступила 25.V.1970

ЛИТЕРАТУРА

1. *A. Compton*, Phys. Rev., 20, 84 (1922); Phil. Mag. 45, 1129 (1923).
2. Siegbahn und Lundquist, Siegbahn Spektroskopie der Röntgenstrahlen, Berlin, 1931.
3. *В. П. Линник* и *В. Е. Лашкарев*, Z. S. f. Phys., 38, 659 (1926).
4. *M. Ф. Nähring*, Phys. Zeitsch., 31, 401 (1930).
5. *H. Kiessig*, Ann. d. Phys. B, 10, 715 (1931), Ann. d. Phys. B, 11 (1931).
6. *H. E. Stauss*, Phys. Rev., 34, 1021 (1929).
7. *O. C. Edwards*, Phys. Rev., 32, 712 (1928), 33, 463 (1929).
8. *В. П. Линник*, Z. s. f. Phys., 65, 107 (1930).
9. *А. И. Алиханов*, Оптика рентгеновых лучей, Гос. тех.-теор. изд., Л.—М., 1933.
10. *E. H. Steps*, Ann. d. Phys., 1, 16, 949 (1933).
11. *Алиханов* и *Арцимович*, Z. s. f. Phys., 82, 489 (1933).
12. *R. Riedmiller*, Ann. d. Phys., 20, 390 (1934), 20, 377 (1934).
13. *В. А. Корчагин* и *Б. Исаев*, ЖЭТФ, 6, 941 (1936).
14. *Б. М. Равинский*, *В. М. Синайский* и *В. И. Сиденко*. Физика твердого тела, 12, 1, 138 (1970).
15. *П. А. Безирганян*, *М. А. Церунян*, *Я. М. Погосян*, *Г. Ширинян*, Изв. АН АрмССР, Физика, 5, 2 (1970).
16. *М. А. Церунян*, *Ж. К. Манучарова*, *С. А. Адамян*, *П. А. Безирганян*, Молодой научный сотрудник, ЕрГУ (в печати).
17. *М. А. Блохин*, Физика рентгеновых лучей, Изд. тех.-теор. литературы, М., 1957.
18. *Р. Джеймс*, Оптические принципы дифракции рентгеновых лучей. Изд-во ИЛ М., 1950.

19. *С. Метфессель*, Тонкие пленки, их изготовление и измерение, Госэнергоиздат, М.—Л., 1963.
20. *Г. С. Ландсберг*, Оптика, гос. тех.-издат., М., 1957.
21. *М. Борн*, Оптика, ОНТИ, Киев—Харьков, 1937.
22. *П. Друде*, Оптика, ОНТИ, Л.—М., 1935.
23. *А. В. Соколов*, Оптические свойства металлов, физ.-мат., гиз., М., 1961.
24. *А. Шустер*, Введение в теоретическую оптику, ОНТИ, Л.—М., 1935.
25. *Р. Дитчберн*, Физическая оптика, Наука, М., 1965.
26. *А. Зоммерфельд*, Оптика, ИЛ., М., 1953.
27. *П. А. Безирганян*, Оптика (в печати).
28. *П. А. Безирганян, К. А. Туманян*, Оптика (в печати).

ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՆԵՐԻ ԼՐԻՎ ԱՐՏԱՔԻՆ ԵՎ ՀԱՅԵԼԱՅԻՆ ԱՆԴՐԱԴԱՐՁՈՒՄՆԵՐԸ ԲԱՐԱԿ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐԻՑ

Պ. Հ. ԲԵԶԻՐԳԱՆՅԱՆ, Մ. Հ. ԾԵՐՈՒՆՅԱՆ, Ժ. Կ. ՄԱՆՈՒՉԱՐՈՎԱ

Ուսումնասիրված է ռենտգենյան ճառագայթների լրիվ արտաքին և հայելային անդրադարձումները մետաղական և թափանցիկ դիէլեկտրիկ բարակ թաղանթներից։ Ցույց է տրված, որ գրականության մեջ, ընկնող և անդրադարձող ալիքների միջև փազային թռիչքների հարցը խճճված է և մի քանի հեղինակների մոտ այդ հարցի վերաբերյալ կա սխալ պատկերացում։

Գտնված է փազային թռիչքների ճիշտ արտահայտությունը էլեկտրական վեկտորի ընկնող և անդրադարձող բաղադրիչների միջև։

Պարզված է տատանումների ուղղության աղճեցության հարցը համապատասխան ընկնող և անդրադարձող ալիքների փազային թռիչքների վերաբերյալ։

Ցույց է տրված, որ լրիվ արտաքին անդրադարձման ժամանակ անդրադարձված ալիքի էլեկտրական վեկտորի բաղադրիչների փազերը փոփոխվում են զրոյից մինչև π։

Ընկնող հարթությանը զուգահեռ և ուղղահայաց հարթություններում ռենտգենյան ճառագայթների լրիվ արտաքին անդրադարձման ժամանակ անդրադարձվող ալիքի բաղադրիչների միջև եղած փազերի տարբերությունը կարելի է անտեսել բավականին մեծ ճշտությամբ։

X-RAY TOTAL EXTERNAL AND SPECULAR REFLECTIONS FROM THIN LAYERS

P. H. BEZIRGANIAN, M. A. TSEROONIAN, J. K. MANOOCHAROVA

Total external and specular reflections of x-rays from thin transparent dielectric and metallic layers are studied.

The expression for phase shift between incident and reflected waves at reflection from more dense medium and less dense medium was specified.

Exact conditions of the rise of the wave interference peak reflected from dielectric and metallic thin layers are found.