

К ТЕОРИИ ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ НАКЛОННОМ ПРОХОЖДЕНИИ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ ЧЕРЕЗ ПЛАСТИНУ И СТОПКУ ПЛАСТИН

В. А. АРАКЕЛЯН, Г. М. ГАРИБЯН

В работе получены поля переходного излучения, возникающие при наклонном пролете заряженной частицы через одну границу раздела сред, пластину и стопку пластин. Формулы имеют относительно более простой вид по сравнению с ранее полученными выражениями и легко интерпретируются, так как при решении задачи о наклонном пролете заряда через одну границу раздела сред была использована другая система базисных векторов.

В случае же пластинки и стопки пластин был использован развитый ранее метод построения решений.

Задача о наклонном прохождении заряженной частицы через границу двух сред и через пластину рассматривалась многими авторами [1]—[13]. Однако полученные при этом формулы для полей переходного излучения имеют весьма сложный вид.

Дело в том, что в отмеченных работах при нахождении проекций электрического вектора поля в тангенциальной плоскости использовалась косоугольная система координат. В настоящей работе при нахождении тех же проекций мы пользуемся прямоугольной системой координат. В результате полученные формулы становятся симметричными и относительно более простыми.

Но основное преимущество настоящего подхода заключается в том, что с его помощью, а также используя метод построения решений [14], можно получить формулы для полей излучения и в таком сложном случае, как наклонный пролет заряда через стопку пластин.

§ 1. Наклонное прохождение заряда через одну границу раздела сред

Пусть заряженная частица с постоянной скоростью падает на плоскость $z=0$, которая является границей между двумя средами с электромагнитными постоянными ϵ_1, μ_1 и ϵ_2, μ_2 . Пусть траектория частицы лежит в плоскости (yz) , т. е. $\vec{v} = (0, v_y, v_z)$.

Решение неоднородного уравнения Максвелла ищем в виде

$$\vec{E}_{1,2}^0(\vec{r}, t) = \int \vec{E}_{1,2}^0(\vec{k}) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} d\vec{k}, \quad (1.1)$$

где $\omega = \vec{k} \cdot \vec{v} = k_y v_y + k_z v_z$, $d\vec{k} = dk_x dk_y dk_z$, а индексы 1 и 2 относятся к первой и второй среде.

Фурье-компонента электрического поля частицы, как известно, имеет вид

$$\vec{E}_{1,2}^0(\vec{k}) = \frac{ei}{2\pi^2 \varepsilon_{1,2}} \cdot \frac{\frac{\omega}{c^2} \varepsilon_{1,2} \mu_{1,2} \vec{v} - \vec{k}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{1,2} \mu_{1,2}}.$$

При перпендикулярном пролете заряда тангенциальная составляющая электрического поля заряда ($\vec{E}_{1,2}^0$) была пропорциональна только вектору $\vec{z}$ ($\vec{z}$ — компонента вектора $\vec{k}$ в плоскости (xy)). В исследуемом случае симметрия задачи нарушается, что приводит к добавлению в числителе выражения $\vec{E}_{1,2}^0$ вектора $\vec{v}_y$. Для того, чтобы выразить его через другие векторы, введем вектор $[\vec{z} \vec{n}]$ ($\vec{n}$ — единичный вектор оси z , единичные векторы $\frac{\vec{z}}{z}$, $\vec{n}$ и $\frac{[\vec{z} \vec{n}]}{z}$ составляют правую систему).

Тогда можно написать, что $\vec{v}_y = \frac{k_y v_y}{z} \frac{\vec{z}}{z} - \frac{k_x v_y}{z} \frac{[\vec{z} \vec{n}]}{z}$ (см. рис. 1).

С учетом разложения вектора $\vec{v}_y$ по направлениям $\vec{z}$ и $[\vec{z} \vec{n}]$ тангенциальная составляющая электрического поля заряда примет вид

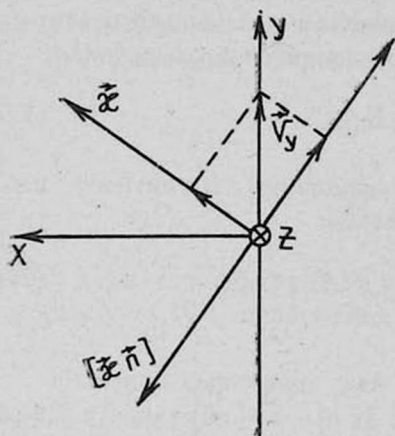


Рис. 1.

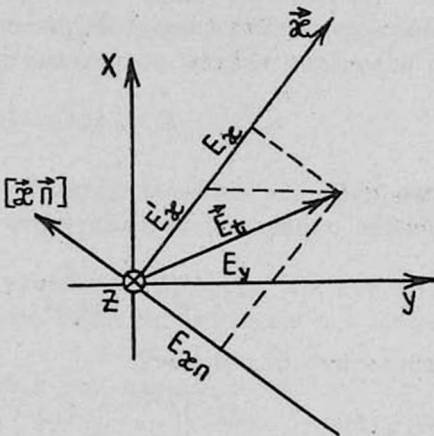


Рис. 2.

$$\vec{E}_{1,2}^0(\vec{k}) = \frac{ei}{2\pi^2 \varepsilon_{1,2}} \cdot \frac{\left(\frac{\omega}{c^2} \varepsilon_{1,2} \mu_{1,2} \frac{k_y v_y}{z^2} - 1 \right) \vec{z} - \frac{\omega}{c^2} \varepsilon_{1,2} \mu_{1,2} \frac{k_x v_y}{z^2} [\vec{z} \vec{n}]}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{1,2} \mu_{1,2}}. \quad (1.2)$$

Пользуясь формулой

$$\vec{H}_{1,2}^0(\vec{k}) = \frac{c}{\omega \mu_{1,2}} [\vec{k}, \vec{E}_{1,2}^0(\vec{k})],$$

нетрудно получить для тангенциальной составляющей Фурье-компоненты магнитного поля частицы следующее выражение:

$$\vec{H}_{1,2}^0(\vec{k}) = -\frac{ei}{2\pi^2 c} \frac{\frac{k_x k_z}{x^2} v_y \vec{x} + \left(\frac{k_y k_z}{x^2} v_y - v_z \right) [\vec{x} \vec{n}]}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{1,2} \mu_{1,2}}. \quad (1.3)$$

Решение однородных уравнений Максвелла представим в виде

$$\vec{E}_{1,2}(\vec{r}, t) = \int \vec{E}_{1,2}(\vec{k}) e^{i(\vec{x} \vec{k} \mp \lambda_{1,2} z - \omega t)} d\vec{k}, \quad (1.4)$$

где $\lambda_{1,2}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{1,2} \mu_{1,2} - k^2$, а ρ — компонента вектора $\vec{r}$ в плоскости (xy) . Поле $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$ движется в отрицательном направлении оси z в первой среде, тогда как $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$ — в положительном направлении оси z во второй среде.

Тангенциальную составляющую электрического поля излучения представим состоящей из компонент, направленных по $\vec{x}$ и $[\vec{x} \vec{n}]$,

$$\vec{E}_{1,2}(\vec{k}) = \frac{\vec{x}}{x} E_{1,2x} + \frac{[\vec{x} \vec{n}]}{x} E_{1,2xn}. \quad (1.5)$$

Нормальную составляющую Фурье-компоненты электрического вектора поля излучения найдем из условия поперечности свободного поля,

$$E_{1,2n}(\vec{k}) = \pm \frac{x}{\lambda_{1,2}} E_{1,2x}. \quad (1.6)$$

Тангенциальную составляющую Фурье-компоненты магнитного поля излучения определим из следующей формулы:

$$\vec{H}_{1,2}(\vec{k}) = \frac{c}{\omega \mu_{1,2}} [\vec{x} \mp \vec{n} \lambda_{1,2}, \vec{E}_{1,2}(\vec{k})]. \quad (1.7)$$

В результате будем иметь

$$\vec{H}_{1,2}(\vec{k}) = \pm \frac{c}{\omega \mu_{1,2}} \left\{ \left(\frac{x}{\lambda_{1,2}} + \frac{\lambda_{1,2}}{x} \right) E_{1,2x} [\vec{x} \vec{n}] - \frac{\lambda_{1,2}}{x} E_{1,2xn} \vec{x} \right\}. \quad (1.8)$$

Из условий непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границе раздела сред мы с помощью (1.2), (1.3), (1.5) и (1.8) получаем два векторных уравнения. Так как каждое из них распадается на два скалярных, то мы имеем в результате четыре уравнения для определения четырех неизвестных $E_{1,2x}$ и $E_{1,2xn}$. Заметим, что мы воспользовались уравнением непрерывности для тангенциальной составляющей магнитного поля, а не нормальной составляющей индукции электрического поля (как это обычно имеет место при перпендикулярном пролете заряда), так как $D_{1,2n}$, согласно

(1.6), выражается только через $E_{1,2z}$, и, тем самым, вместе с условием для тангенциальной составляющей электрического поля это условие не даст полной системы уравнений.

Решая полученную систему уравнений, будем иметь

$$E_{1,2z} = \frac{eiz}{2\pi^2} \frac{1}{\frac{\epsilon_1}{i_1} + \frac{\epsilon_2}{i_2}} \left\{ \frac{1}{k_z} + \frac{\epsilon_{2,1}}{i_{2,1}\epsilon_{1,2}} \left(1 - \frac{k_y v_y \omega}{x^2 c^2} \epsilon_{1,2} \mu_{1,2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\pm \frac{1}{k_z} - \frac{1}{i_{2,1}}}{k^2 - \frac{\omega_2^2}{c^2} \epsilon_{2,1} \mu_{2,1}} \left(1 - \frac{k_y v_y \omega}{x^2 c^2} \epsilon_{2,1} \mu_{2,1} \right) \right\}, \quad (1.9)$$

$$E_{1,2\alpha} = \frac{eiz}{2\pi^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{k_x k_z v_y}{i_{1,2}} \frac{\mu_1 \mu_2}{i_1 + i_2} \left(\frac{1}{i_{2,1}} + \frac{\mu_{1,2}}{k_z \mu_{2,1}} + \frac{\pm \frac{1}{i_{2,1}} - \frac{1}{k_z}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{1,2} \mu_{1,2}} + \frac{\pm \frac{1}{i_{2,1}} - \frac{1}{k_z}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{2,1} \mu_{2,1}} \right). \quad (1.10)$$

Если перейти от пары компонент $E_{1,2z}$ и $E_{1,2\alpha}$ к паре компонент $E'_{1,2z}$ и $E_{1,2y}$, то формулы (1.9) и (1.10) переходят в формулы (8) и (9) работы [1]. В этом можно убедиться, если рассмотреть связь между проекциями электрических полей настоящей работы и работы [1]. Действительно, из рис. 2 легко получить

$$E_z = E'_z + \frac{k_y}{x} E_y, \\ E_{\alpha} = \frac{k_x}{x} E_y. \quad (1.10')$$

Из [1] следует, что, прежде чем подставить поля E'_z , E_y работы [1] в формулу (1.10'), необходимо первое поле умножить на x , а второе — на v_y .

Напишем выражения для полей в том случае, когда одна из сред является вакуумом.

а) Пусть первая среда является вакуумом, а вторая обладает параметрами ϵ и μ . Тогда имеем

$$E_{1,z} = \frac{eiz}{2\pi^2} \frac{\gamma_1}{g}, \quad E_{1,\alpha} = \frac{ei}{2\pi^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{k_x v_y}{x} \frac{f_1}{g}, \quad (1.11)$$

$$E_{2,z} = \frac{ei}{2\pi^2} \frac{\delta_2}{g}, \quad E_{2,\alpha} = \frac{ei}{2\pi^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{k_x v_y}{x} \frac{h_2}{g}. \quad (1.12)$$

б) Пусть вторая среда является вакуумом, первая — обладает параметрами ϵ и μ , а граница между двумя средами есть плоскость $z=a$. Тогда

$$E_{1,z} = \frac{eiz}{2\pi^2} \frac{\delta_1}{g} e^{i(k_z + \lambda) a}, \quad E_{1,zn} = \frac{ei}{2\pi^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{k_x v_y}{x} \frac{h_1}{g} e^{i(k_z + \lambda) a}, \quad (1.13)$$

$$E_{2,z} = \frac{eiz}{2\pi^2} \frac{\gamma_2}{g} e^{i(k_z - \lambda_0) a}, \quad E_{2,zn} = \frac{ei}{2\pi^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{k_x v_y}{x} \frac{f_2}{g} e^{i(k_z + \lambda_0) a}. \quad (1.14)$$

В пунктах а) и б) были использованы следующие обозначения:

$$\gamma_{1,2} = \frac{\mp \frac{1}{k_z} + \frac{\varepsilon}{\lambda}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \cdot u + \frac{\pm \frac{1}{k_z} - \frac{1}{\lambda}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \mu} \cdot s;$$

$$f_{1,2} = \frac{k_z \mu}{\lambda_0} \left(\frac{\mp \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{k_z \mu}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} + \frac{\pm \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{k_z}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \mu} \right);$$

$$\delta_{1,2} = \frac{\pm \frac{1}{k_z} - \frac{1}{\lambda_0}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \cdot u + \frac{\mp \frac{1}{k_z} + \frac{1}{\varepsilon \lambda_0}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \mu} \cdot s;$$

$$h_{1,2} = \frac{k_z \mu}{\lambda} \left(\frac{\pm \frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{k_z}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} + \frac{\mp \frac{1}{\lambda_0} + \frac{\mu}{k_z}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \mu} \right);$$

$$u = 1 - \frac{k_y v_y \omega}{x^2 c^2}; \quad s = 1 - \frac{k_y v_y \omega}{x^2 c^2} \varepsilon \mu; \quad g = \frac{\varepsilon}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_0}; \quad \bar{g} = \frac{\mu}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_0};$$

$$\lambda^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \mu - x^2, \quad \lambda_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - x^2.$$

§ 2. Наклонное прохождение заряда через пластину

1. Пусть заряд с постоянной скоростью $\vec{v} \{0, v_y, v_z\}$ наклонно проходит через помещенную в вакууме пластину, имеющую толщину a и электромагнитные постоянные ε и μ . Левая грань пластины совпадает с плоскостью $z=0$ (см. рис. 3).

Поле излучения до пластины и после пластины будем искать в виде

$$\begin{aligned} \vec{E}_0(\vec{r}, t) &= \int \vec{E}_0(\vec{k}) e^{i(\vec{x} \cdot \vec{p} - \lambda_0 z - \omega t)} d\vec{k}, \\ \vec{E}_1(\vec{r}, t) &= \int \vec{E}_1(\vec{k}) e^{i(\vec{x} \cdot \vec{p} + \lambda_0 z - \omega t)} d\vec{k}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

а поле излучения в пластине — в виде

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \int \vec{E}_1(\vec{k}) e^{i(\vec{z} \cdot \vec{\rho} - \omega t)} d\vec{k},$$

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \int \vec{E}_1(\vec{k}) e^{i(\vec{z} \cdot \vec{\rho} + \omega t)} d\vec{k}. \quad (2.2)$$

В формулах (2.1) и (2.2) поля с одним штрихом соответствуют волнам, движущимся в положительном направлении оси z , а с двумя штрихами — в отрицательном направлении оси z . Тангенциальные составляющие электрических полей излучения представим в виде

$$\vec{E}_{0,t}(\vec{k}) = \frac{\vec{z}}{z} E_{0,z} + \frac{[\vec{z} \vec{n}]}{z} E'_{0,zn},$$

$$\vec{E}_{1,t}(\vec{k}) = \frac{\vec{z}}{z} E'_{1,z} + \frac{[\vec{z} \vec{n}]}{z} E'_{1,zn},$$

$$\vec{E}_{1,t}(\vec{k}) = \frac{\vec{z}}{z} E'_{1,z} + \frac{[\vec{z} \vec{n}]}{z} E'_{1,zn},$$

$$\vec{E}_{1,t}(\vec{k}) = \frac{\vec{z}}{z} E'_{1,z} + \frac{[\vec{z} \vec{n}]}{z} E'_{1,zn}.$$

Поступая аналогично тому как это было сделано в первом параграфе, напишем условия непрерывности тангенциальных компонент полных полей на границах $z=0$ и $z=a$.

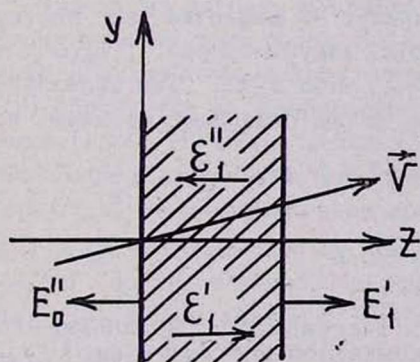


Рис. 3.

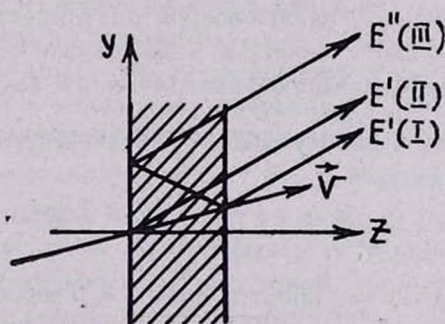


Рис. 4.

Решая получающуюся при этом систему из восьми уравнений, мы находим для Фурье-компонент полей вне пластинки следующие выражения:

$$E_{0,z} = \frac{eiz}{2\pi^2} \frac{A}{F}, \quad E'_{1,zn} = \frac{ei}{2\pi^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{k_x v_y}{z} \frac{B}{F}, \quad (2.3)$$

$$E'_{1,z} = \frac{eiz}{2\pi^2} \frac{D}{F} e^{i(k_z - \lambda_0)a}, E'_{1,xn} = \frac{ei}{2\pi^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{k_x v_y}{z} \cdot \frac{C}{F} e^{i(k_z - \lambda_0)a}, \quad (2.4)$$

где

$$\begin{aligned} \left. \begin{matrix} A \\ D \end{matrix} \right\} &= \left(\frac{\varepsilon}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_0} \right) \gamma_{1,2} e^{-i\lambda a} - \left(\frac{\varepsilon}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \gamma_{2,1} e^{i\lambda a} + \frac{2\varepsilon}{\lambda} \delta_{1,2} e^{\pm i k_z a}, \\ \left. \begin{matrix} B \\ C \end{matrix} \right\} &= \left(\frac{\mu}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_0} \right) f_{1,2} e^{-i\lambda a} + \left(\frac{\mu}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) f_{2,1} e^{i\lambda a} + \frac{2}{\lambda_0} h_{1,2} e^{\pm i k_z a}, \\ F &= \left(\frac{\varepsilon}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_0} \right)^2 e^{-i\lambda a} - \left(\frac{\varepsilon}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)^2 e^{i\lambda a}, \\ \bar{F} &= \left(\frac{\mu}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_0} \right)^2 e^{-i\lambda a} - \left(\frac{\mu}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)^2 e^{i\lambda a}, \end{aligned}$$

Если перейти от пары компонент E_x и E_{xn} к паре компонент E'_x и E'_y , используя (1.10'), то формулы (2.3) и (2.4) переходят в соответствующие формулы работ [11], [12].

В дальнейшем мы будем называть Фурье-компоненту E_x z -компонентной, а Фурье-компоненту E_{xn} xn -компонентной поля.

2. Для нахождения полей излучения при наклонном прохождении заряда через пластину, помещенную в вакууме, можно также идти и другим путем, а именно, применяя метод построения [14].

Для этого нам надо знать некоторые коэффициенты, относящиеся к преломлению и отражению волн на границе среда—вакуум для z -и xn -компонент полей излучения, а также коэффициент многократного отражения в пластине этих полей.

Пусть электромагнитная волна падает из вещества на плоскую границу, разделяющую полупространства вакуум—среда. Пусть этой границей является либо плоскость $z=0$, либо $z=a$. Тангенциальную составляющую электрического вектора волны разложим по двум взаимно перпендикулярным направлениям $\vec{z}$ и $[\vec{z}, \vec{n}]$, т. е.

$$\vec{E}_t = \frac{\vec{z}}{z} E_x + \frac{[\vec{z}, \vec{n}]}{z} E_{xn}.$$

Если полупространство $z < 0$ является вакуумом, а $z > 0$ заполнено веществом с электромагнитными постоянными ε и μ , и волна падает справа на плоскость $z=0$, то нетрудно убедиться, что коэффициенты отражения для компонент E_x и E_{xn} соответственно будут

$$r = \frac{\frac{\varepsilon}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}}{\frac{\varepsilon}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_0}}, \quad \bar{r} = -\frac{\frac{\mu}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}}{\frac{\mu}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_0}}, \quad (2.5)$$

а коэффициенты прохождения

$$\eta = \frac{\frac{2\varepsilon}{\lambda}}{\frac{\varepsilon}{\lambda} + \frac{1}{i_0}}, \quad \bar{\eta} = \frac{\frac{2}{i_0}}{\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{i_0}}. \quad (2.6)$$

Если полупространство $z < a$ заполнено веществом, а $z > a$ — пустое, и волна падает слева на плоскость $z = a$, то коэффициенты отражения и преломления для компонент E_z и E_{zn} соответственно будут

$$r_a = r e^{2i\lambda a}, \quad \bar{r}_a = \bar{r} e^{2i\lambda a}, \\ \eta_a = \eta e^{i(\lambda - \lambda_0)a}, \quad \bar{\eta}_a = \bar{\eta} e^{i(\lambda - \lambda_0)a}. \quad (2.7)$$

Пусть, наконец, излучение падает из вакуума на вещество, имеющее либо конечную толщину a , либо заполняющее все полупространство $z > 0$. Сравним коэффициенты прохождения на границе вакуум—пластинка и на границе вакуум—полубесконечная среда. Очевидно, что они будут различаться из-за наличия у пластинки второй границы $z = a$. Отношение этих коэффициентов даст нам коэффициент многократного отражения в пластинке. Этот коэффициент для компонент E_z и E_{zn} имеет вид

$$R = \frac{1}{1 - r r_a}, \quad \bar{R} = \frac{1}{1 - \bar{r} \bar{r}_a}. \quad (2.8)$$

Пользуясь формулами (1.11)—(1.14) и (2.5)—(2.8), нетрудно написать выражения для полей излучения, испущенных вперед и назад в случае пластинки.

а) Излучение за пластиной.

Как видно из рис. 4, переходное излучение, испущенное вперед, состоит из волн трех типов. Волна E' (I) образуется на границе среда—вакуум и будет описываться формулами (1.14) для E_z и E_{zn} . Волна E' (II) образуется на границе вакуум—среда и будет описываться формулами (1.12). Но вклад волны E' (II) в переходное излучение за пластиной определяется при помощи коэффициентов многократного отражения (R , $\bar{R}$) и коэффициентов прохождения (η_a , $\bar{\eta}_a$), т. е. значение E' (II) надо умножить как на коэффициенты R и $\bar{R}$, так и на η_a , $\bar{\eta}_a$ для E_z и E_{zn} соответственно. Наконец, волна E'' (III) описывается формулами (1.13). Вклад волны E'' (III) в излучение за пластиной определяется коэффициентами отражения от левого края пластинки (r , $\bar{r}$), коэффициентами прохождения через правую границу (η , $\bar{\eta}$), а также коэффициентами многократного отражения в пластине (R , $\bar{R}$). В результате получим

$$E'_{1,z} = E'_z \text{ (I)} + \eta_a R E'_z \text{ (II)} + \eta_a r R E'_z \text{ (III)}, \\ E'_{1,zn} = E'_{zn} \text{ (I)} + \bar{\eta}_a \bar{R} E'_{zn} \text{ (II)} + \bar{\eta}_a \bar{r} \bar{R} E'_{zn} \text{ (III)},$$

или, выписывая E_z и E_{zn} в явном виде, пользуясь (1.14), (1.12) и (1.13), получим

$$E_{1,z} = \frac{eiz}{2\pi^2} \frac{P_z}{g}, \quad E_{1,zn} = \frac{ei}{2\pi^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{k_x v_y}{z} \frac{P_{zn}}{g}, \quad (2.9)$$

где

$$P_z = \gamma_{12} e^{i(k_z - \lambda_0) a} + \gamma_{1a} R \delta_2 + \gamma_{ar} R \delta_1 e^{i(k_z + \lambda) a},$$

$$P_{zn} = f_2 e^{i(k_z - \lambda_0) a} + \bar{\gamma}_{1a} \bar{R} h_2 + \bar{\gamma}_{ar} \bar{R} h_1 e^{i(k_z + \lambda) a}.$$

Подставляя явные значения коэффициентов γ , $\bar{\gamma}$, r , $\bar{r}$ и R , $\bar{R}$ из (2.5) — (2.8) в (2.9), мы получим формулы, совпадающие с формулами (2.4).

б) Излучение до пластины.

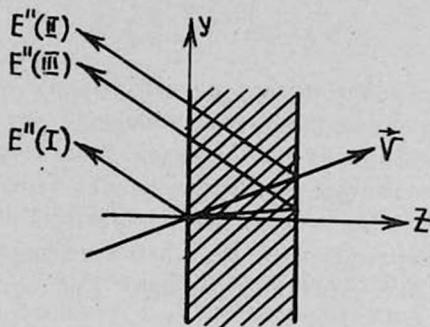


Рис. 5.

Проводя рассуждения, аналогичные сделанным выше в пункте а), но пользуясь теперь рис. 5, мы можем написать следующие формулы для полей излучения в пространстве до пластины:

$$E_z = E_z(I) + \gamma R E_z(II) + \gamma r_a R E_z(III),$$

$$E_{0,zn} = E_{zn}(I) + \bar{\gamma} \bar{R} E_{zn}(II) + \bar{\gamma} \bar{r}_a \bar{R} E_{zn}(III),$$

или

$$E_{0,z} = \frac{eiz}{2\pi^2} \frac{P_z}{g}, \quad E_{0,zn} = \frac{ei}{2\pi^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{k_x v_y}{z} \frac{P_{zn}}{g}, \quad (2.10)$$

где

$$P_z = \gamma_{11} + \gamma_{1a} R \delta_1 e^{i(k_z + \lambda) a} + \gamma_{ra} R \delta_2,$$

$$P_{zn} = f_1 + \bar{\gamma} \bar{R} h_1 e^{i(k_z + \lambda) a} + \bar{\gamma} \bar{r}_a \bar{R} h_2.$$

Формулы (2.10) переходят в формулы (2.3), если подставить в них значения коэффициентов отражения, прохождения и многократного отражения. Таким образом, метод построения решения и обычный метод (т. е. решение с помощью условий непрерывности на всех границах) дают один и тот же результат.

Перейдем теперь к нахождению полей излучения при наклонном прохождении заряда через стопку пластин, пользуясь методом построения.

§ 3. Наклонное прохождение заряда через стопку пластин

Как известно из метода построения [14], для того, чтобы решить задачу об излучении заряда в стопке пластин, достаточно знать

формулы излучения на одной пластине и некоторые коэффициенты, относящиеся к распространению излучения в стопке пластин. Электрическое поле переходного излучения на одной пластине выражается формулами (2.3) и (2.4) или (2.9)–(2.10). Остается найти коэффициенты отражения и прохождения электромагнитного излучения через стопку пластин или ее часть.

1. Допустим, что слева на стопку, состоящую из N пластин с толщиной a и расстоянием между ними b , падает заданная волна $\vec{E}_0(N)e^{i(\vec{x}\vec{p} + \lambda_0 z - \omega t)}$. Очевидно, что до стопки ($z < 0$) мы будем иметь еще и отраженную волну $\vec{E}_0(N)e^{i(\vec{x}\vec{p} - \lambda_0 z - \omega t)}$. За стопкой ($z > Na + (N-1)b$) будет прошедшая волна $\vec{E}_N(N)e^{i(\vec{x}\vec{p} + \lambda_0 z - \omega t)}$. В отсеках присутствуют волны обоих типов. Поле в m -ом отсеке будем обозначать через $\vec{E}_m(N)e^{i(\vec{x}\vec{p} + \lambda_0 z - \omega t)}$ и $\vec{E}_m(N)e^{i(\vec{x}\vec{p} - \lambda_0 z - \omega t)}$. Отсеки пронумерованы следующим образом: пространство до стопки назовем нулевым отсеком, пространство за стопкой — N -ым отсеком [14]. Пластины пронумерованы числами 1, 2, 3, ..., N вдоль положительного направления оси z . Представим тангенциальные составляющие амплитуды электрических полей в виде:

$$\text{в вакууме} \quad \vec{E}_t' = \frac{z}{x} E_x' + \frac{[z \vec{n}]}{x} E_{zn}',$$

$$\vec{E}_t'' = \frac{z}{x} E_x'' + \frac{[z \vec{n}]}{x} E_{zn}'',$$

$$\text{и в среде} \quad \vec{E}_t' = \frac{z}{x} E_x' + \frac{[z \vec{n}]}{x} E_{zn}',$$

$$\vec{E}_t'' = \frac{z}{x} E_x'' + \frac{[z \vec{n}]}{x} E_{zn}'',$$

Тангенциальные составляющие магнитных полей будут иметь вид:

$$\text{в вакууме} \quad \vec{H}_t' = -\frac{c}{\omega} \left\{ \frac{\omega^2}{c^2} \frac{E_x'}{\lambda_0} \frac{[z \vec{n}]}{x} - \lambda_0 E_{zn}' \frac{z}{x} \right\},$$

$$\vec{H}_t'' = -\frac{c}{\omega} \left\{ \frac{\omega^2}{c^2} \frac{E_x''}{\lambda_0} \frac{[z \vec{n}]}{x} - \lambda_0 E_{zn}'' \frac{z}{x} \right\},$$

$$\text{и в среде} \quad \vec{H}_t' = -\frac{c}{\omega \mu} \left\{ \frac{\omega^2}{c^2} \frac{E_x'}{\lambda} \frac{[z \vec{n}]}{x} - \lambda E_{zn}' \frac{z}{x} \right\},$$

$$\vec{H}_l = \frac{c}{\omega \mu} \left\{ \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\mu} \frac{\vec{E}_z}{\lambda} \frac{[z n]}{z} - i \frac{\vec{E}_{zn}}{z} \right\}.$$

Введем вместо полей новые величины

$$\begin{aligned} E'_{m,z} &= E'_{m,z}(N) e^{i\lambda_0 [ma + (m-1)b]}, \\ E'_{m,zn} &= E'_{m,zn}(N) e^{i\lambda_0 [ma + (m-1)b]}, \\ E''_{m,z} &= E''_{m,z}(N) e^{-i\lambda_0 [ma + (m-1)b]}, \\ E''_{m,zn} &= E''_{m,zn}(N) e^{-i\lambda_0 [ma + (m-1)b]}. \end{aligned}$$

Тогда из условий сшивки электрических и магнитных полей на границах $(m+1)$ -ой пластинки можно получить следующую связь между полем в $(m+1)$ -ом и m -ом отсеках:

$$\begin{aligned} E'_{m+1,z} &= N_1 E'_{m,z} + M_1 E'_{m,zn}, \quad E'_{m+1,zn} = \bar{N}_1 E'_{m,z} + \bar{M}_1 E'_{m,zn}, \\ E'_{m+1,z} &= N_2 E''_{m,z} + M_2 E''_{m,zn}, \quad E'_{m+1,zn} = \bar{N}_2 E''_{m,z} + \bar{M}_2 E''_{m,zn}, \end{aligned} \quad (3.1)$$

где

$$M_1 = -\frac{i\lambda_0}{4\varepsilon} e^{i\lambda_0 b} G; \quad \bar{M}_1 = \frac{i\lambda_0}{4\mu} e^{i\lambda_0 b} \bar{G};$$

$$M_2 = -\frac{i\lambda_0}{4\varepsilon} e^{i\lambda_0 b} H; \quad \bar{M}_2 = \frac{i\lambda_0}{4\mu} e^{i\lambda_0 b} \bar{H};$$

$$N_1 = \frac{i\lambda_0}{4\varepsilon} e^{-i\lambda_0 b} F; \quad \bar{N}_1 = \frac{i\lambda_0}{4\mu} e^{-i\lambda_0 b} \bar{F};$$

$$N_2 = \frac{i\lambda_0}{4\varepsilon} e^{-i\lambda_0 b} G; \quad \bar{N}_2 = -\frac{i\lambda_0}{4\mu} e^{-i\lambda_0 b} \bar{G};$$

$$\begin{aligned} F &= \left(\frac{\varepsilon}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_0} \right)^2 e^{-i\lambda a} - \left(\frac{\varepsilon}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)^2 e^{i\lambda a}; \quad \bar{F} = \left(\frac{\mu}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_0} \right)^2 e^{-i\lambda a} - \\ &\quad - \left(\frac{\mu}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)^2 e^{i\lambda a}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H &= \left(\frac{\varepsilon}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_0} \right)^2 e^{i\lambda a} - \left(\frac{\varepsilon}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)^2 e^{-i\lambda a}; \quad \bar{H} = \left(\frac{\mu}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_0} \right)^2 e^{i\lambda a} - \\ &\quad - \left(\frac{\mu}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)^2 e^{-i\lambda a}; \end{aligned}$$

$$G = \left(\frac{\varepsilon^2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_0^2} \right) (e^{i\lambda a} - e^{-i\lambda a}); \quad \bar{G} = \left(\frac{\mu^2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_0^2} \right) (e^{i\lambda a} - e^{-i\lambda a}).$$

Поля в трех соседних отсеках связаны между собой соотношениями [14]:

$$\begin{aligned} E'_{m+1,z} &= 2\alpha E'_{m,z} - E'_{m-1,z}, \quad E'_{m+1,zn} = 2\beta E'_{m,zn} - E'_{m-1,zn}, \\ E'_{m+1,z} &= 2\gamma E'_{m,z} - E'_{m-1,z}, \quad E'_{m+1,zn} = 2\delta E'_{m,zn} - E'_{m-1,zn}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

где

$$2\alpha = M_2 + N_1, \quad 2\beta = \overline{M}_2 + \overline{N}_1.$$

Для нахождения в произвольном отсеке поля, распространяющегося в положительном направлении оси z (E_m), надо иметь в виду, что $E_N = 0$. Полагая $m = N - 1$ в (3.1), получим

$$E_{N-1, z} = N_1 E_{Nz}, \quad E_{N-1, zn} = \overline{N}_1 E_{N, zn}. \quad (3.3)$$

Пользуясь (3.3) и полагая в (3.2) $m = N - 1, N - 2, \dots$, приходим к соотношениям

$$E_{m, z} = Q_{N-m}(\alpha) E_{N, z}, \quad E_{m, zn} = Q_{N-m}(\beta) E_{N, zn}, \quad (3.4)$$

где $Q_m(\alpha) = N_1 u_{m-1}(\alpha) - u_{m-2}(\alpha)$ и $Q_m(\beta) = \overline{N}_1 u_{m-1}(\beta) - u_{m-2}(\beta)$, а $u_m(\alpha), u_m(\beta)$ — полиномы Чебышева 2-го рода.

Положив в (3.4) $m = 0$, определим E_N через заданное $E_0(N)$. Подставляя затем полученное значение E_N в (3.4), для компонент поля $E_{m, z}$ и $E_{m, zn}$ будем иметь следующие выражения:

$$\begin{aligned} E_{m, z}(N) &= \frac{Q_{N-m}(\alpha)}{Q_N(\alpha)} e^{-im(a+b)\gamma_0} E_{0, z}(N), \\ E_{m, zn}(N) &= \frac{Q_{N-m}(\beta)}{Q_N(\beta)} e^{-im(a+b)\gamma_0} E_{0, zn}(N). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Для того, чтобы получить в произвольном отсеке поля, распространяющееся в отрицательном направлении оси z (E_m), надо в формулах (3.1) положить $m = 0$,

$$\begin{aligned} E_{1, z} &= N_1 E_{0, z} + M_1 E_{0, z}, \\ E_{1, zn} &= \overline{N}_1 E_{0, zn} + \overline{M}_1 E_{0, zn}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Полагая в (3.2) $m = 1, 2, 3, \dots$ и имея ввиду (3.6), получим

$$\begin{aligned} E_{m, z} &= Q_m(\alpha) E_{0, z} + M_1 u_{m-1}(\alpha) E_{0, zn}, \\ E_{m, zn} &= Q_m(\beta) E_{0, zn} + \overline{M}_1 u_{m-1}(\beta) E_{0, z}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Подставляя в (3.7) $m = N$ и учитывая, что $E_N = 0$, найдем связь между E_0 и E_0 , подставив которую в (3.7), окончательно получим

$$\begin{aligned} E_{m, z}(N) &= \frac{N_2 u_{N-m-1}(\alpha)}{Q_N(\alpha)} e^{im(a+b)\gamma_0} E_{0, z}(N), \\ E_{m, zn}(N) &= \frac{\overline{N}_2 u_{N-m-1}(\beta)}{Q_N(\beta)} e^{im(a+b)\gamma_0} E_{0, zn}(N). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Полученные формулы (3.5) и (3.8) определяют амплитуды волн в произвольном отсеке для z - и zn -компонент полей. В том случае, когда

заданная внешняя волна $\vec{E}_N(N) e^{i(\vec{x} \cdot \vec{p} - \gamma_0 z - \omega t)}$ падает на стопку справа, производя выкладки, аналогичные вышеприведенным, мы вместо формул (3.5) и (3.8) будем иметь

$$E_{m, z}(N) = \frac{N_2 u_{m-1}(\alpha)}{Q_N(\alpha)} e^{-i[(N+m)a + (N+m-2)b]\gamma_0} E_{N, z}(N),$$

$$E'_{m,zn}(N) = \frac{\bar{N}_2 u_{m-1}(\beta)}{Q_N(\beta)} e^{-l[(N+m)a + (N+m-2)b]\gamma_0} E'_{N,zn}(N) \quad (3.9)$$

и

$$\begin{aligned} E'_{m,z}(N) &= \frac{Q_m(\alpha)}{Q_N(\alpha)} e^{-l(N-m)(a+b)\gamma_0} E'_{N,z}(N), \\ E'_{m,zi}(N) &= \frac{Q_m(\beta)}{Q_N(\beta)} e^{-l(N-m)(a+b)\gamma_0} E'_{N,zi}(N). \end{aligned} \quad (3.10)$$

2. Получим теперь некоторые коэффициенты, относящиеся к распространению электромагнитной волны в стопке пластин.

а) Сначала это сделаем для случая, когда волна падает на стопку слева. Из (3.5) вытекает, что коэффициент прохождения из k -ого отсека в m -ый отсек ($m > k$) для E_z компоненты волны равен

$$\tau'_{k \leftarrow m} = \frac{E'_{m,z}(N)}{E'_{k,z}(N)} = \frac{Q_{N-m}(\alpha)}{Q_{N-k}(\alpha)} e^{-l(a+b)(m-k)\gamma_0}, \quad (3.11)$$

а для E_{zn}

$$\tau'_{k \leftarrow m} = \frac{E'_{m,zn}(N)}{E'_{k,zn}(N)} = \frac{Q_{N-m}(\beta)}{Q_{N-k}(\beta)} e^{-l(m-k)(a+b)\gamma_0}. \quad (3.12)$$

Из (3.5) и (3.8) для z - и zn -компонент полей получим коэффициент отражения в k -ом отсеке стопки, состоящей из N пластин, от $(N-k)$ оставшихся пластин,

$$r'_{N,k} = \frac{E'_{k,z}(N)}{E'_{k,z}(N)} = \frac{N_2 u_{N-k-1}(\alpha)}{Q_{N-k}(\alpha)} e^{2l\gamma_0(a+b)k}, \quad (3.13)$$

$$\bar{r}'_{N,k} = \frac{E'_{k,zn}(N)}{E'_{k,zn}(N)} = \frac{\bar{N}_2 u_{N-k-1}(\beta)}{Q_{N-k}(\beta)} e^{2l\gamma_0(a+b)k}. \quad (3.14)$$

Найдем связь между полем за стопкой, состоящей из m пластин, и полем в m -ом отсеке стопки, состоящей из N пластин. С помощью (3.5), а также принимая $E'_{0,z}(m) = N'_{0,z}(N)$ и $E'_{0,zn}(m) = E'_{0,zn}(N)$, нетрудно получить

$$P_{N,m} = \frac{E'_{m,z}(N)}{E'_{m,z}(m)} = \frac{Q_m(\alpha) Q_{N-m}(\alpha)}{Q_N(\alpha)}, \quad (3.15)$$

$$\bar{P}_{N,m} = \frac{E'_{m,zn}(N)}{E'_{m,zn}(m)} = \frac{Q_m(\beta) Q_{N-m}(\beta)}{Q_N(\beta)}. \quad (3.16)$$

Эти величины учитывают влияние, которое оказывает вся N -пластинчатая стопка на излучения, появившиеся по какой-либо причине в ее m -ом отсеке.

б) Перейдем теперь к случаю, когда волна падает на стопку справа. В этом случае коэффициенты прохождения z - и zn -компонент поля из k -ого отсека в m -ый отсек ($k > m$) соответственно будут равны

$$\tau'_{k \leftarrow m} = \frac{E'_{m,z}(N)}{E'_{k,z}(N)} = \frac{Q_m(\alpha)}{Q_k(\alpha)} e^{-l(k-m)(a+b)\gamma_0}, \quad (3.17)$$

$$\bar{r}_{k, m} = \frac{E'_{m, zN}(N)}{E'_{k, zN}(N)} = \frac{Q_m(\beta)}{Q_k(\beta)} e^{-i(k-m)(a+b)\lambda_0}, \quad (3.18)$$

а коэффициенты отражения

$$r_{N, k} = \frac{E'_{k, z}(N)}{E'_{k, z}(N)} = \frac{N_2 u_{k-1}(\alpha)}{Q_k(\alpha)} e^{-2i[k\alpha + (k-1)b]\lambda_0}, \quad (3.19)$$

$$\bar{r}_{N, k} = \frac{E'_{k, zN}(N)}{E'_{k, zN}(N)} = \frac{\bar{N}_2 u_{k-1}(\beta)}{Q_k(\beta)} e^{-2i[k\alpha + (k-1)b]\lambda_0}. \quad (3.20)$$

Наконец, найдем связь между полем до стопки, состоящей из m пластин, и полем в N - m -ом отсеке для стопки, состоящей из N пластин. С помощью (3.10), а также принимая $E_{N, z}(N) = E_{m, z}$ и $E_{N, zN}(N) = E_{m, zN}(m)$, будем иметь

$$P'_{N, m} = \frac{E'_{N-m, z}(N)}{E'_{0, z}(m)} = \frac{Q_{N-m}(\alpha) Q_m(\alpha)}{Q_N(\alpha)} = P_{N, m}, \quad (3.21)$$

$$\bar{P}'_{N, m} = \frac{E'_{N-m, zN}(N)}{E'_{0, zN}(m)} = \frac{Q_{N-m}(\beta) Q_m(\beta)}{Q_N(\beta)} = \bar{P}_{N, m}. \quad (3.22)$$

Как видно из формул (3.15), (3.16) и (3.21), (3.22), величины $P_{N, m}$ и $\bar{P}_{N, m}$ не зависят от того падает ли заданная внешняя волна на стопку справа или слева. Они характеризуют m -ый отсек стопки, состоящей из N пластин.

С другой стороны, если взять значения коэффициентов отражения из формул (3.13), (3.14) и (3.19), (3.20) и иметь при этом в виду, что

$$Q_m(\alpha) Q_{N-k}(\alpha) - Q_N(\alpha) Q_{m-k}(\alpha) = -M_1 N_2 u_{k-1}(\alpha) u_{N-m-1}(\alpha)$$

и

$$Q_m(\beta) Q_{N-k}(\beta) - Q_N(\beta) Q_{m-k}(\beta) = -\bar{M}_1 \bar{N}_2 u_{k-1}(\beta) u_{N-m-1}(\beta),$$

то можно получить

$$\frac{1}{1 - r_{N, m} r_{N, m}} = \frac{Q_{N-m}(\alpha) Q_m(\alpha)}{Q_N(\alpha)} = P_{N, m},$$

$$\frac{1}{1 - \bar{r}_{N, m} \bar{r}_{N, m}} = \frac{Q_{N-m}(\beta) Q_m(\beta)}{Q_N(\beta)} = \bar{P}_{N, m}.$$

Значит, величины $P_{N, m}$ и $\bar{P}_{N, m}$ есть коэффициенты, учитывающие многократные отражения излучения (для E_x и E_{xN} компонент соответственно) в k -ом отсеке стопки, состоящей из N пластин.

3. Теперь, пользуясь формулами предыдущих разделов, мы можем написать выражения для x - и xN -компонент полей излучения в произвольном отсеке стопки при наклонном прохождении через нее заряда. Для этого нам надо знать еще формулы переходного излучения на одной пластине, когда она поставлена в произвольном месте на оси z [14].

Они имеют вид

$$E'_{0,z} = \frac{eiz}{2\pi^2 g} P'_z e^{i\varphi_0^* z_0}, \quad E'_{0,xn} = \frac{ei}{2\pi^2 g} \cdot \frac{\omega}{c^2} \cdot \frac{k_x v_y}{z} P'_{xn} e^{i\varphi_0^* z_0},$$

$$E'_{1,z} = \frac{eiz}{2\pi^2 g} P'_z e^{i\varphi_1^* z_0}, \quad E'_{1,xn} = \frac{ei}{2\pi^2 g} \cdot \frac{\omega}{c^2} \cdot \frac{k_x v_y}{z} P'_{xn} e^{i\varphi_1^* z_0},$$

где $\varphi_0^* = k_z - i_0$, $\varphi_1^* = k_z + i_0$, а $z = z_0$ есть координата левого края пластинки. Сначала построим выражения для компонент поля $E'_{N,z}$ и $E'_{N,xn}$ за стопкой пластин. Чтобы получить вклад в поле излучения за стопкой пластин от поля, образованного на k -ой пластинке и направленного вперед, надо умножить его на коэффициент, учитывающий многократные отражения в k -ом отсеке ($P_{N,k}$), и коэффициент прохождения волны через оставшиеся $(N-k)$ пластин ($\gamma_{k-1}^{N,N}$). Вклад в $E'_{N,z}$ и $E'_{N,xn}$ даст также поле, образованное на k -ой пластине, но направленное назад (E'_{k-1}). Этот вклад будет равен E'_{k-1} , умноженному на коэффициент, учитывающий многократные отражения в $(k-1)$ -ом отсеке ($P_{N,k-1}$), коэффициент отражения от предыдущих $(k-1)$ пластин ($\gamma_{k-1}^{N,N}$) и на коэффициент прохождения через $(N-k+1)$ пластин ($\gamma_{k-1}^{N,N}$). Суммируя эти вклады по всем пластинкам стопки, мы будем иметь

$$E'_{N,z} = \frac{eiz}{2\pi^2 g} \left\{ P'_z \sum_{k=1}^N e^{i(k-1)(a+b)\varphi_0^*} P_{N,k} \gamma_{k-1}^{N,N} + \right. \\ \left. + P'_z \sum_{k=2}^N e^{i(k-1)(a+b)\varphi_0^*} P_{N,k-1} \gamma_{k-1}^{N,N} \right\}, \quad (3.23)$$

$$E'_{N,xn} = \frac{ei}{2\pi^2 g} \frac{\omega}{c^2} \frac{k_x v_y}{z} \left\{ P'_{xn} \sum_{k=1}^N e^{i(k-1)(a+b)\varphi_0^*} \bar{P}_{N,k} \gamma_{k-1}^{N,N} + \right. \\ \left. + P'_{xn} \sum_{k=2}^N e^{i(k-1)(a+b)\varphi_0^*} \bar{P}_{N,k-1} \gamma_{k-1}^{N,N} \right\}. \quad (3.24)$$

Легко видеть что при $N=1$ формулы (3.23), (3.24) переходят в формулы (2.9). При $u_y=0$, т. е. при перпендикулярном входе заряда в стопку, $E'_{N,xn}=0$, а выражение для $E'_{N,z}$ переходит в формулу (34) работы [14]. При этом надо иметь в виду, что в отмеченной формуле суммирование проводилось по отсекам, а не по пластинкам, как это было сделано в настоящей работе. Поэтому при сравнении формул необходимо в некоторых слагаемых положить $m=k-1$. С помощью аналогичных рассуждений мы можем написать формулы для компонент $E'_{0,z}$ и $E'_{0,xn}$ поля излучения до стопки. Они будут иметь вид

$$E'_{0,z} = \frac{eiz}{2\pi^2 g} \left\{ P'_z \sum_{k=1}^N e^{i(k-1)(a+b)\varphi_0^*} P_{N,k-1} \gamma_{k-1}^{N,0} + \right.$$

$$+ P_z \sum_{k=1}^{N-1} e^{i(k-1)(a+b)} \bar{\varphi}_0' P_{N,k} r_{N,k} \gamma_{k-1}^{k,0} \Big\}, \quad (3.25)$$

$$E_{0,zn} = \frac{ei}{2\pi^2 g} \frac{\omega}{c^2} \frac{k_x v_y}{z} \left\{ P_{zn}' \sum_{k=1}^N e^{i(k-1)(a+b)} \bar{\varphi}_0'' \bar{P}_{N,k-1} \gamma_{k-1}^{k-1,0} + \right. \\ \left. + P_{zn}'' \sum_{k=1}^{N-1} e^{i(k-1)(a+b)} \bar{\varphi}_0' \bar{P}_{N,k} r_{N,k} \gamma_{k-1}^{k,0} \right\}. \quad (3.26)$$

При $N=1$ формулы (3.25) и (3.26) переходят в формулы (2.10). При $v_y=0$ (перпендикулярное прохождение заряда через стопку пластин) $E_{0,zn}=0$, а формула для $E_{0,z}$ переходит в формулу (35) работы [14].

Наконец, для построения поля внутри стопки в каком-либо отсеке m необходимо найти вклад в это поле от пластин, расположенных справа и слева от отсека m . В результате получим

$$E_{m,z}' = \frac{ei}{2\pi^2 g} \left\{ P_z' \left[\sum_{k=1}^m e^{i(k-1)(a+b)} \bar{\varphi}_0' P_{N,k} \gamma_{k-1}^{k,m} + \right. \right. \\ \left. + \sum_{k=m+1}^{N-1} e^{i(k-1)(a+b)} \bar{\varphi}_0' P_{N,k} r_{N,k} \gamma_{k-1}^{k,m} r_{N,m} \right] + \\ \left. + P_z'' \left[\sum_{k=2}^m e^{i(k-1)(a+b)} \bar{\varphi}_0'' P_{N,k-1} r_{N,k-1} \gamma_{k-1}^{k-1,m} + \right. \right. \\ \left. + \sum_{k=m+1}^N e^{i(k-1)(a+b)} \bar{\varphi}_0'' P_{N,k-1} \gamma_{k-1}^{k-1,m} r_{N,m} \right] \Big\}, \quad (3.27)$$

$$E_{m,zn}' = \frac{ei}{2\pi^2 g} \frac{\omega}{e} \frac{k_x v_y}{z} \left\{ P_{zn}' \left[\sum_{k=1}^m e^{i(k-1)(a+b)} \bar{\varphi}_0' \bar{P}_{N,k} \gamma_{k-1}^{k,m} + \right. \right. \\ \left. + \sum_{k=m+1}^{N-1} e^{i(k-1)(a+b)} \bar{\varphi}_0' \bar{P}_{N,k} r_{N,k} \gamma_{k-1}^{k,m} r_{N,m} \right] + \\ \left. + P_{zn}'' \left[\sum_{k=2}^m e^{i(k-1)(a+b)} \bar{\varphi}_0'' \bar{P}_{N,k-1} r_{N,k-1} \gamma_{k-1}^{k-1,m} + \right. \right. \\ \left. + \sum_{k=m+1}^N e^{i(k-1)(a+b)} \bar{\varphi}_0'' \bar{P}_{N,k-1} \gamma_{k-1}^{k-1,m} r_{N,m} \right] \Big\}, \quad (3.28)$$

$$E_{m,z}'' = \frac{ei}{2\pi^2 g} \left\{ P_z'' \left[\sum_{k=2}^m e^{i(k-1)(a+b)} \bar{\varphi}_0'' P_{N,k-1} r_{N,k-1} \gamma_{k-1}^{k-1,m} r_{N,m} + \right. \right. \\ \left. + \sum_{k=m+1}^N e^{i(k-1)(a+b)} \bar{\varphi}_0'' P_{N,k-1} \gamma_{k-1}^{k-1,m} r_{N,m} \right] + P_z' \left[\sum_{k=1}^m e^{i(k-1)(a+b)} \bar{\varphi}_0' P_{N,k} \gamma_{k-1}^{k,m} r_{N,m} + \right. \\ \left. + \sum_{k=m+1}^{N-1} e^{i(k-1)(a+b)} \bar{\varphi}_0' P_{N,k} r_{N,k} \gamma_{k-1}^{k,m} \right] \Big\}, \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned}
E_{m, \pi n}^* = & \frac{ei}{2\pi^2 g} \frac{\omega}{c^2} \frac{k_x v_y}{z} \left\{ P_{\pi n}^* \left[\sum_{k=2}^m e^{i(k-1)(a+b)} \bar{\varphi}_0^* \bar{P}_{N, k-1} \bar{r}_{N, k-1}^* \bar{\gamma}_{k-1, m}^* \bar{r}_{N, m}^* + \right. \right. \\
& + \sum_{k=m+1}^N e^{i(k-1)(a+b)} \bar{\varphi}_0^* \bar{P}_{N, k-1} \bar{\gamma}_{k-1, m}^* \left. \right] + \\
& + P_{\pi n}^* \left[\sum_{k=1}^m e^{i(k-1)(a+b)} \bar{\varphi}_0^* \bar{P}_{N, k} \bar{r}_{N, k}^* \bar{\gamma}_{k, m}^* \bar{r}_{N, m}^* + \right. \\
& + \left. \left. \sum_{k=m+1}^{N-1} e^{i(k-1)(a+b)} \bar{\varphi}_0^* \bar{P}_{N, k} \bar{r}_{N, k}^* \bar{\gamma}_{k, m}^* \right] \right\}. \quad (3.30)
\end{aligned}$$

4. Приведем также формулы для потока энергии переходного и черенковского излучений, образуемых при наклонном прохождении заряженной частицы через стопку за все время ее пролета, на далеких расстояниях от стопки через плоскость $z = \text{const}$.

а) Поток излучения за стопкой

$$S_N' = \frac{4\pi^2}{cv_z^2} \int_0^\infty \{ |E_{N, z}'|^2 + \cos^2 \vartheta |E_{N, \pi n}'|^2 \} \omega^2 d\Omega d\omega, \quad (3.31)$$

где $z = \frac{\omega}{c} \sin \vartheta$, ϑ — есть угол между лучем зрения и положительным

направлением оси z , $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$, а Фурье-компоненты $E_{N, z}'$ и $E_{N, \pi n}'$ определяются формулами (3.23) и (3.24), (φ — азимутальный угол).

б) Поток излучения в пространстве до стопки

$$S_0' = \frac{4\pi^2}{cv_z^2} \int_0^\infty \{ |E_{0, z}'|^2 + \cos^2 \vartheta |E_{0, \pi n}'|^2 \} \omega^2 d\Omega d\omega. \quad (3.32)$$

Здесь ϑ — есть угол между лучем зрения и отрицательным направлением оси z , а Фурье-компоненты $E_{0, z}'$ и $E_{0, \pi n}'$ определяются формулами (3.25) (3.26).

В заключение авторы выражают благодарность Н. А. Корхмязяну, за полезные беседы в ходе выполнения работы.

Институт радиофизики и электроники

АН АрмССР

Поступила 4.V.1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. М. Гарибян, Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 11, № 4, 7 (1958).
2. Н. А. Корхмязян, Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 11, № 6, 87 (1958).
3. Г. М. Гарибян, ЖЭТФ, 38, 1814 (1960).
4. Н. А. Корхмязян, Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 13, № 2, 139 (1960).
5. Н. А. Корхмязян, Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 15, № 1, 115 (1962).
6. В. Е. Пафомов, Изв. высш. уч. зав., Радиофизика, 5, 484 (1962).

7. H. Boersch, P. Dobberstein, D. Fritzsche, G. Sauerbrey, Zeit. Phys., 187, 97 (1965).
8. Н. А. Корхмазян, С. С. Элбакян, Изв. АН АрмССР, Физика, 4, 3 (1969).
9. В. Е. Пафомов, Труды ФИАН, 44, 28 (1969).
10. И. М. Франк, Препринт ОИЯИ, Р4-4980 (1970).
11. В. А. Енибарян, Б. В. Хачатрян, Изв. АН АрмССР, Физика, 1, 11 (1966).
12. J. C. Ashley, Phys. Rev., 155, 208 (1967).
13. Г. М. Гарибян, С. С. Элбакян, Изв. АрмССР, Физика, 3, 244 (1968).
14. В. А. Аракелян, Г. М. Гарибян, Изв. АН АрмССР, Физика, 4, 339 (1969).

ԹԻԹԵՂՈՎ ԵՎ ԿԱՄԱՎՈՐ ԹՎՈՎ ԹԻԹԵՂՆԵՐՈՎ ՄԱՍՆԻԿԻ ԹԵՔ
ԱՆՅՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ ԱՌԱՋԱՑՈՂ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ
ՇՈՒՐՋԸ

Վ. Ն. ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ, Գ. Մ. ՂԱՐԻԲՅԱՆ

Աշխատանքում ստացված են բանաձևեր անցումային ճառագայթման դաշտերի և ճառագայթվող էներգիայի համար, երբ մասնիկը թերությամբ անցնում է երկու միջավայրերը բաժանող սահմանով վակուում տեղավորված մեկ թիթեղով և կամավոր թվով թիթեղներով: Օգտագործելով վեկտորների հիմքային ալ սխեման, համեմատած նախկինում կատարված աշխատանքների հետ, ստացվել են մեկ սահմանի խնդրի դեպքում պարզ բանաձևեր: Մեկ թիթեղի և կամավոր թվով թիթեղների խնդիրը լուծելիս, կիրառվել է նախկինում մշակված լուծումների կառուցման մեթոդը:

ON THE THEORY OF TRANSITION RADIATION IN AN OBLIQUE PASSAGE OF A CHARGED PARTICLE THROUGH A PLATE AND A STACK OF PLATES

V. A. ARAKELIAN, G. M. GARIBIAN

Transition radiation fields, produced in an oblique passage of a charged particle the interface of the media, a plate and a stack of plates, are obtained in the investigation. The formulas derived are of a relatively simpler form compared with those obtained previously and they are more easily interpreted since in solving the problem on an oblique passage of a charge through the interface between the media a different system of basis vectors has been applied.

Yet in the case of a plate or a stack of plates the method of constructing solutions, developed previously, has been used.